Mathématiques SANS Frontières

Ufficio Scolastico per la Lombardia

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Competizione 11 Marzo 2014

Proposta di soluzione

Esercizio n. 1 (7 punti) **Domande essenziali**

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.

Le domande essenziali sono tre; tra le numerose possibilità:

1) il risultato del lancio è un numero minore o uguale a 3?
2) è pari?
3) è divisibile per 3?

Questa lista di domande permette attraverso le risposte di identificare il risultato del lancio come è verificabile costruendo una tabella di possibilità o una ramificazione ad albero delle possibilità.

Esercizio n. 2 (5 punti) **Equilibrio**

Dato che i cubetti sono dello stesso materiale possiamo confrontare i volumi anziché i pesi.

$V_1= 8^3$ cm ^{3} $V_2= 12^3$ cm ^{3} e il loro m.c.m. = $2^9 3^3$

da cui

$n_1 = (2^9 3^3):8^3$ $n_1 =$ **27** $n_2 = (2^9 3^3):12^3$ $n_2 =$ **8**

. **Esercizio n. 3** (7 punti) **Che seccatura queste mele!**

Consideriamo l'acqua iniziale contenuta

80%*5= 4 kg ➔ la massa della parte secca è 1 kg

Dopo l'evaporazione del 60% la parte secca di 1 kg costituisce il 40% della massa totale.

$\frac{1kg}{40}100$ = 2,5 kg

Pertanto la massa finale delle mele seccate è di 2,5 kg

Esercizio n. 4 (5 punti) Buon appetito

Giorno	Volume in cm^3 di quanto resta	Volume in cm^3 di quanto mangia
1	$9^3=729$	1 000 – 729 = 271
2	$8^3=512$	729-512 = 217
3	$7^3=343$	512-343 = 169
4	$6^3=216$	343-216 = 127
5	$5^3=125$	216-125 = 91
6	$4^3=64$	125-64 = 61
7	$3^3=27$	64-27 = 37
8	$2^3=8$	27-8 = 19
9	$1^3=1$	8-1 = 7
10	0	1

Esercizio n. 5 (7 punti) Curiosity!

Se Phobos potesse nascondere completamente il Sole, il suo diametro si potrebbe calcolare applicando il teorema di Talete:

$$\frac{D}{1{,}4\times10^6}=\frac{6\,000}{2{,}4\times10^8}$$

D =35 km.

Con una misura attenta si può ottenere un intervallo di diametri per Phobos e, pertanto, considerando il valore medio ottenere rapporti **r** diversi, accettabili se il processo di ragionamento risulta essere coerente.

Se, ad esempio, 0,42 ≤ **r** ≤ 0,62

D = 35 **r**

Un altro approccio è, ad esempio, quello di calcolare già approssimati separatamente i due diametri nell'ipotesi di una "sfera deformata", denominata nel testo "patata".

Esercizio n. 6 (5 punti) Il valore della vittoria

Ha sbagliato la risposta del numero 2 su 63 quesiti.

La prima somma dei punti che supera 2014 è quella costituita da 63 addendi

(1+63) · 63 : 2 = 2016 $\qquad$ $2014 < S_{63}$ $\qquad$ $S_{63} = 2016$

2014 = 2016 - 2

Esercizio n. 7 (7 punti) Squadra tuttofare

Molte sono le soluzioni e fondamentale la giustificazione.

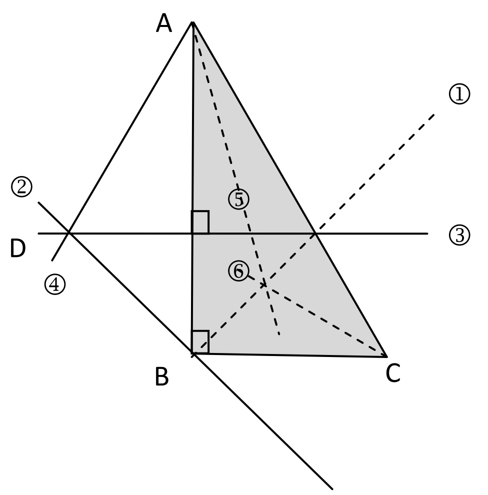
Ecco una costruzione possibile:

La bisettrice dell'angolo retto è immediata da costruire.①.

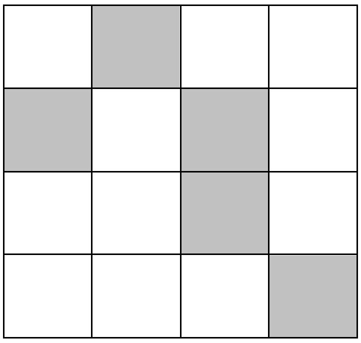
Le tappe ②, ③ e ④ permettono di costruire il simmetrico dell'angolo BÂC rispetto a AB.

