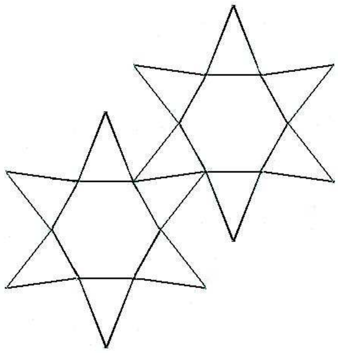
Elementi di soluzioni per una correzione della prova del 7 febbraio 2006

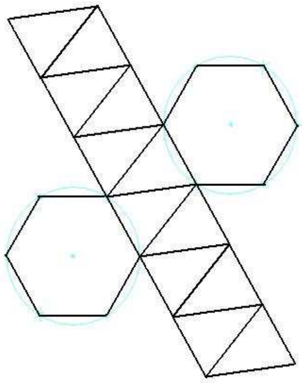
<u>Esercizio 1</u>: Pom-pom girl

Sulla figura ricomposta, si contano 12 ragazze, contro 13 sulla figura iniziale, si potrebbe pensare dunque che 13 = 12.
Un'osservazione più precisa permette di notare che ogni ragazza della 1° figura presenta un difetto: l a 1 non ha ginocchia, la 2 non ha spalle eccetera…: manca a ciascuna 1/13 della sua integrità. La risistemazione delle partiA, B e C fornisce 12 ragazze intere, da cui l'uguaglianza. Niente si perde, niente si crea!

<u>Esercizio 2</u>: Antiprisma

Ecco due sviluppi tra i possibili:





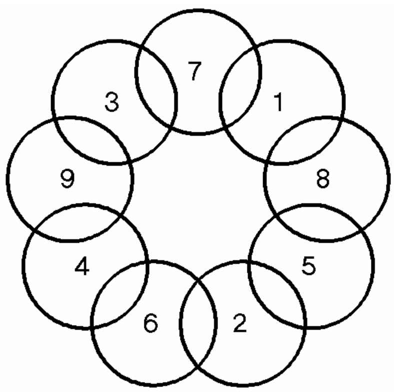
<u>Esercizio 3</u>: Il manifesto

Notando x il numero totale di animali, viene:
(x-42) + (x-32) + (x-47) + (x-44) = x
Allora 3x = 165, dunque x = 55.
Il numero di porcellini d'India è:
55-42 = 13; analogamente ci sono 23 pesci, 8 gatti e 11 cani.

Manifesto del giorno dopo:

Tutti gli animali, salvo 33, sono dei porcellini d'India.
Tutti gli animali, salvo 28, sono dei pesci.
Tutti gli animali, salvo 40, sono dei gatti.
Tutti gli animali, salvo 34, sono dei cani.

<u>Esercizio 4</u>: Visto da dietro



<u>Esercizio 5</u>: Coppie e ….. metà

Il punto di mezzo di una coppia di punti ha le coordinate intere se le ascisse e le ordinate dei due punti hanno la stessa parità.

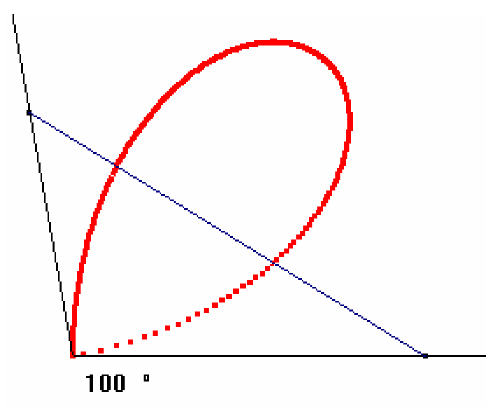
Si possono posizionare 4 punti evitando questa situazione; per esempio, indicando con P e D rispettivamente pari e dispari,: A (P;D); B (P;P); C (D;P); D (D;D), ma appena si vorrà posizionare un quinto punto, le sue coordinate apparterranno ad una di queste 4 categorie per cui il suo punto medio avrà coordinate intere

<u>Esercizio 6</u>: Il prezzo dei premi
Chiamando c il numero delle coppe, t il numero delle magliette e m il numero dei gruppi di 5 medaglie si ottiene il sistema seguente:

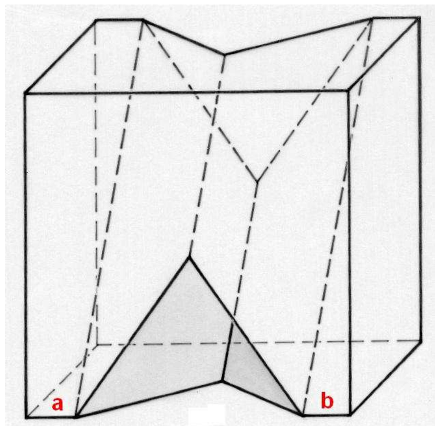
$$\begin{cases} 23c + 7t + 4m = 150 \\ c + t + 5m = 50 \end{cases}$$

