

# Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Competizione 26 febbraio 2019

Proposta di soluzioni

## Esercizio n. 1 (7 punti) Il biglietto vincente

Poiché le etichette non corrispondono al contenuto, ci potrebbero essere solo questi contenuti (in euro):

<b>A</b>	10 + 20	20 + 20
<b>B</b>	20 + 20	10 + 10
<b>C</b>	10 + 10	10 + 20

Se estraggo da A una sola banconota non posso dire con certezza il contenuto delle tre scatole. Se estraggo, infatti, una banconota da 10 €, posso dedurre  $A = 30$ ,  $C = 20$  e  $B = 40$  ma se estraessi 20 €, la soluzione non sarebbe determinabile. Analogamente, se estraessi da C una sola banconota e questa fosse 20 €, determinerei  $C = 30$ ,  $B = 20$ ,  $A = 40$  ma nel caso di estrazione di banconota da 10 € i contenuti risulterebbero indeterminati.

Consideriamo, invece, la scatola B. Si suppone di estrarre un biglietto da B; se questo è da 10 € si deduce che B contiene 20 €, C ne contiene 30 e A 40.

Se, invece, si estrae un biglietto da 20 €, si deduce che B contiene 40 €, di conseguenza A ne contiene 30 e C 20.

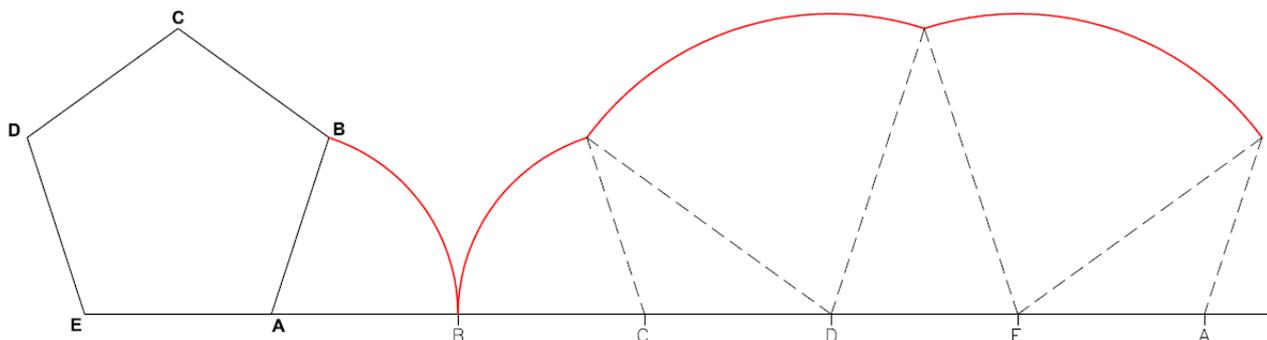
In sintesi, quindi, la scatola da scegliere non può che essere la B perché la scelta di altra scatola comporterebbe delle situazioni indeterminate.

## Esercizio n. 2 (5 punti) Buon compleanno

Effettuati molteplici tentativi ipotizzando 5 bevitori e/o multipli o intermedi fino a 63 s'individua per il primo gruppo la spesa minima di 102 euro.

Il secondo gruppo ha acquistato 100 lattine. Dopo averle bevute le riportano tutte ottenendone 20 ulteriori; vuotate queste e restituite ne recuperano altre 4 così che in totale ne avranno bevute 124.

## Esercizio n. 3 (7 punti) Dai, che ce la fai!



#### Esercizio n. 4 (5 punti) Composizione di cubi

Se si osserva che  $91 = 13 \times 7$  e  $77 = 11 \times 7$ , si deduce che, levando la faccia superiore e quella laterale, si ottiene un parallelepipedo formato da  $12 \times 11 \times 7$  cubetti (924).

Si leva ora la faccia posteriore e il parallelepipedo si riduce a uno formato da  $12 \times 11 \times 6 = 792$  cubetti. (Il parallelepipedo iniziale è composto di 1092 cubetti).

