

MATEMATICA SENZA FRONTIERE

elementi di soluzione – competizione 1997/98

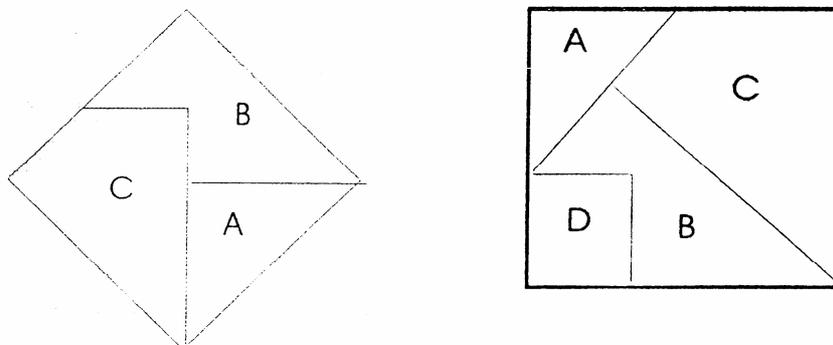
Esercizio n. 1

Vince il pari

Il doppio del numero di monete contenute nella mano destra è sicuramente pari. La somma risultante sarà pari o dispari come il numero delle monete contenute nella mano sinistra.

Esercizio n. 2

Quadrettando



Esercizio n. 3

La coppa è colma

N° piani:n	Base triangolo	N°coppe	Base quadrato	N° coppe
1	1	1	1	1
2	3	4	4	5
3	6	10	9	14
4	10	20	16	30
5	15	35	25	55
6	21	56	36	

Nel primo caso il numero delle coppe nei piani successivi, partendo dalla sommità è dato da $a_n = a_{n-1} + n$ dove n rappresenta il numero del piano (partendo dall'alto).

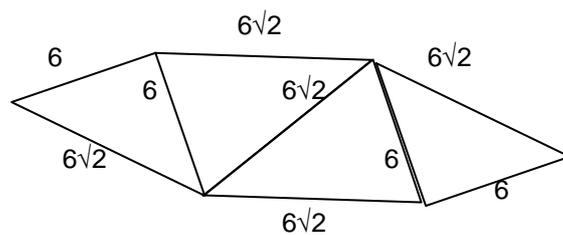
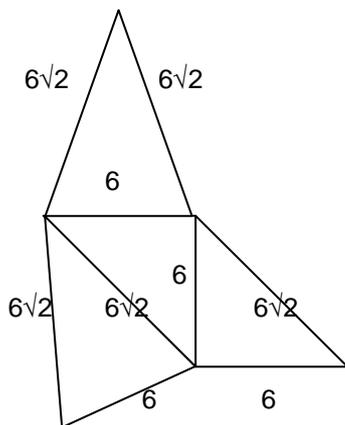
Nel caso della piramide a base quadrata il numero delle coppe per piano equivale a n^2 .

Con 56 coppe si possono fare 6 piani della piramide a base triangolare e con le restanti 55 cinque piani della piramide a base quadrata.

Esercizio n. 4
L'abaco di Silvestro
 LIX £ VIII d
 Oppure 59-0-8

£	S	D
VII	VII	VII
Voo	Voo	Voo
oo	oo	
o	oo	
LIX		VIII

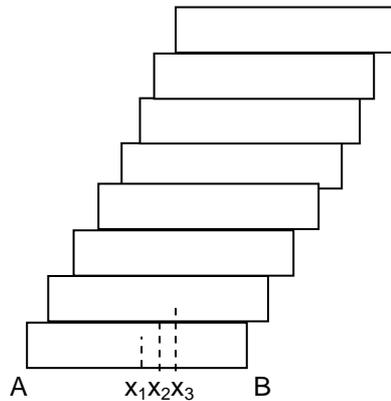
Esercizio n. 5
La piramide nascosta
 Possibili sviluppi



