

# MATEMATICA SENZA FRONTIERE

## ELEMENTI DI SOLUZIONE

### COMPETIZIONE 19 MARZO 1992

#### Esercizio 1      L'EUROPA A VOLO D'UCCELLO

Il cammino più corto che unisce due punti ( del piano ) è il segmento che ha per estremi i due punti.  
Trascurando la curvatura della terra, possiamo notare che la distanza maggiore ( 813 km ) è uguale alla somma di tutte le altre (  $151+320+196+53+93=813$  ). Questo significa che se si va da Padova a Bruxelles passando per Costanza, Strasburgo, Sarrebruck e Lussemburgo in questo ordine, non si allunga la strada. Quindi le città sono allineate in questo ordine

P                    C    St   Sa   L                    B  
\_\_\_\_\_

Perciò la distanza da Strasburgo a Lussemburgo è  
 $93 \text{ km} + 53 \text{ km} = 146 \text{ km}$

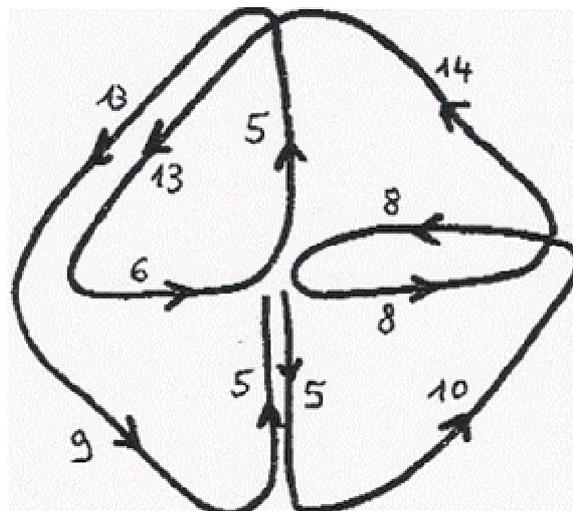
#### Esercizio 2      L'UOVO ALLA COQUE

Indichiamo con A e B rispettivamente le clessidre di 6 e 7 minuti e seguiamo questa ricetta.

1. Mettiamo a bollire l'acqua
2. Giriamo contemporaneamente A e B
3. Dopo 6 minuti la A è vuota. Giriamo la A e mettiamo l'uovo nell'acqua
4. Dopo 7 minuti la B è vuota e nella A è scesa sabbia per 1 minuto. Giriamo la A e la B
5. Dopo 8 minuti la A è vuota e in B è scesa sabbia per 1 minuto. Giriamo la B
6. Dopo 9 minuti la B è vuota e l'uovo è pronto.

