

MATEMATICA SENZA FRONTIERE

elementi di soluzione – allenamento 1997/98

Esercizio n. 1 Rivelatore di bugie

c = colomba

l = coniglio (dal francese "lapin")

Scatole:

cc		lc		ll

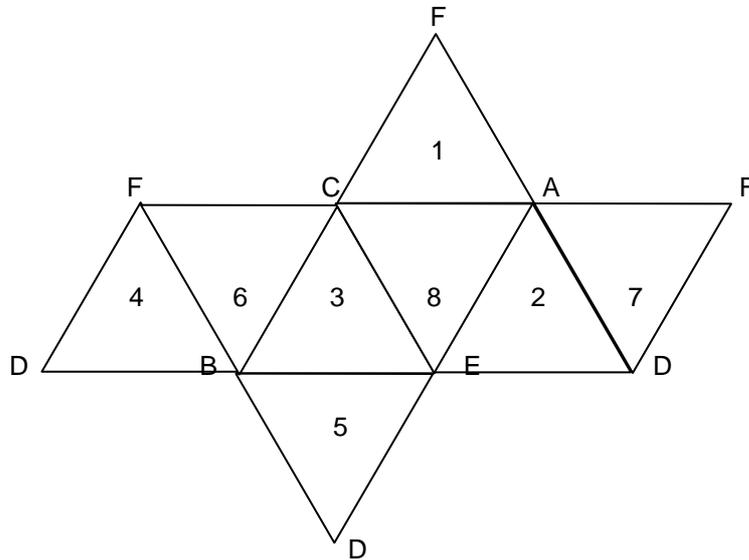
posso avere solo due casi

cl		ll		cc
ll		cc		lc

Scegliendo un animale dalla seconda scatola, determino quale dei due casi é la situazione reale.

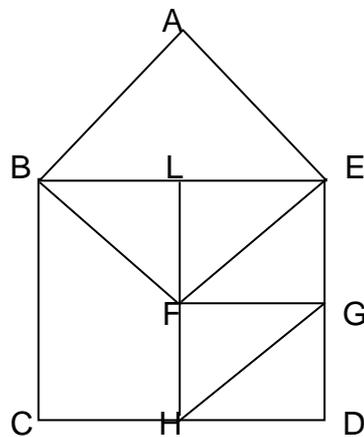
Esercizio n. 2 Platonico

A	1 2 7 8
B	3 4 5 6
C	1 3 6 8
D	2 4 5 7
E	2 3 5 8
F	1 4 6 7



Esercizio n. 3 Architettiamo un percorso

Un esempio: FBAEDCBEFGHFL



Esercizio n. 4

In parti uguali

Esempi di distribuzione delle botti:

1° persona: 2 piene + 2 vuote + 3 mezza piene

2° persona: 2 piene + 2 vuote + 3 mezza piene

3° persona: 3 piene + 3 vuote + 1 mezza piene

oppure

1° persona: 1 piena + 1 vuota + 5 mezza piene

2° persona: 3 piene + 3 vuote + 1 mezza piena

3° persona: 3 piene + 3 vuote + 1 mezza piena

Esercizio n. 5

Per primo a 20

Una possibile strategia:

Totò deve giocare in modo tale da fornire a Elena un numero dispari, finché egli ottiene 17. Dopo di che, comunque Elena giochi ($17+1=18$ e Totò giocherà 2 oppure $17+2=19$ e Totò giocherà 1), egli arriverà a 20 e potrà vincere.

Esercizio n. 6

Disegnami: sono un triangolo

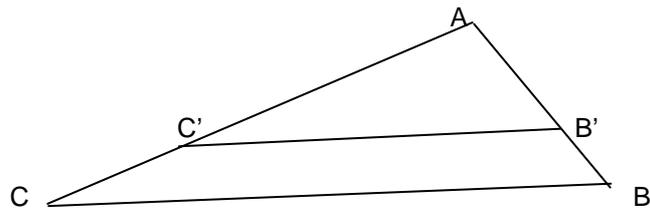
Disegnato il triangolo ABC simile a quello richiesto, ma di lato noto (es. $AB = a = 10\text{cm}$), se ne misura il perimetro ($p = 23,4\text{cm}$).

