

MATEMATICA SENZA FRONTIERE

elementi di soluzione – competizione 1996/97

Esercizio n. 1

Più o meno di meno

Paolo non ha ragione in quanto, togliendo una carta di valore negativo, cambia il valore dei casi favorevoli, ma rimane costante il rapporto rispetto ai casi possibili. Infatti:

	+	+	+	-	-	-
+	■	+	+	-	-	-
+	+	■	+	-	-	-
+	+	+	■	-	-	-
-	-	-	-	■	+	+
-	-	-	-	+	■	+
-	-	-	-	+	+	■

Con 6 carte (tre positive e tre negative) Paolo ha 12 possibilità su 30 di vincere, Pietro ne ha 18. Con 5 carte (tre positive e due negative) Paolo ha 8 possibilità su 20 di vincere, Pietro ne ha 12. Essendo $12/30 = 8/20 = 2/5$ il rapporto tra casi favorevoli e casi possibili rimane costante.

Un'altra possibile procedura per motivare la risposta è

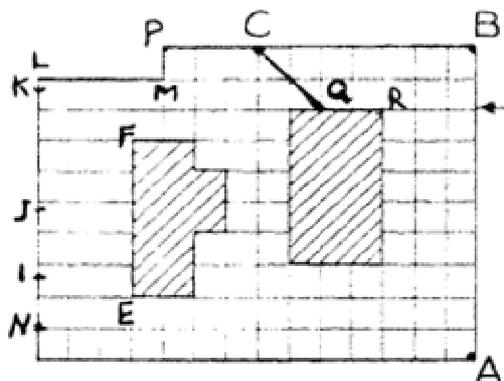
$$\text{Con 6 carte } \frac{\binom{3}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \quad \text{con 5 carte } \frac{\binom{3}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Esercizio n. 2

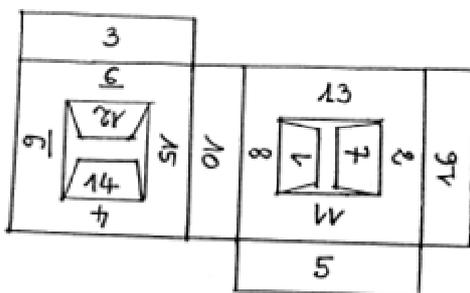
Controllo totale

Il campo della telecamera C può essere indifferentemente scelto tra gli angoli $P\hat{C}A$ e $M\hat{C}R$. Con le telecamere A, B, C solo i muri IJ, KLM, EF non sono sorvegliati. (I, E, A sono allineati come rispettivamente J, F, C e K, M, B).

La quarta telecamera può essere indifferentemente fissata sul muro IN (N, F, M sono allineati) e il suo campo deve contenere i punti E e L.



Esercizio n. 3
La cornice magica



Esercizio n. 4
Esercizio bollato

Una soluzione possibile:

1	2	5	3
5	3	4	1
4	1	2	5
2	5	3	4

Esercizio n. 5
Angolo su angolo

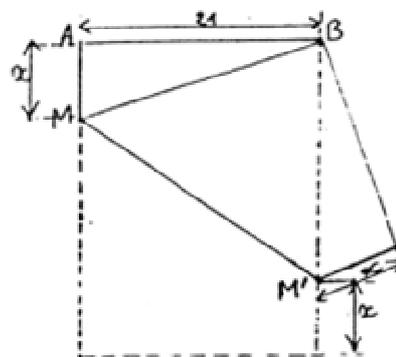
Con $x = AM$ (in cm) nel triangolo ABM si ha:

$$(21\sqrt{2} - x)^2 = 21^2 + x^2 \Rightarrow x = \frac{21\sqrt{2}}{4}$$

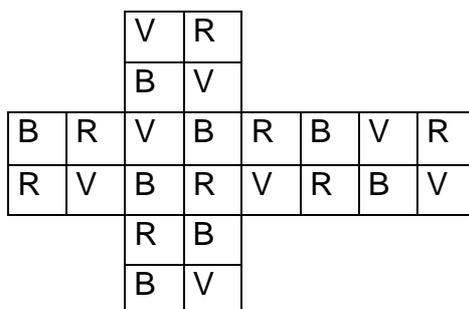
L'area del pentagono è la somma delle aree di un rettangolo di lati 21 e x e del triangolo BMM' di altezza 21 e di base $21\sqrt{2} - x$

$$21 \cdot \frac{21\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} \left(21\sqrt{2} - \frac{21\sqrt{2}}{4} \right) 21 = \frac{5}{8} 21^2 \sqrt{2}$$

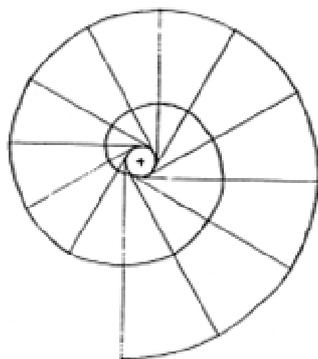
Rappresenta i $\frac{5}{8}$ dell'area del foglio.