Esercizio n. 6

Per un mattone in più

Per ogni mattone che si sovrappone, il baricentro si sposta nella direzione orizzontale di 1,5 cm e quindi si possono impilare al massimo 8 mattoni (infatti con 8 mattoni si ottiene $21,5 < 22$)



Sinteticamente:

$$11 + \frac{3}{2}(n - 1) < 22$$

quindi

$$n < \frac{25}{3} \Rightarrow n = 8$$

Esercizio n. 7

Rintocchi

T	0	4	5	8	10	12	15	16	20	24	25	28	30	32	35	36	40
	A	A		A		A		A	A	A		A		A			
	B		B		B		B		B		B		B		B		B
	1	1		1	1	1	1		1	1		1	1	1	1		1

secondi

Gli orologi battono le ore 9

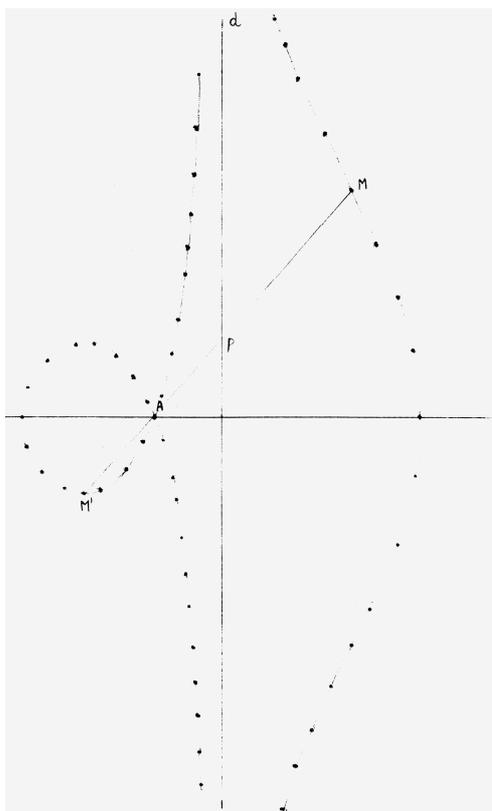
Esercizio n. 8

Quante somme!

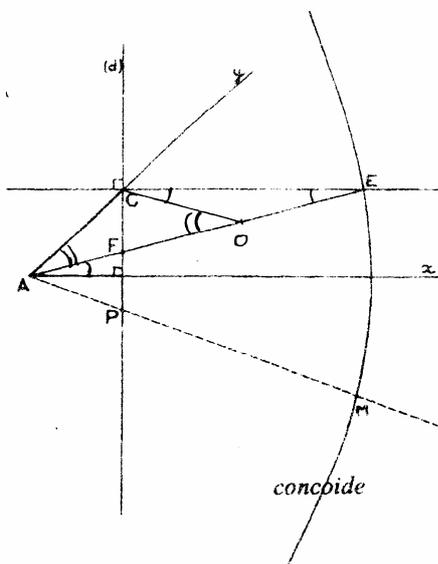
Una possibile soluzione....

	3	6	4	13
	7	5	9	21
	8	1	2	11
17	18	12	15	10

Esercizio n. 9
Concoide di Nicomede



Esercizio n. 10
Trisezione di un angolo



$PM=2AC$ quindi $FE=2AC$

Sia O il punto medio di FE

Nel triangolo rettangolo FCE si ha: $CO=FO=OE$ quindi $= AC$

da cui $\widehat{OEC} = \widehat{ECO} = 1/2\widehat{COA}$

inoltre $\widehat{xAO} = \widehat{OEC}$ $\widehat{OAC} = \widehat{AOC} \Rightarrow \widehat{xAO} = 1/2\widehat{OAC}$

Esercizio n. 11**A voi maschere**

“Se Giovanni si veste da clown, allora Paolo si traveste da pirata” é un’implicazione con la seguente tavola di verità:

Giovanni veste da clown	Paolo veste da pirata	Se Giovanni clown allora Paolo pirata
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

“Se Giovanni si veste da pirata allora Paolo si traveste da fantasma” ha la seguente tavola di verità:

Giovanni veste da pirata	Paolo veste da fantasma	Se Giovanni pirata allora Paolo fantasma
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

“Se Paolo non si veste da clown, allora Pietro si traveste da pirata” conduce alla seguente tavola di verità:

Paolo non veste da clown	Pietro fa il pirata	Se Paolo non clown allora Pietro pirata
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Esaminiamo ora tutte le possibili combinazioni:

Giovanni	clown	clown	pirata	pirata	fantasma	fantasma
Paolo	pirata	fantasma	fantasma	clown	pirata	clown
Pietro	fantasma	pirata	clown	fantasma	clown	pirata
	F	F	F	F	F	V

Esercizio n. 12**Vendemmie tardive**

Indichiamo con $2x$ il numero di lavoratori e con d la quantità di vigna che ciascuno riesce a vendemmiare, con A e $2A$ le dimensioni delle due vigne.

in base ai dati del problema:

$$(2x + x) \cdot d = 2A$$

$$(x + 2) \cdot d = A$$

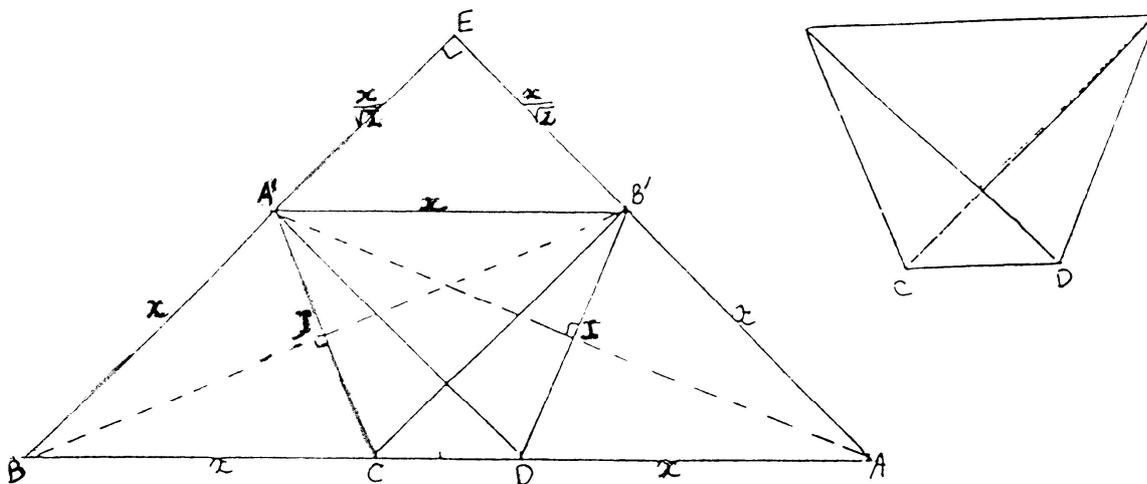
$$3x / (x + 2) = 2$$

$$3x = 2x + 4$$

$$x = 4$$

I lavoratori sono 8

Esercizio n. 13
Per un buon caffè



Per costruzione $\widehat{A'B'D} = \widehat{B'AD}$, $A'B' = AB'$, $A'D = AD$ e $A'B' \parallel AB \Rightarrow \widehat{AB'D} = \widehat{B'DA}$
 $\Rightarrow A'D = AB' = A'B' = AD$ e quindi $ADA'B'$ è un rombo. Analogamente per $BCB'A'$.

$$AE = 21\text{cm} = BE \quad AB = 21\sqrt{2}$$

$$A'B = A'B' = AB' = AD = BC = 21(2 - \sqrt{2}) \quad (\text{dalla similitudine dei triangoli ABE e A'B'E})$$

$$CD = 21\sqrt{2} - 42(2 - \sqrt{2}) = 21\sqrt{2} - 84 + 42\sqrt{2} = 5,095 \cong 5\text{cm}$$

Tenendo conto della piega della carta si può ritenere che il filtro si adatterà al porta filtro.