#### Esercizio n. 5 (7 punti) Pomodori bio

Si riempie il recipiente da 10 l con il decotto di equiseto e per tre volte si toglie il necessario per riempire il recipiente da 3 l che, ogni volta, viene svuotato nel bidone grande.

Ora il recipiente da 10 l contiene 1 l di decotto di equiseto, lo si travasa nel recipiente da 3 l che si riempie con l'aggiunta di decotto di ortica.

In questo modo nel recipiente da 3 l si hanno 1 l di equiseto e 2 l di ortica, si travasa il tutto nel recipiente da 10 l e, infine, si aggiunge il contenuto del recipiente da 3 l dopo averlo riempito di ortica.

A conclusione nel recipiente da 10 l c'è la miscela nelle proporzioni richieste.

#### Esercizio n. 6 (5 punti) Ecco fatto!

100	8	8	18	28	38
-----	---	---	----	----	----

Ogni altra scelta darebbe un totale superiore a 100.

#### Esercizio n. 7 (7 punti) Numeri incatenati

La catena è costruibile per tentativi e ragionamenti successivi senza l'individuazione di un algoritmo (per altro non richiesto) esprimibile formalmente che semplifichi la procedura e la generalizzi:

N	Posizione	Procedura
171	24	Identificazione tra <b>17</b> e <b>18</b>
321	287	Identificazione tra <b>132</b> e <b>133</b>
2019	6 572	Identificazione tra <b>1 920</b> e <b>1921</b> . Da 0 a 9: 10 cifre da 10 a 99: 90 numeri di 2 cifre quindi 180 cifre da 100 a 999: $900 \times 3 = 2 700$ cifre da 1 000 a 1 919: $920 \times 4 = 3 680$ cifre. Si devono, infine, aggiungere le cifre 1 e 9 del 1920 per un totale di <b>6 572</b> "posizioni".

#### Esercizio n. 8 (5 punti) Tenda medioevale

Dalla figura si deduce che il raggio del cerchio di base misura 30 nell'unità arbitraria considerata, per cui la misura della circonferenza è  $2\pi \cdot 30 \approx 188,496$  che si può considerare valore approssimato di  $188 + \frac{4}{7}$ ; questo valore corrisponde, pertanto, alla misura della circonferenza di base della tenda.

**Approfondimento:** i due valori possono considerarsi approssimati nell'intervallo del valore di  $\frac{1}{7} \approx 0,14$

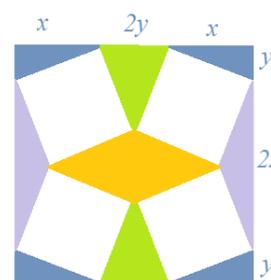
#### Esercizio n. 9 (7 punti) Quadratum

Si può affrontare per tentativi a partire dalla messa negli angoli dei 4 quadrati, ma si evince subito che lo spazio rimanente non è riempibile con gli altri pezzi per cui il primo tentativo positivo è la collocazione dei 4 triangoli rettangoli nei 4 angoli retti.

