
Elementi di soluzione per una correzione della prova 11 marzo 2004

Esercizio 1: Buongiorno !

Nessuno stringe 6 mani, non potendo salutare se stesso.

Se ognuno dei 6 stringe un numero diverso di mani, le strette di mano sarebbero allora 0, 1, 2, 3, 4, 5. Ma, colui che stringe 5 mani, stringe la mano a tutti gli altri, quindi anche a colui che ne stringe 0.

Questo è impossibile.

Esercizio 2: Centro di calcolo

Il cubo centrale presenta le facce col numero 14.

						19 5 18					
						15 25 2					
						8 12 22					
18 5 19			19 15 8			8 12 22			22 2 18		
4 21 17			17 1 24			24 7 11			11 27 4		
20 16 6			6 26 10			10 23 9			9 13 20		
						10 23 9					
						26 3 13					
						6 16 20					

Esercizio 3: Piegaedro

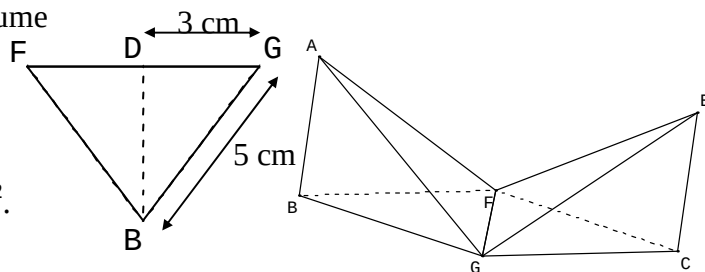
Il volume del tetraedro è uguale al doppio del volume della piramide ABFG di base FGB e di altezza $h = \frac{1}{2} AB = 3\text{cm}$.

Nel triangolo BDG, $BD = 4\text{cm}$ per il teorema di Pitagora..

L'area del triangolo FGB è allora $6 \times 4 / 2 = 12 \text{ cm}^2$.

La piramide ABFG misura $12 \times 3/3 = 12 \text{ cm}^3$.

Il volume del tetraedro è dunque 24 cm^3 .



Esercizio 4: Dolce giro

Ci sono due commensali che mangiano due pasticcini.

Sia n il numero di commensali che mangiano 3 pasticcini, risulta:

$$n \times 3 + 2 \times 2 + (10 - n - 2) \times 1 = 18$$

La soluzione è $n = 3$.

Cinque commensali mangiano un solo pasticcino, due commensali mangiano due pasticcini e tre commensali ne mangiano tre.

Esercizio 5: Splash

Siano O_1 e O_2 i centri. I triangoli $O_1 O_2 A$ e $O_1 O_2 B$ sono equilateri, l'arco minore AB rappresenta $\frac{1}{3}$ della circonferenza. V_2 fa un giro completo in 75s e V_1 fa un giro completo in 72s, da cui i tempi dei passaggi in secondi:

A1: 0 ;72 ;144 ;216 ;288 ;360 ;432 ;504 ;576 ;648

A2: 25 ;100 ;175 ;250 ;325 ;400 ;475 ;550 ;625

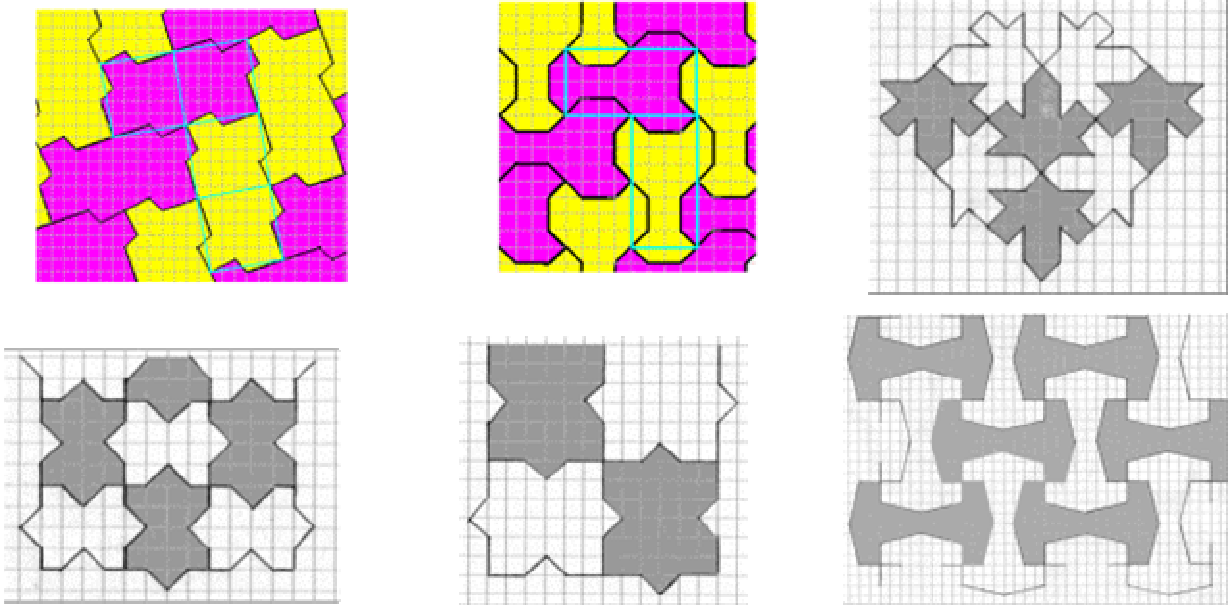
B1: 24 ;96 ; 168 ; 240 ; 312 ; 384 ; 456 ; 528 ; 600