Esercizio n. 6
Cubo policromo

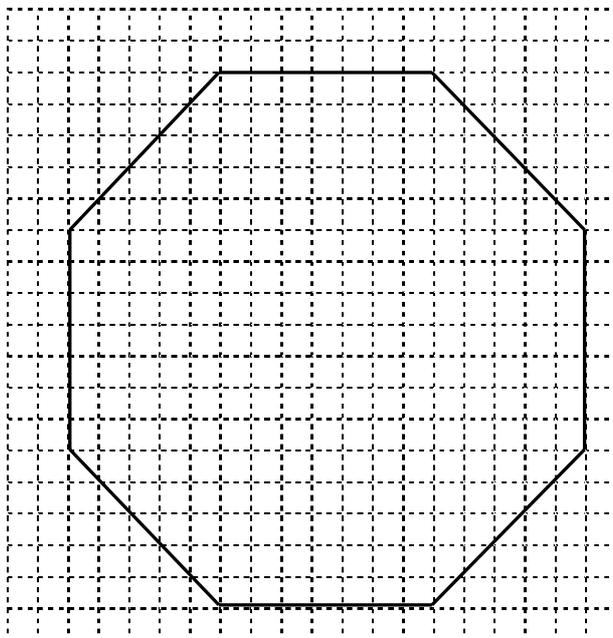


Esercizio n. 7
Cane arrotolato



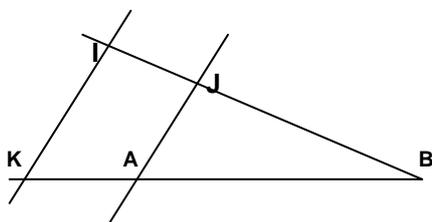
Esercizio n. 8
Strada chiodata

Se gli angoli sono uguali si può considerare che i lati non paralleli siano le diagonali di quadrati di lato intero. Se n è il lato di questo quadrato, deve essere $n\sqrt{2}$ approssimati al meglio un intero (ricordando che il lato della tavola è 20). Si trova $5\sqrt{2} \cong 7$. I lati paralleli misurano quindi 7cm e gli obliqui $5\sqrt{2}$ cm.



Esercizio n. 9
Prodotto cartesiano

- 1) Il procedimento di Cartesio è un'applicazione diretta del teorema di Talete.
Con riferimento alla figura dell'enunciato si ha per esempio:
 $BE/BC = BD/BA$, con $BA = 1$ segue $BE = BC \times BD$
- 2) Si pongano A, I, J tali che $BA = 1$, $BI = L$, $BJ = 1$ e si costruisce K in modo che le rette AJ e IK siano parallele
 $BI/BJ = BK/BA$ quindi $BK = L/1$



Esercizio n. 10**Cin cin**

Nella posizione 1 il liquido occupa un cilindro d'altezza 14cm e base di diametro 7cm privato di uno spazio di volume $x \text{ cm}^3$.

Il volume del liquido è: $V_1 = (14\pi \cdot 3,5^2 - x) \text{ cm}^3$

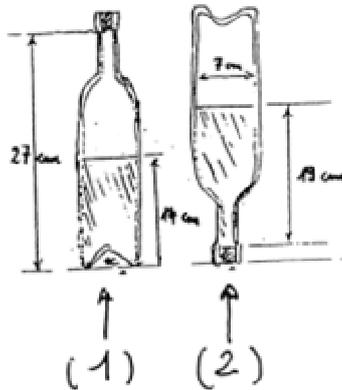
Nella posizione 2 il volume del liquido è equivalente alla capacità della bottiglia privata di un cilindro di altezza 8cm ($27\text{cm} - 19\text{cm}$) e di base un cerchio di diametro 7cm (privato sempre dello stesso spazio vuoto di volume $x \text{ cm}^3$).

Per cui $V_2 = 760 - (8\pi \cdot 3,5^2 - x) = 760 - 8\pi \cdot 3,5^2 + x$ quindi:

$$14\pi \cdot 3,5^2 - x = 760 - 8\pi \cdot 3,5^2 + x$$

$$2x = 22\pi \cdot 3,5^2 - 760 \quad x = 11\pi \cdot 3,5^2 - 380$$

$$V = 14\pi \cdot 3,5^2 - 11\pi \cdot 3,5^2 + 380 = 380 + 3\pi \cdot 3,5^2 \cong 495,45 \text{ cm}^3$$

**Esercizio n. 11****Ritorno a piedi**

Essendo i signori Rossi arrivati a casa 10 minuti prima del solito, il loro incontro ha avuto luogo 5 minuti prima dell'arrivo abituale della signora Rossi alla stazione, cioè alle ore 18 e 25 minuti.

Il signor Rossi ha pertanto camminato dalle 18h10m alle 18h25m, per 15 minuti.

Esercizio n. 12**Medie senza frontiere**

Per esempio:

	n	M	n	M	n	M
seconda	400	9	400	6	800	7,5
terza	300	8,5	100	5,5	400	7,75

\longleftrightarrow \longleftrightarrow \longleftrightarrow
 NORD SUD TOTALE

Esercizio n. 13**La sfera di cristallo**

A,B,C sono i piedi; G è il baricentro del triangolo ABC ; O è il centro della sfera.

$$AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

Nel triangolo OAG (rettangolo in G) si ha: $R^2 = (R - 2)^2 + (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow 4R = 31 \quad R = 7,75\text{cm}$