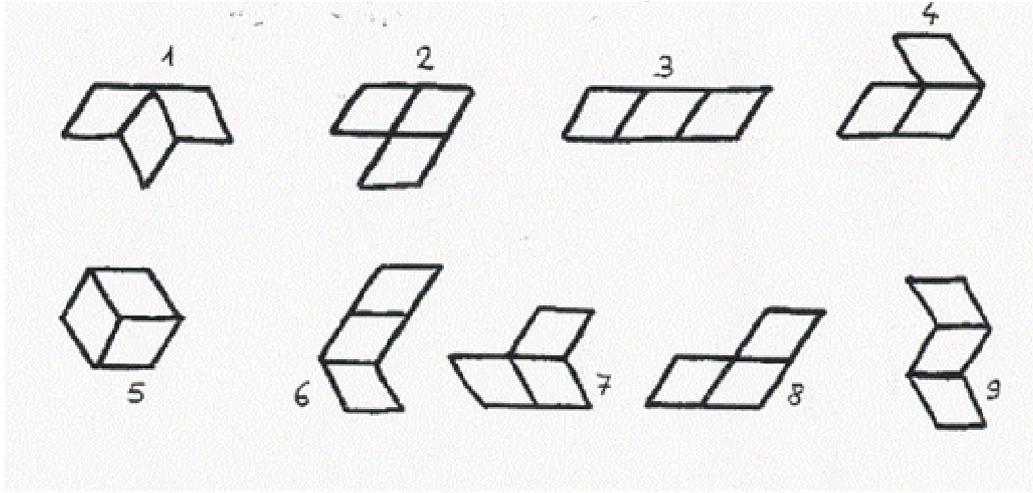
#### Esercizio 3      IN BICICLETTA

La somma totale dei percorsi è di 74 km. Mancano quindi 26 km. Poiché  $(13+5+8) \text{ km} = 26 \text{ km}$ , un possibile percorso è il seguente

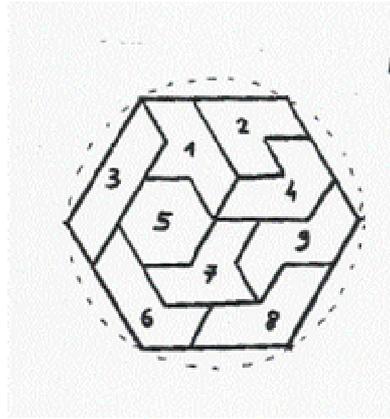


Esercizio 4      BISCOTTI A LOSANGA

Le nove forme sono le seguenti ( le forme 3,4,6,7,9 potrebbero essere ribaltate perché non presentano un asse di simmetria).



Qui sotto una soluzione del puzzle.



Esercizio 5      I TEMPI MODERNI

Su 1000 persone intervistate

700 hanno un lettore di compact disc

850 hanno il telefono.

Poiché

$$700+850=1550=1000+550,$$

deduciamo che almeno 550 persone hanno entrambi gli apparecchi.

Tra le 1000 persone intervistate 452 usano l'elaboratore.

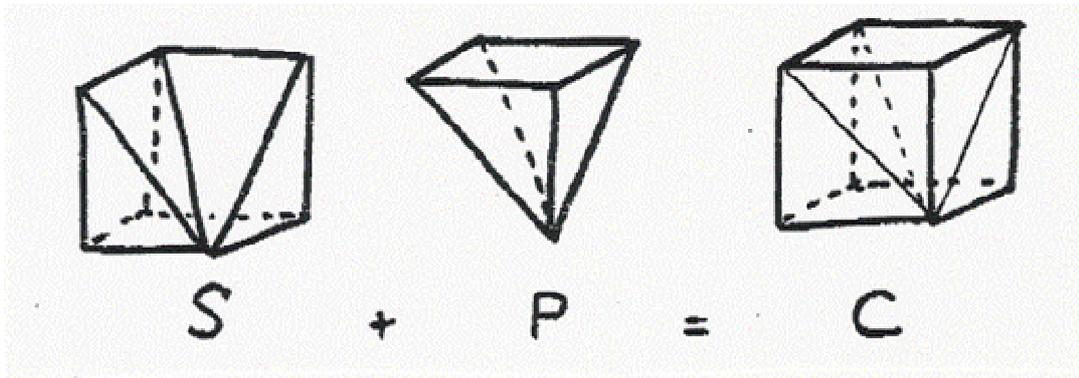
Poiché

$$550+452=1002=1000+2,$$

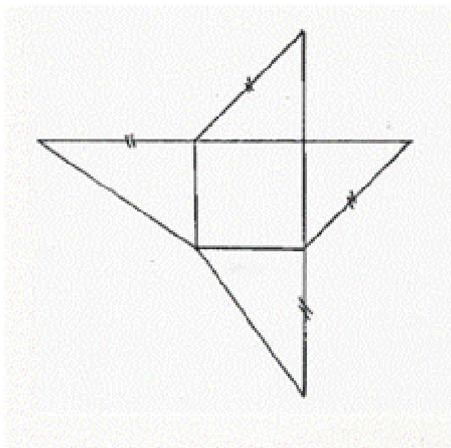
deduciamo che almeno 2 persone hanno il telefono e il lettore di compact disc e usano l'elaboratore.