B2 : 0 ; 75 ; 150 ; 225 ; 300 ; 375 ; 450 ; 525 ; 600

La collisione avviene in B dopo 10 min.

Esercizio 6 : Chi si somiglia si piglia...

Il pavimento proposto è del tipo posato « en bâtons brisés » di rettangoli fatti da due quadrati. Quando si modifica un lato di questi quadrati, bisogna studiare le ripercussioni alle piastrelle vicine. Ecco alcune possibili soluzioni:



Esercizio 7: Una strana curva

Metodo 1

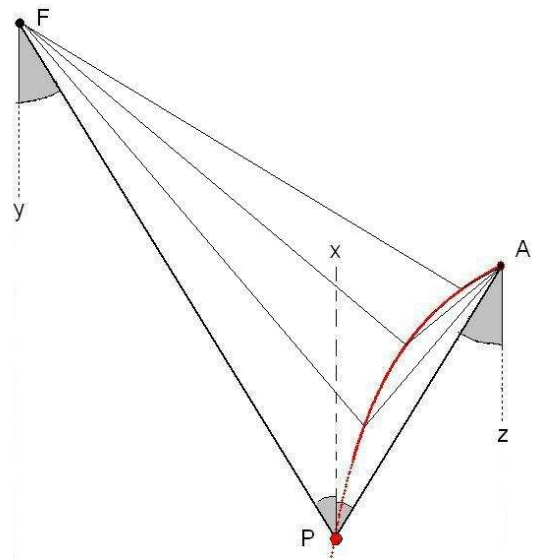
Chiamiamo [Px) la bisettrice dell'angolo FPA.

Le semirette verticali [Fy) e [Az) formano angoli alterni-interni rispettivamente con gli angoli FPx e APx che sono uguali.

Si ottengono allora delle posizioni di P tracciando coppie di angoli uguali in A ed in F con l'aiuto di un goniometro, per esempio.

Metodo 2

Le posizioni di P sono vertici di triangoli isosceli ottenuti intersecando le semirette uscenti da F con l'orizzontale uscente da A in quanto la mediana è altezza e bisettrice.



Esercizio 8: Calcolo profondo

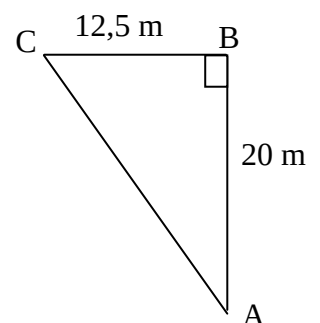
Sia B il punto situato alla stessa profondità di Carlo e sulla verticale dell'anfora. Sulla carta si confonderà con A.

L'anfora è a 45 metri di profondità e Carlo è a 25 metri dunque $AB = 20$ m. Sulla carta si misurano 2,5 cm tra i punti B e C che, nella scala 1/500, rappresentano 12,5 m.

Col teorema di Pitagora si ottiene:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 400 + 156,25 = 556,25$$

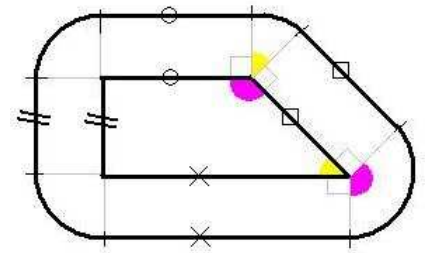
La distanza AC è circa 23,6 m



Esercizio 9: Perimetro di sicurezza :