Facendo variare c da 1 a 6, si giunge all'unica soluzione:
c = 3; t = 7 ; m = 8 e cioè:
$\boxed{\text{3 coppe, 7 magliette e 40 medaglie distribuite.}}$

<u>Esercizio 7</u>: Lacrima di coccodrillo



<u>Esercizio 8</u>: Piercing



$a = b \approx 15\%$ spigolo del cubo

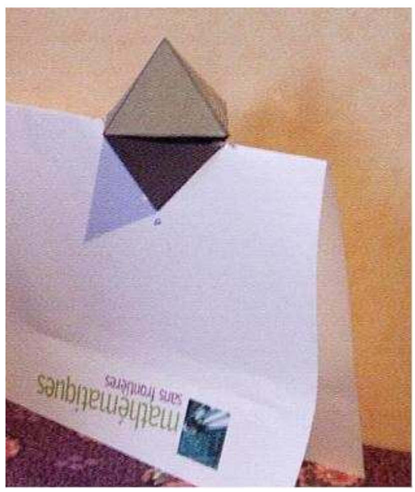
<u>Esercizio 9</u>: A livello

Siano a e b la lunghezza e larghezza della base del recipiente. Il volume dell'acqua si può calcolare:
V = 10(ab –100) o V = 20(ab-400).
Dell'uguaglianza di queste espressioni, si ottiene: ab = 700.
Il volume di acqua è di 6000 cm^3 e quindi 6 litri.
700 può essere scomposto in nove modi come prodotto di due interi, ma a e b devono essere superiori a 20 affinché sia possibile l'immersione del secondo cubo, quindi:

$\boxed{\textbf{a = 28 e b = 25}}$

(a = 35 e b = 20 potrebbe essere accettata come seconda soluzione, sebbene in questo caso il cubo grande non riesca ad entrare bene nell'acquario)

<u>Esercizio 10</u>: A cavallo!



Si ottiene un ottaedro di spigolo 5 cm.
E' costituito da due piramidi a base quadrata di lato 5 e di altezza $2{,}5\sqrt{2}$, il cui volume é

$$V = 2\times\frac{25\times 2{,}5\sqrt{2}}{3} = \frac{125\sqrt{2}}{3}$$

Il volume è di circa 59 cm^3

Speciale terze

Esercizio 11: Parola d'ordine

Il numero cercato é $\boxed{\mathbf{2^{30} = 1\ 073\ 741\ 824}}$.
Infatti, $\mathbf{2^{30}}$ é il quadrato di $\mathbf{2^{15}}$, il cubo di $\mathbf{2^{10}}$ e $\mathbf{2^{30} = (2^6)^5}$
È il solo numero compreso tra 1000 e 2 miliardi che é al tempo stesso un quadrato, un cubo e la quinta potenza di numeri interi. Non si chiede di provare questa unicità.

Esercizio 12: MatEspress

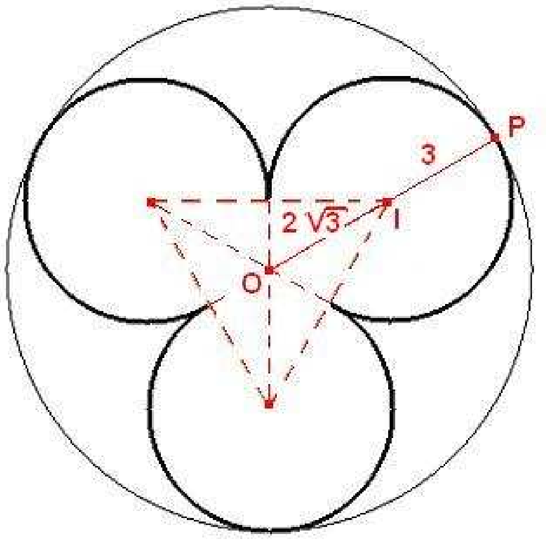
Il treno si sposta di 60 m in 2 s, quindi in 72 s percorre 2160 m.
Nel riferimento di Zoe, è il campanile che ha percorso questa distanza.

Detta d la minima distanza di Zoe dal campanile, si ha: $\frac{1}{d} = \frac{1{,}20}{2160}$

Da cui d = 1800.

Il campanile si trova a circa 1 800 m della ferrovia.

Esercizio 13: Da Budapest



I centri dei 3 cerchi piccoli formano un triangolo equilatero di lato a = 2x3 = 6.
Il centro O del cerchio circoscritto è anche baricentro ed ortocentro di questo triangolo.
Per il teorema di Pitagora, la lunghezza di una mediana di questo triangolo é:

$$\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\ .$$

O è posto ai due terzi di questa mediana, quindi:

$$OI = \frac{2}{3}3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\ .$$

Così il raggio del cerchio grande é :

$\boxed{OP = OI + IP = \mathbf{2\sqrt{3}+3\ (\approx 6{,}5\ cm)}}$.