Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Competizione 7 marzo 2017

Proposta di soluzione

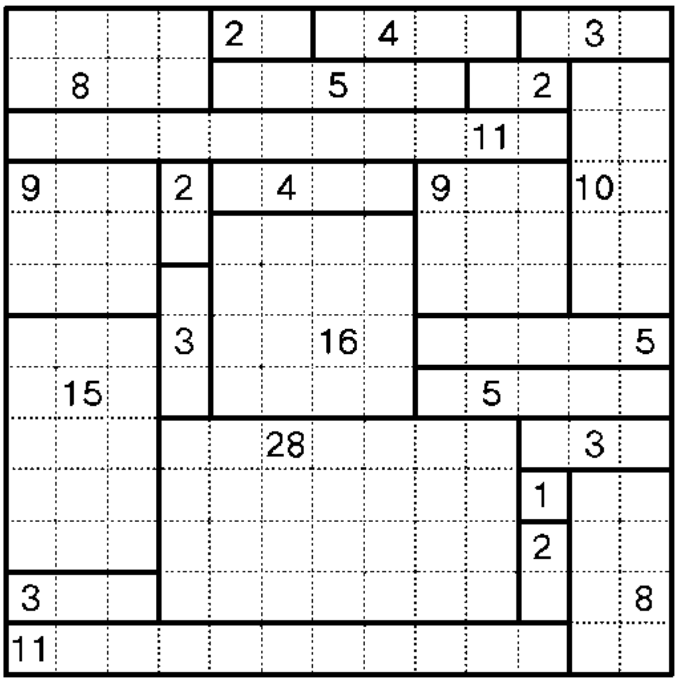
Esercizio n. 1 (7 punti) **Tutti seduti**

Se n è il numero di sedie per fila, 9n è il numero totale di sedie.

Nella prima conferenza ne sono occupate i 2/3, cioè 6n e nella seconda sono previste come presenze 3/4 cioè 4,5 file occupate.
Bisognerà, quindi, lasciare 5 file di sedie nella sala affinché tutti i partecipanti possano essere seduti durante la seconda conferenza.

Attenzione: la risposta alla domanda in inglese sarà che si devono togliere 4 file.

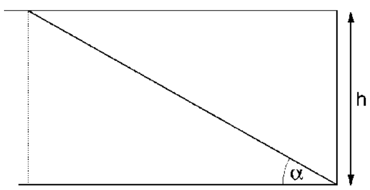
Esercizio n. 2 (5 punti) **Shikaku**



Aiuta osservare che la casella 1 è già definita e che a 11 deve corrispondere un lungo rettangolo orizzontale…..poi continuare riflettendo su 8 in basso a destra e così via.

Esercizio n. 3 (7 punti) **Gira gira**

Posizionate due ghirlande su colonne della stessa altezza in modo da mantenere gli avvolgimenti paralleli, cioè con lo stesso angolo rispetto al piano orizzontale, s'individua che la lunghezza è uguale.



Se si sviluppano le due ghirlande nelle condizioni suddette si verifica che, a prescindere dal diametro delle colonne, la lunghezza è uguale; ciò che cambia è il numero di giri.

Esercizio n. 4 (5 punti) **Sagrada Familia**

Il fatto che la somma dei numeri scritti nelle caselle delle righe e delle colonne sia costante determina già due possibilità.

Altre possibilità derivano dall'invarianza della somma dei numeri scritti nelle caselle delle diagonali; facilmente s'individuano i quattro quadrati a ciascun angolo e la considerazione della somma 33 dei numeri scritti nelle quattro caselle centrali facilita l'individuazione di altre composizioni.

A lato sono riportate alcune composizioni possibili.

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

Esercizio n. 5 (7 punti) **Sicuri anche nella finzione**

L'automobile percorre 7,20 m (pari a 2,50 m + 4,70 m) mentre l'autocarro percorre 18 m (pari a 20 m – 2 m).

La velocità minima dell'automobile affinché non ci sia incidente deve, quindi, essere:

$$\frac{7{,}20\ \text{m}}{v} = \frac{18\ \text{m}}{80\ \text{km/h}} \qquad \boldsymbol{v = 32\ \text{km/h}}$$

Esercizio n. 6 (5 punti) **Calcoli di Simone**

Si applica l'algoritmo e si determina la successione: 3,2; 0,9; 8,1; 6,3; 2,7; 4,5; 0,9.
Si osserva che a partire da 0,9 i numeri si ripetono di 5 in 5.
Per il 38esimo numero della lista s'individua che è come il terzo, cioè **8,1**; per il 2 017esimo….come il secondo, cioè **0,9**.

Esercizio n. 7 (7 punti) **Cubottaedro**

Il numero totale delle facce è 6 + 8 = 14 (***f***).
Per il calcolo degli spigoli si contano solo quelli delle facce quadrate perché sono comuni a quelle triangolari, cioè 6 x 4 = 24 (***s***).
I vertici del cubottaedro sono tutti posizionati nel punto medio d'uno spigolo del cubo e ogni punto medio dello spigolo del cubo è vertice del cubottaedro per cui il loro numero è pari a quello dei spigoli del cubo e, cioè, 12 (***v***).

