

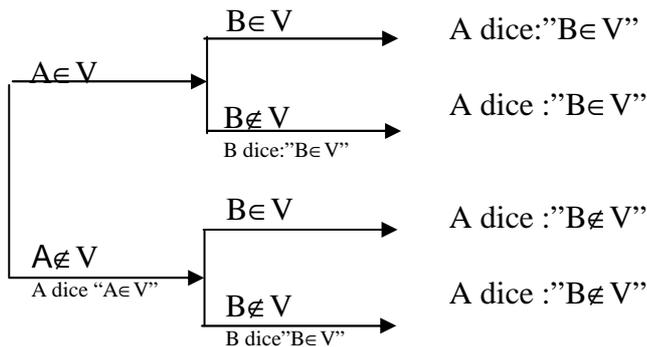
MATEMATICA SENZA FRONTIERE

elementi di soluzione allenamento 1996/97

Esercizio n°1

Rivelatore di bugie

Se chiamiamo A il primo abitante incontrato, B l'altro abitante, V l'insieme dei "veritieri", si può rappresentare la situazione con il seguente schema:



Poiché A ha detto "B ∈ V", siamo in uno dei due primi casi, dunque A dice la verità e il viaggiatore può fidarsi di lui.

Esercizio n°2

Una buona stima

Ogni motivo interno al mosaico utilizza: 1 esagono, 6 quadrati, 6 triangoli equilateri. Ogni quadrato è comune a 2 motivi e ogni triangolo è comune a 3 motivi.

Per 1200 esagoni occorre calcolare $(1200 \times 6) : 2 = 3600$ quadrati $(1200 \times 6) : 3 = 2400$ triangoli

Questo valore è approssimativo perché il maggiordomo dovrà tener conto di aumentare il risultato considerando anche i motivi del bordo.

Esercizio n°3

Passare al verde

Il primo recipiente ha per base un cerchio di circonferenza y e altezza x e, quindi, di volume

$$V_1 = \pi \left(\frac{y}{2\pi}\right)^2 x = xy^2/4\pi \quad \text{Il secondo, scambiando } x \text{ con } y \quad V_2 = x^2y/4\pi$$

Dal momento che V_2 supera V_1 del 20% si ha

$$V_2 = V_1(1 + 20/100) = 1,2 V_1 \Rightarrow V_2/V_1 = 1,2 \text{ che corrisponde al rapporto } x/y. \text{ pertanto risolvendo}$$

$$\begin{cases} x = 1,2y \\ xy = 2,7 \end{cases} \quad \text{si ottiene } (x=1,8; y=1,5) \quad \Rightarrow V_2 = (1,8)^2 \cdot 1,5/4\pi = 386,75 \text{ dm}^3$$

Esercizio n°4

Conto sumerico

Sia x il numero di unità rappresentate con il segno spesso. Dalla prima faccia risultano:

15 sacchi di orzo, 30 di grano, x di fagioli e 40 di lenticchie;

sulla seconda faccia è indicato $2x+25$, pertanto $85+x=2x+25 \Rightarrow x=60$

Esercizio n5

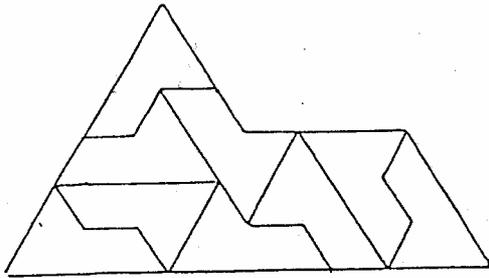
Storia di seccature

La parte secca rappresenta l'1% della massa di frutti freschi e il 2% della nuova massa è x :

$$3\text{Kg} \cdot 1\% = x \cdot 2\% \Rightarrow x = 1,5\text{Kg}$$

Esercizio n6

La sfinge



Esercizio n7

Altalena in borsa

Se il primo giorno diminuisce il valore dopo un numero pari di giorni è

$$a_{2n} = (0,9 \cdot 1,1)^n = 0,99^n < 1$$

dopo un numero dispari di giorni è

$$a_{2n+1} = 0,99^n \cdot 0,9 < 1$$

Se il primo giorno aumenta si ha

$$a_{2n} = (1,1 \cdot 0,9)^n = 0,99^n < 1$$

$$a_{2n+1} = 0,99^n \cdot 1,1 > 1 \text{ fino ad } n=9$$

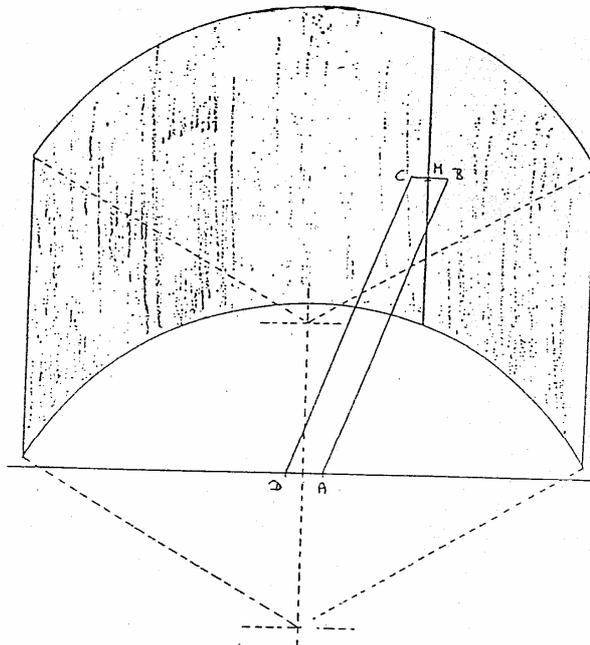
quindi dopo 14 giorni è diminuita.