Esercizio 6      COSA MANCA AL CUBO?

Si ottiene il cubo C completando il solido S con una piramide P di base quadrata.



Ecco lo sviluppo della piramide P.



Esercizio 7      LA RUOTA DELLA FORTUNA

Francesco si sbaglia.

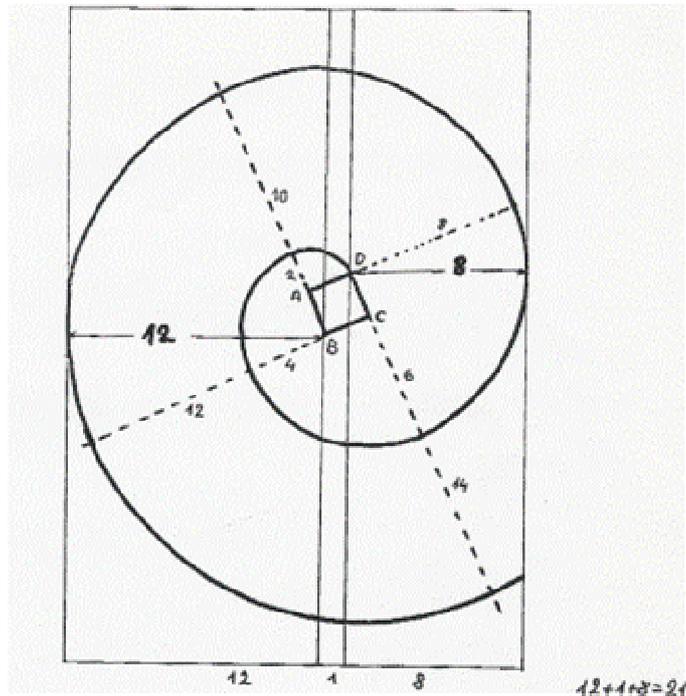
Indichiamo con F una risposta errata e con V una risposta esatta. Le 8 situazioni equiprobabili sono:

- FFF  $\Rightarrow$  eliminato
- FFV  $\Rightarrow$  eliminato
- FVF  $\Rightarrow$  eliminato
- FVV
- VFF  $\Rightarrow$  eliminato
- VFV
- VVF
- VVV

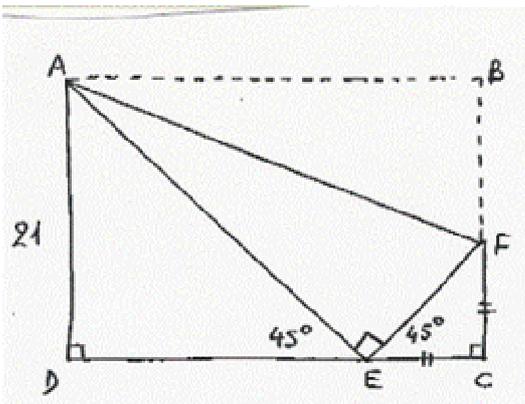
Francesco ha solo 4 possibilità su 8 di essere eliminato. La probabilità di essere eliminato è  $\frac{1}{2}$ .

Esercizio 8      LA CHIOCCIOLA

La lunghezza della spirale è massima quando D è a 8 cm dal bordo destro del foglio e B è a 12 cm dal suo bordo sinistro.



Esercizio 9      UNA PIEGA



Poiché EFC è un triangolo isoscele e rettangolo, i suoi angoli in E e in F misurano 45°.

Ora l'angolo AEF è retto, quindi l'angolo AED=(180°-(45°+90°))=45°. Il triangolo AED è perciò un triangolo rettangolo isoscele.

