

MATEMATICA SENZA FRONTIERE

elementi di soluzione – competizione 1994/95

Esercizio n. 1

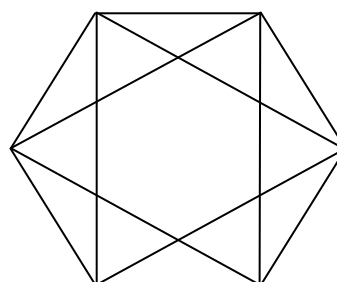
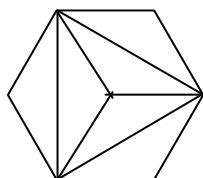
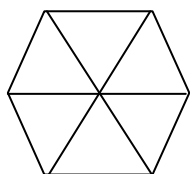
Le carte

Estraendo 16 carte, la situazione più sfavorevole é costituita da 2 assi, 2 re, ..., 2 sette.
E' sufficiente aggiungere una carta per ottenere, in ogni caso, almeno tre carte dello stesso valore.

Quindi, per essere sicuri di non sbagliarsi mai, il minor numero di carte da estrarre é 17.

Esercizio n. 2

Tre in uno



Esercizio n. 3

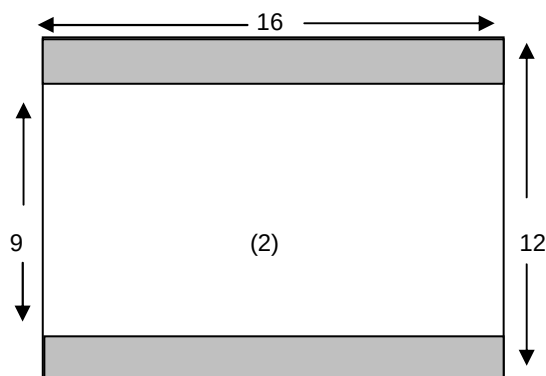
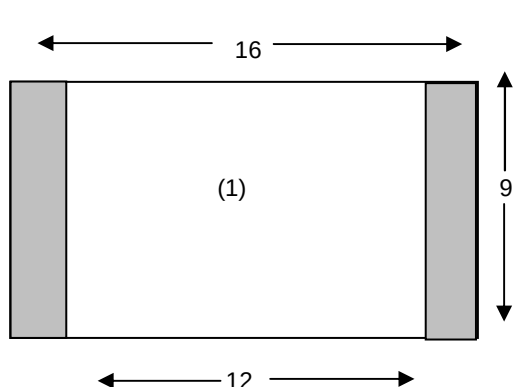
Cosa scegliere

Nel caso 1)

Si nota che $\frac{4}{3} = \frac{12}{9}$
per cui $\frac{(16-12)}{16} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

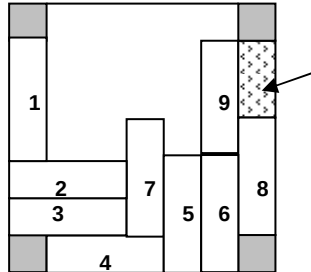
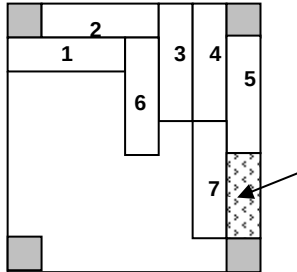
Nel caso 2)

Si nota che $\frac{4}{3} = \frac{16}{12}$
per cui $\frac{(12-9)}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$



Esercizio n. 4**Siamo in ballo**

I numeri indicano l'ordine nel quale si sono posate le lastre. Nei due casi raffigurati (che rappresentano comunque tutte le possibili combinazioni di partenza) si arriva ad una situazione di impossibilità se non si tagliano le lastre.

**Esercizio n. 5****Fronte e retro**

Siano B_1, B_2, B_3, B_4 i simmetrici di B rispetto ai bordi del foglio.