⑤ Si traccia un angolo di 45° di vertice A sul lato AD.
Si ottiene la bisettrice che trae origine dal vertice A.

Tenendo presente che le tre bisettrici di un triangolo sono concorrenti, si può tracciare la terza bisettrice che trae origine dal vertice C, tappa ⑥.

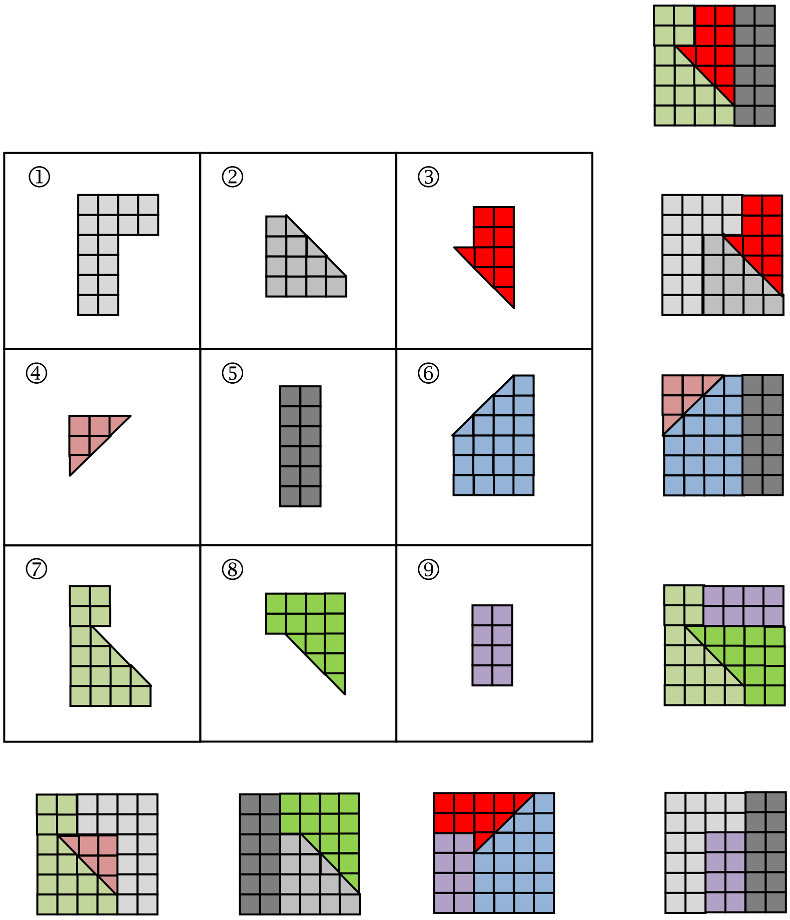


Esercizio n. 8 (5 punti) **Grigio intrigante**



Esercizio n. 9 (7 punti) **Quadro geometrico magico**

S'inizia assemblando le due figure sulla riga (o sulla colonna) e si evidenzia nella casella vuota la parte mancante per ottenere il quadrato; si prosegue analogamente operando sulla colonna (o sulla riga) e quindi si completa la diagonale e, infine, si ottiene il quadrato magico qui sotto riprodotto:



Esercizio n. 10 (10 punti) Giri di squadra

I volumi sono:

- quando la squadra ruota attorno all'ipotenusa si hanno due coni uniti per la base

  misura del raggio = (12 · 16) **:** 20 cm = 9,6 cm
  pari all'altezza relativa all'ipotenusa

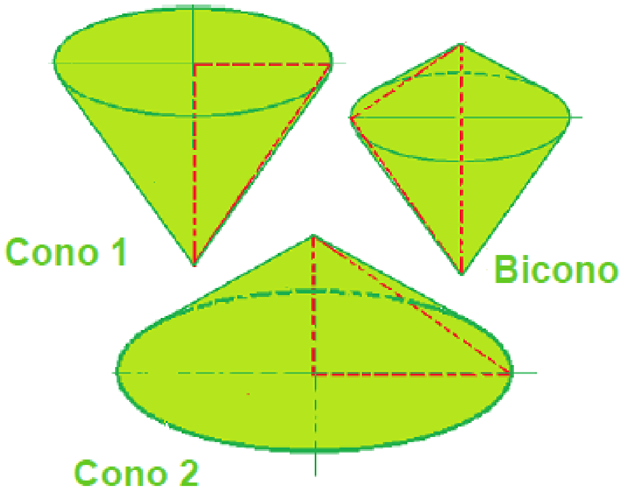
$V_{bicono}= \pi\ (9,6^2 \cdot 20) : 3\ cm^3$

- quando la squadra ruota attorno al cateto minore si ha un cono di altezza 12 cm e raggio 16 cm

$V_2= \pi\ (16^2 \cdot 12) : 3\ cm^3$

- quando la squadra ruota attorno al cateto maggiore si ha un cono di altezza 16 cm e raggio 12 cm