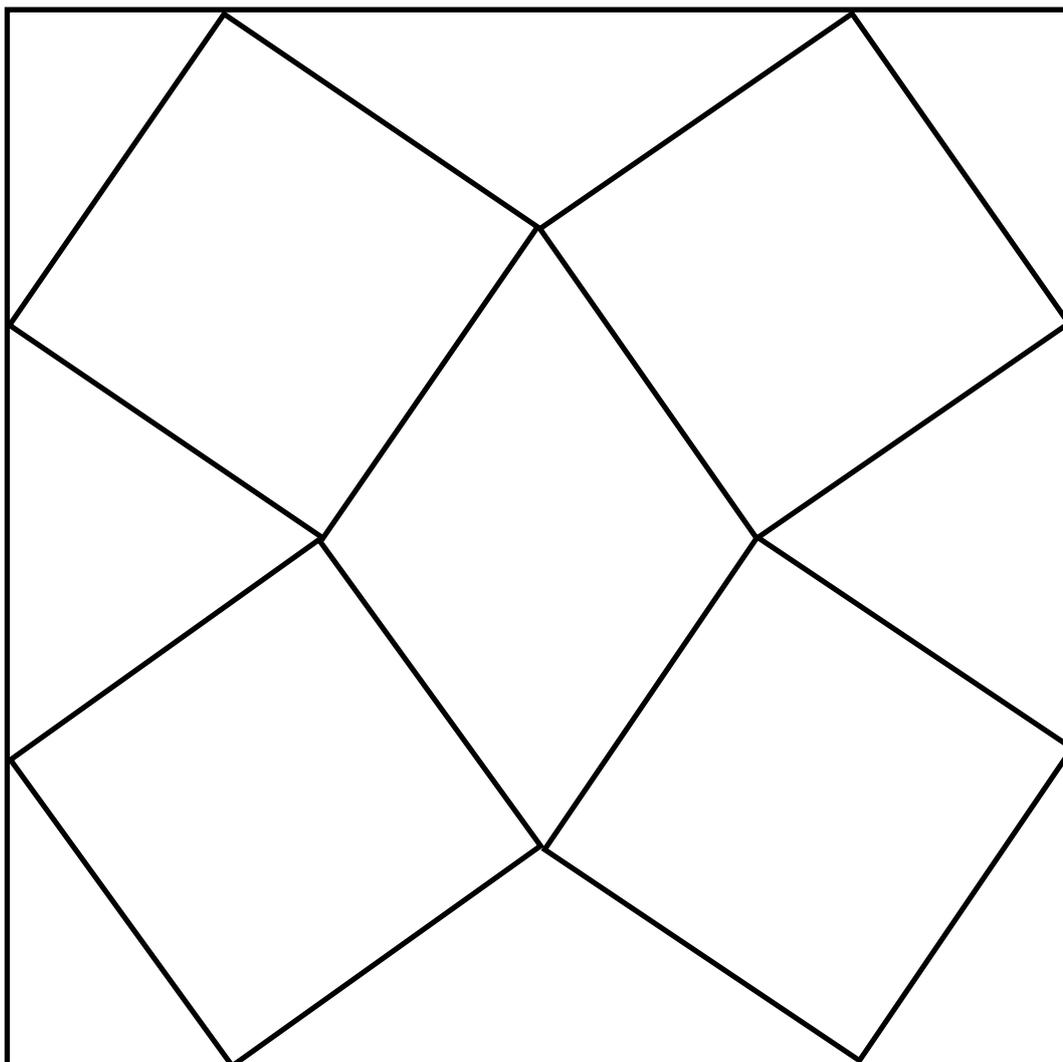
Ruotando i quadrati negli angoli per collocare i triangoli rettangoli si riescono a collocare tutti i pezzi:

$$2x + 2y = 70 \text{ cm e } x^2 + y^2 = 625 \text{ cm}^2$$
$$\text{impongono } x + y = 35 \text{ cm e } xy = 300 \text{ cm}^2$$

Le uniche soluzioni sono  $x = 15 \text{ cm}$  e  $y = 20 \text{ cm}$  (o viceversa) che forniscono la stessa figura con una rotazione di  $90^\circ$  circa.

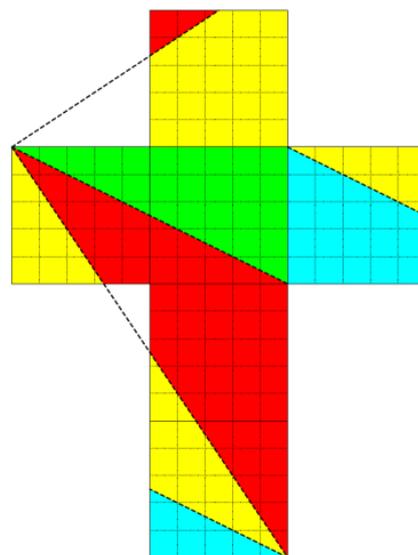


Gli studenti procedendo per tentativi possono inscrivere un quadrato di lato 25 cm in un quadrato di 35 cm, considerando che i vertici del quadrato minore devono trovarsi sui lati del quadrato maggiore.