Si calcola AE con il teorema di Pitagora:

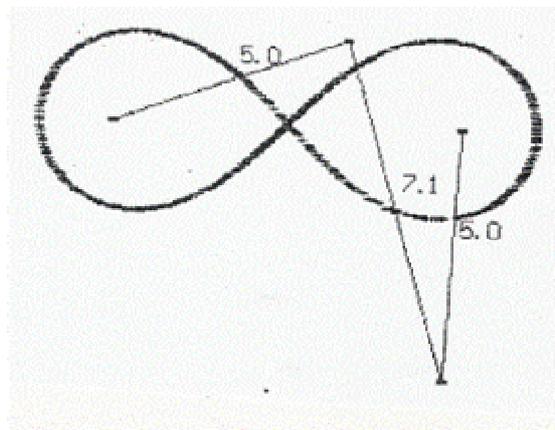
$$AE^2 = 21^2 + 21^2 = 2 \times 21^2, \text{ da cui}$$

$$AE = 21\sqrt{2}.$$

La distanza AE è uguale alla lunghezza del foglio

$$AB = 21\sqrt{2} \text{ cm} \approx 29,7 \text{ cm}$$

Esercizio 10      MECCANO





Esercizio 14      MANTENETE LE DISTANZE

I quattro aerei possono essere considerati i vertici di un tetraedro regolare avente gli spigoli uguali alla distanza tra gli aerei e altezza uguale a  
 $1000 \text{ m} - 800 \text{ m} = 200 \text{ m}$

Determiniamo l'altezza  $h$  del tetraedro in funzione del suo spigolo  $a$ .

Il punto  $G$  è il centro del triangolo equilatero della base  $ABC$ ,

$$AA' = a \sqrt{3} / 2$$

Perciò

$$AG = 2/3 AA' = 2/3 \times a \sqrt{3} / 2 = a \sqrt{3} / 3.$$

Per il teorema di Pitagora applicato al triangolo  $AGS$  abbiamo:

$$h^2 = a^2 - (a\sqrt{3}/3)^2 = a^2 - a^2/3 = 2/3 a^2,$$

da cui

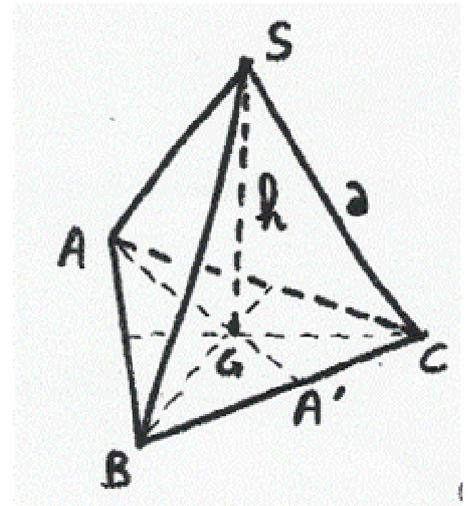
$$h = a \sqrt{2} / \sqrt{3}$$

e

$$a = h \sqrt{3} / \sqrt{2},$$

$$a = 200 \sqrt{1,5} \sim 245.$$

Perciò la distanza tra pilota e pilota è circa di 245 metri.



Esercizio 15      E' LONTANO CIPANGO?

Lunghezza totale del 38<sup>esimo</sup> parallelo Nord (in Km):

$$l = 40000 \times \cos 38^\circ.$$

Lunghezza dell'arco maggiore del parallelo da Lisbona a Sendai:

$$d = l \times 210/360 = l \times 7/12.$$

La distanza da percorrere per andare da Lisbona a Sendai seguendo il 38<sup>esimo</sup> parallelo verso ovest è:

$$d = 40000 \times (7/12) \times \cos 38^\circ \sim 18387 \text{ (km)}.$$

La stima presentata al re del Portogallo era totalmente errata. Il re del Portogallo rifiutò di sostenere il progetto di Colombo. Egli si rivolse alla regina di Spagna.

Così, nel 1492...