$V_1=\pi\ (12^2 \cdot 16) : 3\ cm^3$ **Luca ha, pertanto, torto**



Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) L'orda degli uno

L'esercizio fa riferimento alla divisione euclidea che può essere richiamata per gli studenti: *la divisione euclidea di un numero A per un numero B (diverso da 0) consiste nella procedura che determini quante volte il numero B può essere sottratto da A fino ad ottenere un numero minore di B.*

Si ragiona per raggruppamenti: poiché 111 111 è il minore dei multipli di 7 scrivibile con tutte cifre uguali ad uno ed è composto da sei 1, si divide 2014 per 6 e si ottiene 335 con resto di 4.

Il numero composto da quattro 1 è 1 111 che diviso per 7 dà come risultato 158 con **resto 5** che è, appunto, il resto richiesto.

Esercizio n. 12 (7 punti) Ben giocato

Se si indica con $P(E_x)$ la Probabilità che si verifichi l'evento costituito dalla presenza della faccia del dado con il numero x , si può costruire la seguente tabella delle singole Probabilità

	Probabilità						
Lancio del dado	**Numero 0**	**Numero 1**	**Numero 2**	**Numero 3**	**Numero 4**	**Numero 5**	**Numero 6**
A	**1/3**				**2/3**		
B				**1**			
C			**2/3**				**1/3**
D		**1/2**				**1/2**	

e, inoltre, se si tiene presente che la Probabilità è composta, si ha che

Se	si ha che	si ha che	si ha che	allora
Giovanni lancia A	B supera A con P 1/3	C supera A con P 5/9	D supera A con P 2/3	Lena lancia C Lena lancia D
Giovanni lancia B	A supera B con P 2/3	C supera B con P 1/3	D supera B con P 1/2	Lena lancia A
Giovanni lancia C	A supera C con P 4/9	B supera C con P 2/3	D supera C con P 1/3	Lena lancia B
Giovanni lancia D	A supera D con P 1/3	B supera D con P 1/2	C supera D con P 2/3	Lena lancia C

Se consideriamo, per esempio, il primo caso si ha , infatti:

P = 2/3 ·1/3 + 1/3 · 1 **P = 5/9**

Esercizio n. 13 (10 punti) Sotto il triangolo la capra campa

La superficie che la capra può brucare si può scomporre in tre rettangoli, tre terzi di cerchio e la parte evidenziata nel triangolo.

Resterà un piccolo triangolo al centro del triangolo della rotaia. Le tre parti di cerchio possono essere raggruppate considerando un cerchio intero d'area 4π m^2.

I tre rettangoli colorati in beige all'esterno della rotaia hanno un'area che misura $3 \times 10 \times 2 = 60$ m^2.

Il quadrilatero ABCD è composto da due triangoli rettangoli sovrapponibili aventi un angolo di 30° e l'altro di 60°.

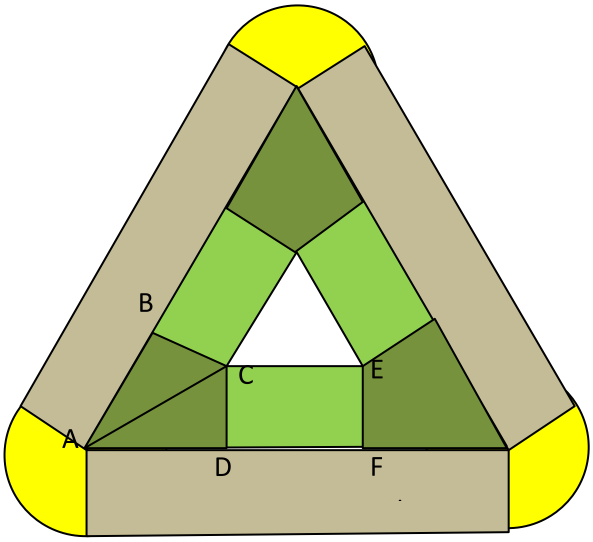
BC = 2 m e AC = 4 m.

L'area di questo quadrilatero misura, quindi, $4\sqrt{3}$ m^2.

AD = $2\sqrt{3}$ da cui DF = $10-4\sqrt{3}$ e l'area del rettangolo DCEF misura $20-8\sqrt{3}$ m^2 (pari a circa 6,14 m^2)

L'area della superficie che può essere brucata dalla capra all'interno della rotaia è allora

$3\times 4\sqrt{3}+3\left(20-8\sqrt{3}\right)=60-12\sqrt{3}$ m^2 (pari a circa 39,22 m^2).



.

La misura della superficie che può essere brucata dalla capra risulta

($4\pi+60+60-12\sqrt{3}=120+4\pi-12\sqrt{3}$) m^2.≈ **111,78 m^2**.