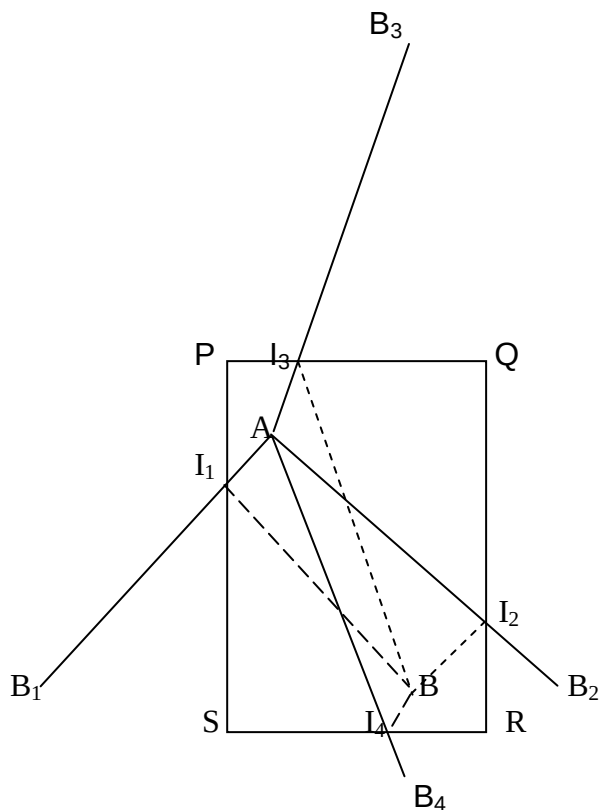
Calcolando si ha che:

$$AB_1 < AB_2 < AB_4 < AB_3$$

e quindi il percorso più breve é

$$A I_1 + I_1 B$$

$$(I_1 S = 18,9 \text{ cm})$$

**Esercizio n. 6****Al Luna-park**

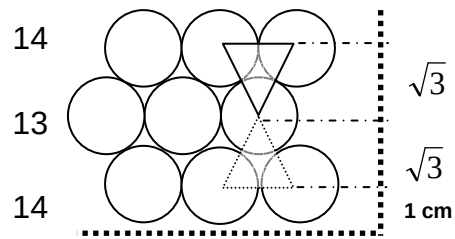
Occorre colpire i barattoli n. 4 e n. 10 per totalizzare 50 punti.

Esercizio n. 7

Una buona posizione

Nella disposizione di Paolo:

$$14 \times 14 = 196 \text{ monete}$$



Nella seconda disposizione, se n é il numero di file, occorre che: $n \leq 26/\sqrt{3} + 1$

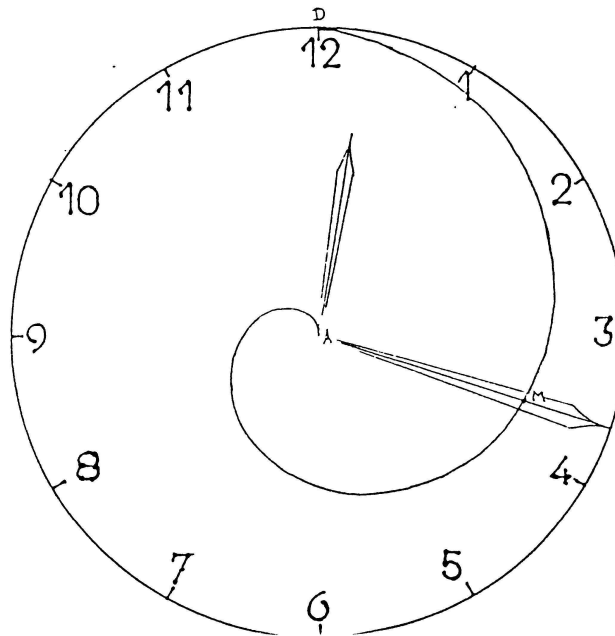
$$n \leq 16,01$$

Si possono disporre 16 file, 8 da 14 pezzi e 8 da 13 pezzi, per cui il numero totale di monete é:

$$8(14 + 13) = 216$$

Esercizio n. 8

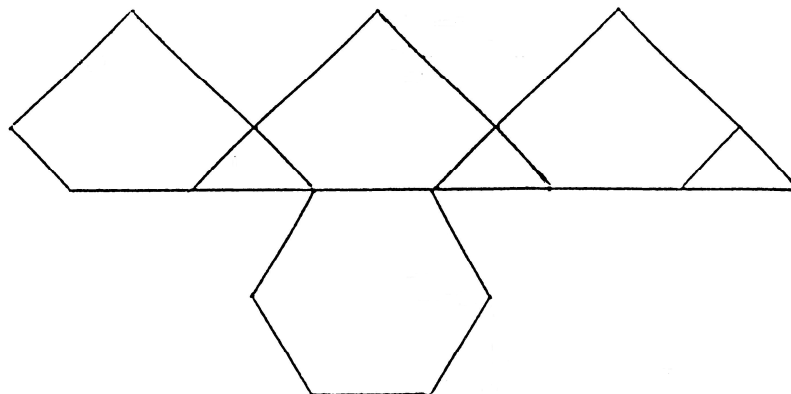
La chiocciola



Esercizio n. 9

Solo una metà

Un esempio



Esercizio n. 10**Punti al traguardo**

Congiungendo i punti con l'origine, la pendenza delle rette esprime la densità di popolazione.