Esercizio n8

Bianco e nero

8	♦	o	♦	o	♦	♦	♦	♦	♦	♦
6	♦	o	♦	o	♦	♦	o	♦	♦	o
2	o	o	o	o	♦	o	o	♦	o	o
5	♦	♦	♦	o	♦	o	o	♦	o	o
3	o	o	♦	♦	♦	o	o	o	o	o
9	♦	o	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦	♦
1	o	o	o	o	♦	o	o	o	o	o
3	♦	o	o	o	♦	o	o	♦	o	o
7	♦	o	♦	o	♦	♦	o	♦	♦	♦
6	♦	o	♦	o	♦	♦	o	♦	♦	o
	7	1	7	2	10	5	2	8	5	3

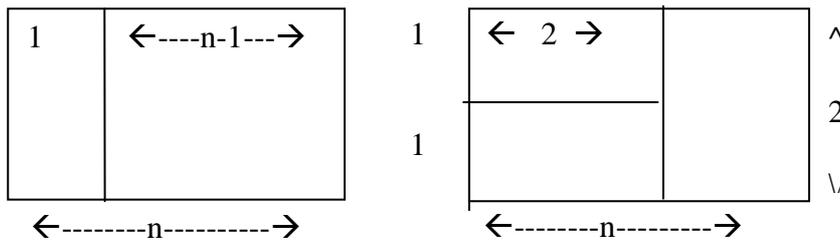
Esercizio n°9
Ancora seccature



Esercizio n°10
Pavimenti, parte seconda

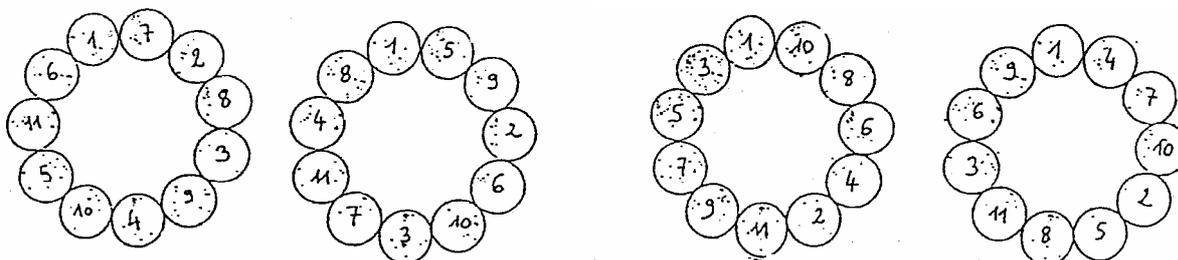
Il numero di pavimentazioni possibili è uguale alla somma del numero di possibilità per un rettangolo di lunghezza $(n-1)$ e del numero di possibilità per un rettangolo di lunghezza $(n-2)$.

- per $n=4$ $2+3=5$ pavimentazioni
- $n=5$ $3+5=8$ pavimentazioni
- $n=6$ $5+8=13$ pavimentazioni



Esercizio n°11
Ricomposizione

Quattro soluzioni possibili. In ognuna c'è lo stesso "pass" tra due numeri successivi

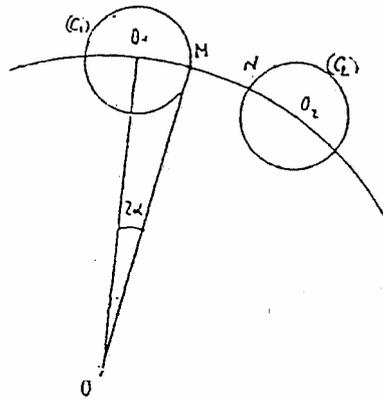


Esercizio n°12

Europa, sotto quale angolatura?

Siano O_1 e O_2 i centri di C_1 e C_2 , allora $\angle O_1 O_2 = 360/12 = 30^\circ$. Nel triangolo isoscele $O_1 O M$ l'angolo $\angle O_1 O M = 2\alpha \Rightarrow \sin \alpha = (1/36) : (1/3) = 1/12$ per cui l'angolo

$$\angle M O N = \angle O_1 O_2 - 4\alpha = 30^\circ - \sin^{-1}(1/12) \cong 10.9^\circ$$



Esercizio n°13

Occhio di lince

Se si stima la taglia di Obelix 2 metri, la distanza che separa i due amici è

$$(2.5 / (1.5 \cdot 10^{-3})) \text{ m} \cong 6,667 \text{ Km}$$

Obelix arriverà in tempo se la sua velocità media (in Km/h) sarà superiore a

$$6,667 / 0,25 \cong 26,67 \text{ Km/h}$$

tale velocità è possibile.