Dalla nota proporzione

$$p : p' = a : a'$$

segue:

$$AB' = a' = 6,41\text{cm}.$$



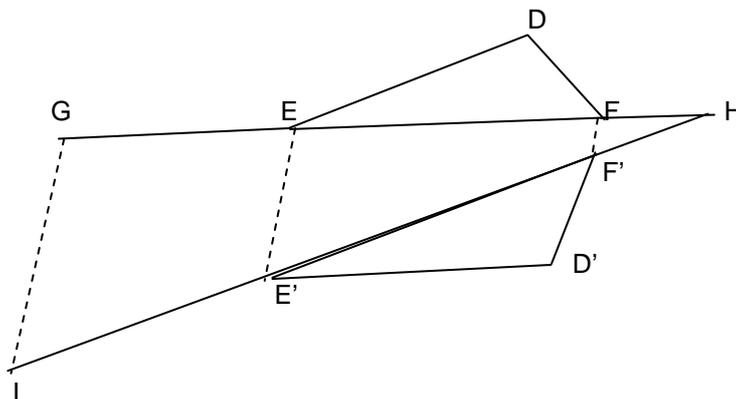
Sul lato AB, a partire da A, si porti il segmento $AB' = a'$. Da B si tracci poi la parallela a BC che interseca AC in C'; si ottiene il triangolo richiesto $AB'C'$

Una soluzione interessante si ottiene col ricorso all'omotetia.

Disegnato il triangolo DEF con gli angoli dati, si riportino sul prolungamento del lato EF i segmenti $EG = ED$ e $FH = FD$.

Da H si conduca il segmento HI di lunghezza 15cm.

Conducendo dai punti E e F le parallele a GI si ottengono i punti E' e F' che con D' (determinato per esempio come intersezione delle due circonferenze di centro E' e F' e raggio rispettivamente IE' e $F'H$) individuano il triangolo richiesto.



Esercizio n. 7

Piega e spiega

Dalla piegatura del foglio (simmetria assiale), si desume che ogni retta t è l'asse del segmento MF , per ogni punto M .

Con apertura di compasso opportuna ($> \frac{1}{2} MF$) si tracciano, con centro F e con centro M , due archi di circonferenza che si intersecano nei due punti P e Q .

La retta PQ è la traccia t della piega, asse del segmento MF

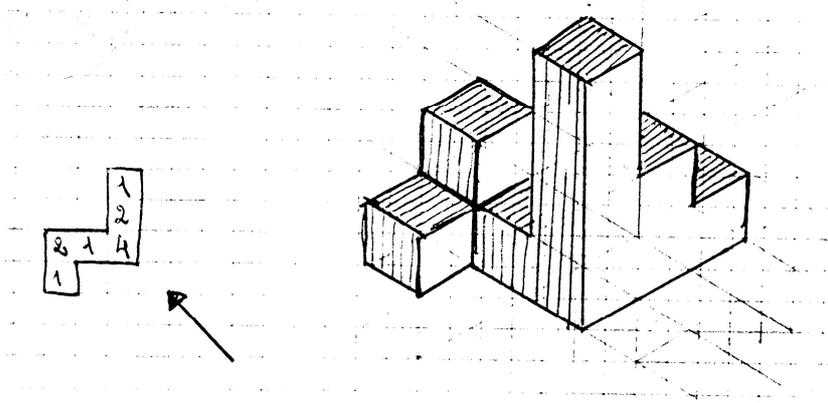
Esercizio n. 8

Orrore!