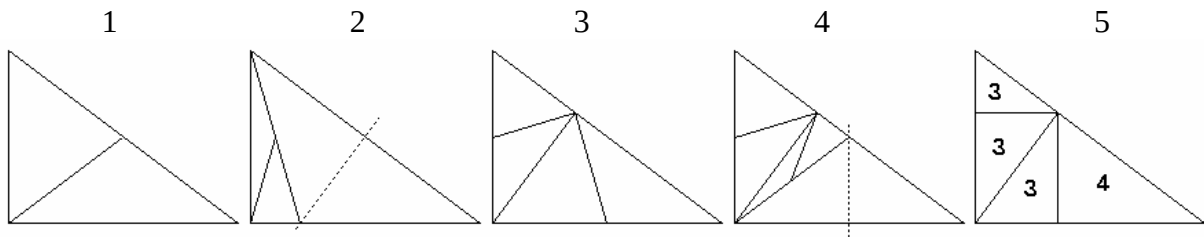
Il contorno della zona di sicurezza è costituito da segmenti di retta e archi di circonferenza. La lunghezza totale dei segmenti uguaglia il perimetro del trapezio e gli archi si completano per formare una circonferenza.

Quindi il perimetro sarà : $P = (400 + 6 \pi) \text{ m}$



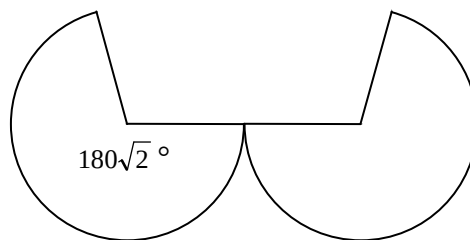
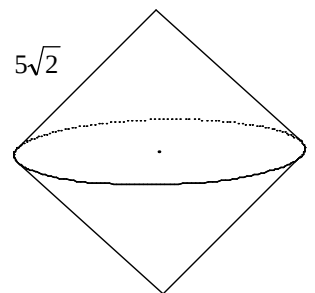
Esercizio 10: Frammenti isosceli :

- 1 . La mediana tracciata dall'angolo retto permette di suddividere il triangolo in due triangoli isosceli .
- 2 . L'asse dell'ipotenusa permette di determinare un triangolo isoscele e uno rettangolo che potrà essere diviso in due isosceli come nel caso precedente, ottenendo tre triangoli isosceli.
- 3 . L'altezza relativa all'ipotenusa permette di ottenere due triangoli rettangoli che potranno essere divisi ciascuno in due triangoli isosceli (metodo 1) ottenendo perciò in totale 4 triangoli isosceli.
- 4 . L'altezza relativa all'ipotenusa permette di ottenere due triangoli rettangoli che potranno essere suddivisi rispettivamente in 2 e 3 triangoli isosceli (usando il metodo 1 e 2); si ottiene un totale di 5 triangoli isosceli.
- 5 . Per ottenere 13 triangoli isosceli si potrà ,per esempio, dividere il triangolo in 4 triangoli rettangoli e usare poi i metodi 2 e 3 come indicato in figura 5.



Esercizio 11: Bicono

Il solido è costituito da due coni di 5 cm di raggio e 5 centimetri di altezza



La lunghezza della generatrice è $5\sqrt{2} \text{ cm}$, l'angolo al centro dello sviluppo è dunque :

$$360^\circ \times \frac{5}{5\sqrt{2}} = 180\sqrt{2}^\circ .$$

Esercizio 12: E per giunta.... evapora !

Sia S l'area in m² della superficie libera del liquido.

L'evaporazione e la perdita del rubinetto si compensano quando

0,05 S = 1/24, cioè quando S = 5/6

L'area di tale superficie è proporzionale al quadrato dell'altezza del liquido quindi:

$$\frac{S}{1} = \frac{h^2}{1,2^2} ; \frac{5}{6} = \frac{h^2}{1,2^2} ; h = 1,2 \sqrt{\frac{5}{6}} \cong 1,095m \quad \text{oppure} \quad h = \sqrt{1,2} \cong 1,095m .$$

Esercizio 13: Benvenuti

Paesi	numero di abitanti	superficie in km ²	Area della base del prisma	Lato del quadrato di base	Volume del prisma	Altezza del prisma
Cipro	800 000	9 251	0,93 cm ²	0,96 cm	8 cm ³	8,60 cm
Estonia	1 380 000	45 227	4,52 cm ²	2,13 cm	13,8 cm ³	3,05 cm
Malta	390 000	316	0,0316 cm²	0,18 cm	3,9 cm³	123,42 cm
Polonia	38 660 000	312 683	31,27 cm ²	5,59 cm	386,6 cm ³	12,36 cm
Repubblica Ceca	10 310 000	78 864	7,89 cm ²	2,81 cm	103,1 cm ³	13,07 cm

Le altezze dei prismi di Giulio forniscono la densità di popolazione.

A questo proposito, la Repubblica di Malta è a tutti gli effetti fuori norma.