Dato che 14 + 12 – 24 = 2 la relazione di Eulero ***f*** + ***v*** – ***s*** = **2** è verificata.
Per il calcolo del volume, la figura suggerisce di calcolare prima quello del cubo da cui sottrarre il volume degli 8 ottaedri uguali tagliati negli angoli:

$$V = c^3 - 8 \times \frac{1}{3}\left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2} \times \frac{c}{2}\right) \times \frac{c}{2}\right]$$

da cui si ricava **V = 5/6 c^3**

Esercizio n 8 (5 punti) **Numeri al vertice**

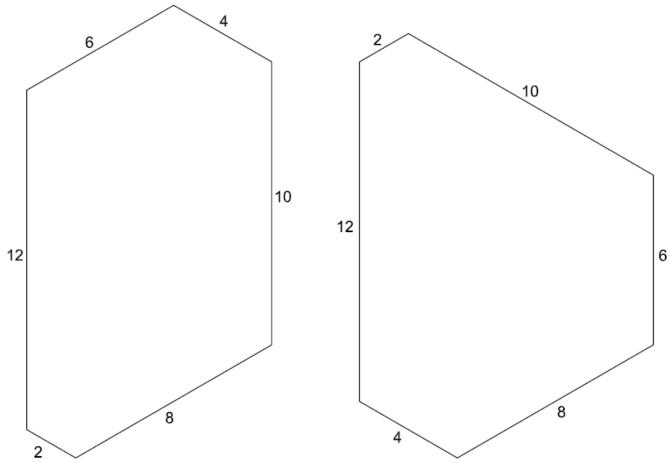
I valori attribuiti ai vertici del tetraedro corrispondono rispettivamente a:

abc, *bcd*, *abd*, *acd.*

Il prodotto di questi 4 valori è pari a $(abcd)^3$; dal testo si ricava l'uguaglianza con 27 000 che è pari a 30^3.

Si deduce, quindi, che *abcd* = 30 e, poiché 30 = 1 x 2 x 3 x 5, i quattro numeri cercati sono **1, 2**, **3**, **5**.

Esercizio n. 9 (7 punti) **Soffiate le bolle!**

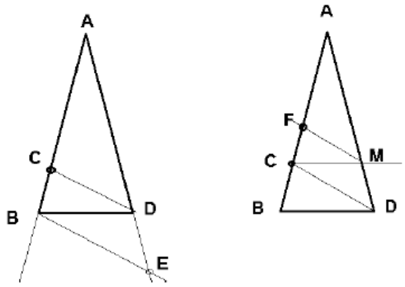


Si riflette sul fatto che due lati opposti dell'esagono, essendo gli angoli di 120°, sono sempre paralleli.

A lato le due soluzioni possibili.

Si noti che la costruzione sarebbe facilitata se riprodotta su carta "triangolare" (non però accessibile durante la competizione).

Esercizio n. 10 (10 punti**)** **W Talete!**



Nel triangolo ABE applicando il teorema di Talete si ha:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

Poiché **AB** = **AD** = 1 dm si ottiene che:

$$\frac{1\ dm^2}{\mathbf{AC}} = \mathbf{AE}$$

Se si effettua la seconda costruzione, si osserva che AM = AC e applicando il teorema di Talete si ottiene:

$$\frac{AF}{AC} = \frac{AM}{AD}$$

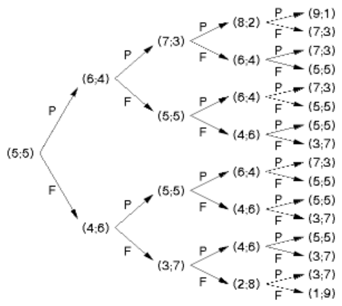
$$\frac{AF}{AC} = \frac{AC}{1}$$

da cui **AF · 1 dm^2** = **AC^2 dm^2**

Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) **Testa o croce**

Con la rappresentazione a albero sottostante si raffigurano i casi possibili in cui con P è indicata la vittoria di Piera e con F di Francesco:



Si rileva, così, che Francesco ha 5 possibilità su 16 di ottenere più cioccolatini di Piera, cioè la sua probabilità di vittoria è: **P = 5/16** **P ≈ 31%.**

.

Si potrebbe ragionare anche considerando tutti i 16 possibili risultati delle quattro partite:

TTTT – CTTT – TCTT – TTCT – TTTC quindi la probabilità di vittoria di Francesco è **5/16**

(Passaggio non richiesto) CCCC – TCCC – CTCC – CCTC – CCCT probabilità di vittoria di Piera: 5/16

(Passaggio non richiesto) CCTT – TTCC – CTTC – TCCT – CTCT – TCTC probabilità di pareggio: 6/16

Esercizio n. 12 (7 punti) **Prodotto speciale**

Si considera la scomposizione di 200!. E' unica e comprende più fattori 2 che 5 perché comprende più numeri interi pari che multipli di 5 inferiori a 200. Per ottenere un fattore 10 occorre raggruppare un 2 e un 5. Poiché i fattori 2 sono più numerosi, è sufficiente contare i 5.

Ci sono 40 multipli di 5 inferiori o uguali a 200, ma i multipli di 25 comprendono due fattori 5 e sono 8.

C'è tra essi 125 che comprende 3 fattori 5; di fattori 5 ce ne sono, quindi, 40 + 8 + 1 = 49.

Possono, quindi, essere raggruppati 49 volte un fattore 2 e un fattore 5 e, pertanto, il numero degli zero che terminano la scrittura decimale di 200! è **49**.

Esercizio n. 13 (10 punti) **Lotti liberi**

$A_1 = 12 \times 28$ $A_1 = \mathbf{336\ m^2}$

$$\frac{615+519+270}{27} = \frac{336+644+A}{28}$$

$\mathbf{A_2 = 476\ m^2}$

Per calcolare A_3

$$\begin{cases} A + 720 = 40x \\ \dfrac{A+420}{x} = \dfrac{600}{20} \end{cases}$$

da cui x = 30 m e $\mathbf{A_3 = 480\ m^2}$

In conclusione nessuno dei tre terreni corrisponde alle esigenze di Mehdi essendo inferiori come superficie a 500 m^2.