$$4999 / 9998 = 1 / 2$$

Esercizio n. 9

ELI 3D



Esercizio n. 10

Problema di recupero

Soluzione algebrica

$$v_G = 20\text{km/h} \quad v_R = 30\text{km/h} \quad t = \text{tempo all'incontro}$$

$$s_G = 20t \quad s_R = 30(t - 4)$$

Dall'uguaglianza

$$s_G = s_R \quad \text{cioè } 20t = 30(t - 4)$$

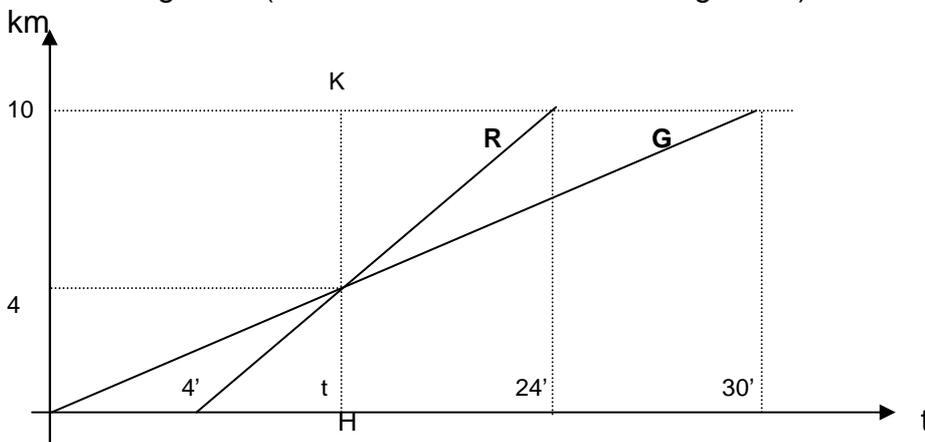
segue

$$t = 12' = (1/5)\text{h}$$

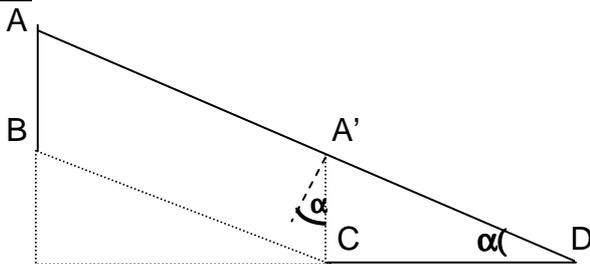
$$s_G = v_G \cdot t = 4\text{km} \text{ dallo striscione, quindi a 6km dal traguardo.}$$

Riccardo supera Giulio a 6km dal traguardo.

Soluzione grafica (si noti la similitudine tra i triangoli



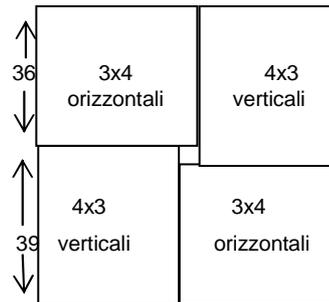
Esercizio n. 11
Galileo Galilei



$$\overline{AB} = \overline{A'C} = \overline{CD} \operatorname{tg}\alpha$$

Esercizio n. 12
Spazio ben sfruttato

Possibile disposizione:
 24 foto orizzontali più 24 foto verticali,
 per un totale di 48 foto.
 Lo spazio non utilizzabile è un quadrato
 di lato 3cm al centro dei pannelli.



Esercizio n. 13
Pietre maltagliate?

I punti A, B, C, D, E non sono ugualmente distanziati (l'errore commesso è dell'ordine dei centesimi sulla misura degli archi \widehat{AB} , \widehat{BC} , \widehat{CD}).

Infatti, calcolando gli angoli al centro che insistono sugli archi suddetti, essendo:

$$\widehat{ANO} = \alpha \quad \widehat{MPQ} = \beta$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{AO}{ON} = \frac{\sqrt{2}}{2} \longrightarrow \alpha = 35,26^\circ$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{MQ}{QP} = \frac{1}{2} \longrightarrow \beta = 26,565^\circ$$

si ottiene

$$\widehat{AB} = 1,230r \quad \widehat{BC} = 1,266r \quad \widehat{CD} = 1,286r$$

Inoltre

$$\widehat{AOB} = 2\alpha = 70,52^\circ$$

mentre nel pentagono regolare ogni angolo al centro deve misurare 72° .