L'ordine crescente risulta essere:

Spagna, Francia, Ungheria, Polonia, Svizzera, Italia, Germania

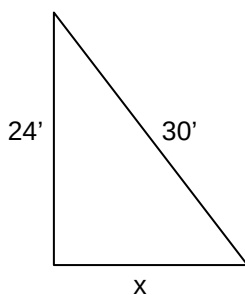
Esercizio n. 11**Cento anni di cinema**

Per $1/24$ di secondo, la ruota si trova a $360 \cdot 12 = 30^\circ$, in un secondo si trova ad avere completato due giri completi. La diligenza ha dunque percorso in un secondo

$$2\pi \cdot 1,2 \text{ m}$$

e la velocità corrispondente é

$$2\pi \cdot 1,2 \cdot 3,6 \cong 27 \text{ km/h}$$

Esercizio n. 12**BM 85 196**

Applicando il teorema di Pitagora

$$x^2 + (24')^2 = (30')^2$$

$$(30')^2 = (1/2)^2 = 1/4 = 1/4 \cdot 60' = 15'$$

$$30' - 6' = 24'$$

$$(24')^2 = (2/5)^2 = 4/25 = 4/25 \cdot 3600'' = 576'' = 9'36''$$

$$15' - 9'36'' = 14'60'' - 9'36'' = 5'24''$$

$$5'24'' = 324'' = 324/3600 = (18/60)^2 = (18')^2$$

Sul suolo la canna si é spostata di 18'

Esercizio n. 13**Intarsio**

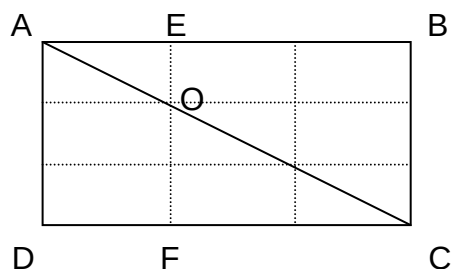
Il triangolo OFC é simile al triangolo AOE; poiché il rapporto delle aree é 4, il rapporto dei lati é 2.

Si può quadrettare il rettangolo ABCD con rettangoli di dimensioni AE e EO che hanno area 2 dm^2 .

L'area dei trapezi é:

$$\text{ADFO } 5 \text{ dm}^2$$

$$\text{EBCO } 8 \text{ dm}^2$$

**Esercizio n. 14****Percorso vita**

Sia d la distanza percorsa: camminando in un ora

correndo in mezzora

Il primo giorno Giorgio: cammina mezzora percorrendo $d/2$

corre 15' percorrendo $d/2$

in totale percorre d

Il secondo giorno Giorgio: correndo percorre $4/5d$ in 30'. $4/5 = 24'$

camminando percorre $1/5d$ in 60'. $1/5 = 12'$

in totale si allena per 36'

Esercizio n. 15**Non insabbiamoci**

Osservando il tetraedro costruito secondo le istruzioni si ha:

gli angoli ABF, DBF, DBE, ABE sono retti, per cui F, B, E sono allineati su una retta perpendicolare al piano (ABD) perché perpendicolare a due rette distinte AB e BD del piano.

Il tetraedro ADEF si decompone in due tetraedri ADBF e ADBE ($BF = BE = 8 \text{ cm}$).

$$AD = 16 \text{ cm}$$

$$AB = BD = 16/\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{L'area di ABD} = \frac{1}{2}(16/\sqrt{2})^2 = 64 \text{ cm}^2$$

Ciascuno di questi due tetraedri ha il volume di

$$\frac{1}{3} \cdot 64 \cdot 8 = \frac{512}{3} \text{ cm}^3$$

per cui il tetraedro ADEF ha volume doppio, cioè:

$$2 \cdot \frac{512}{3} = \frac{1024}{3} \cong 341 \text{ cm}^3$$