**Esercizio n. 10** (10 punti) **Uno strano tetraedro**

La faccia verde e quella azzurra misurano ciascuna  $25 \text{ cm}^2$ .  
 Quella rossa e quella gialla  $50 \text{ cm}^2$ .



## Speciale terze

### Esercizio n.11 (5 punti) Scala mobile

Giovanni guadagna 2 secondi rispetto a Delfina salendo 4 gradini di più. Un gradino impiega 0,5 secondi per rimpiazzare il precedente.

Se  $n$  è il numero di scalini visibili

$$0,5(n - 20) = 10 \text{ da cui } n = 40 \text{ (per Giovanni)}$$

$$0,5(n - 16) = 12 \text{ da cui } n = 40 \text{ (per Delfina)}$$

Oppure si può risolvere il quesito ricorrendo al concetto di velocità.

Si può considerare l'espressione della velocità come numero di scalini al secondo:  $\Delta n = v \Delta t$

$$\text{per cui } \Delta n = (v_s + v_G) \Delta t_G \text{ e anche } \Delta n = (v_s + v_D) \Delta t_D$$

dove  $v_s$  è la velocità della scala mobile,  $v_G$  la velocità di Giovanni e  $v_D$  la velocità di Delfina.

Sostituendo i dati del problema, si ottiene  $\Delta n = v \cdot 10 + 20$  e anche  $\Delta n = v \cdot 12 + 16$  da cui  $\Delta n = 40$ .

### Esercizio n. 12 (7 punti) L'acquario basculante

Detta BC la base minore del trapezio ABCD si ha  $BC = EC - EB = (40 - 25) \text{ cm} = 15 \text{ cm}$

Area trapezio ABCD

$$\frac{1}{2} (40 + 15) \times 25 \text{ cm}^2 = 687,5 \text{ cm}^2$$

Volume di acqua contenuta in parallelepipedo piegato  $(687,5 \times 50) \text{ cm}^3 = 34\,375 \text{ cm}^3$

Area base parallelepipedo  $(50 \times 25) \text{ cm}^2 = 1\,250 \text{ cm}^2$

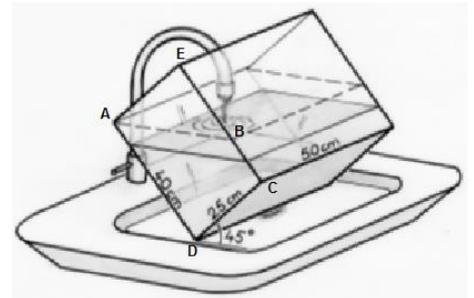
Altezza acqua nel parallelepipedo raddrizzato  $h = (34\,375 / 1\,250) \text{ cm} = 27,5 \text{ cm}$

Altra soluzione:

$$V_{\text{parall}} = 40 \cdot 30 \cdot 25 = 50\,000 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{prisma}} = \frac{25^2}{2} \cdot 50 \text{ per cui } \Delta V = (50\,000 - 15\,625) \text{ cm}^3 = 34\,375 \text{ cm}^3$$

e analogamente si ricava  $h = 27,5 \text{ cm}$ .



### Esercizio n. 13 (10 punti) Quadrilatero

I triangoli CGI e GDI sono equivalenti (basi congruenti e stessa altezza); s'indica con  $x$  la loro area.

Analogamente per le altre coppie di triangoli equivalenti.

Si ha:

$$x + y = 175$$

$$y + z = 115$$

$$z + t = 165$$

Sommando si ottiene:

$$x + 2y + 2z + t = 455 \text{ da cui}$$

$$x + t = 455 - 2(y + z)$$

$$\text{quindi } x + t = 455 - 230$$

$$x + t = 225$$

L'area del quadrilatero IGDH misura  $225 \text{ cm}^2$ .

