

MATEMATICA SENZA FRONTIERE

Elementi di soluzione allenamento 1995/96

Esercizio n.1

Sale e zucchero

La quantità di sale nel contenitore dello zucchero è uguale a quella dello zucchero nella boccia del sale.

Indico con q la quantità di sale (o di zucchero) equivalente ad un cucchiaino.

Paolo, inizialmente, versa nella boccia del sale una quantità q di zucchero; successivamente toglie da questa boccia una q di sale e zucchero, composta da una quantità q_1 di sale e q_2 di zucchero. Pertanto porta nella boccia dello zucchero una quantità $q - q_2$ di sale e lascia nella boccia del sale una quantità $q - q_2$ di zucchero.

Esercizio n.2

Dadi

Figura A : esatta

Figura B: 

Figura C: va 5 al posto di 3

Figura D: 

Figura E: esatta

Figura F: va 4 al posto di 3.

Esercizio n.3

Dalla terra alla luna

$$d_{\text{luna}} = 1/3 d_{\text{terra}}$$

r è il raggio della circonferenza descritta dalla luna attorno alla terra

$2 \pi r = 1 d_{\text{luna}} \times 27 \times 24 = 1/3 d_{\text{terra}} \times 27 \times 24$ da cui si ottiene che la distanza terra luna è circa 34,4 diametri terra.

Esercizio n.4

Anitre indisciplinate

Le anitre sono 136 disposte su 16 file.

Dopo il "bang" supersonico il primo dei due stormi è formato da 91 anitre disposte su 13 file e il secondo è costituito da 45 anitre disposte su 9 file.

Esercizio n.5

Il gioco dell'incastro

Considerando il rapporto tra le dimensioni del cubo di riferimento e il cubo più grande si ottiene che questo ha il lato 7 volte maggiore del lato di quello di riferimento. Quindi $V = 7^3 = 343 \text{ cm}^3$.

Esercizio n.6

Calcio senza frontiere

Un possibile schema organizzativo é il seguente:

1^a giornata AB, CD, FG, EH.

2^a giornata AC, BD, EG, FH.

3^a giornata AD, BE, CF, GH.

4^a giornata AE, BF, CG, DH.

5^a giornata AF, BG, CH, DE.

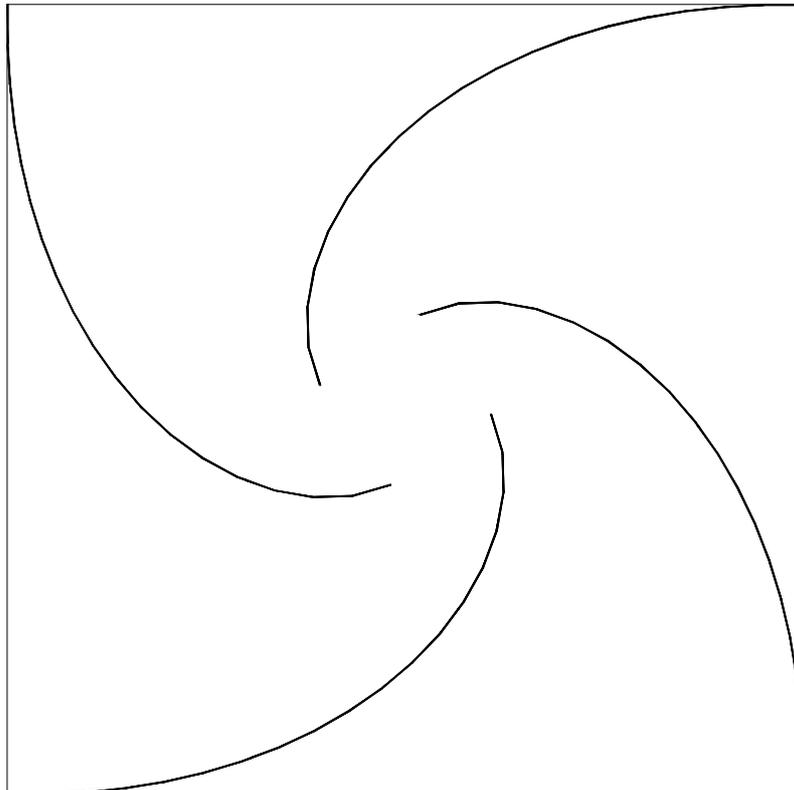
6^a giornata AG, BH, CE, DF.

7^a giornata AH, BC, DG, EF.

Esercizio n.7

A piccoli passi

Le traiettorie delle quattro tartarughe sono le seguenti:

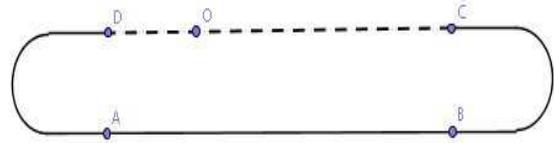


Esercizio n.8

Brivido in seggiovia

Se si rappresenta il cavo della seggiovia con la linea chiusa disegnata sopra, il numero dei seggiolini è dato da quelli tra i punti D e C (tratteggiato), ovvero tra A e B e cioè 279-72 più quelli tra B e A (tratto continuo) e cioè 248-95. Quindi i seggiolini sono

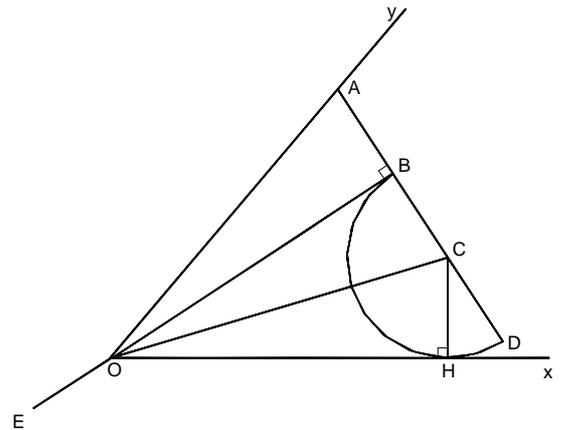
$$248 - 95 + 279 - 72 = 360$$



Esercizio n.9

Trisezione

I triangoli AOB e BOC sono congruenti per 1° criterio, i triangoli BOC e COH sono congruenti per 3° (o altro) criterio, quindi gli angoli AOB, BOC, COH sono congruenti.

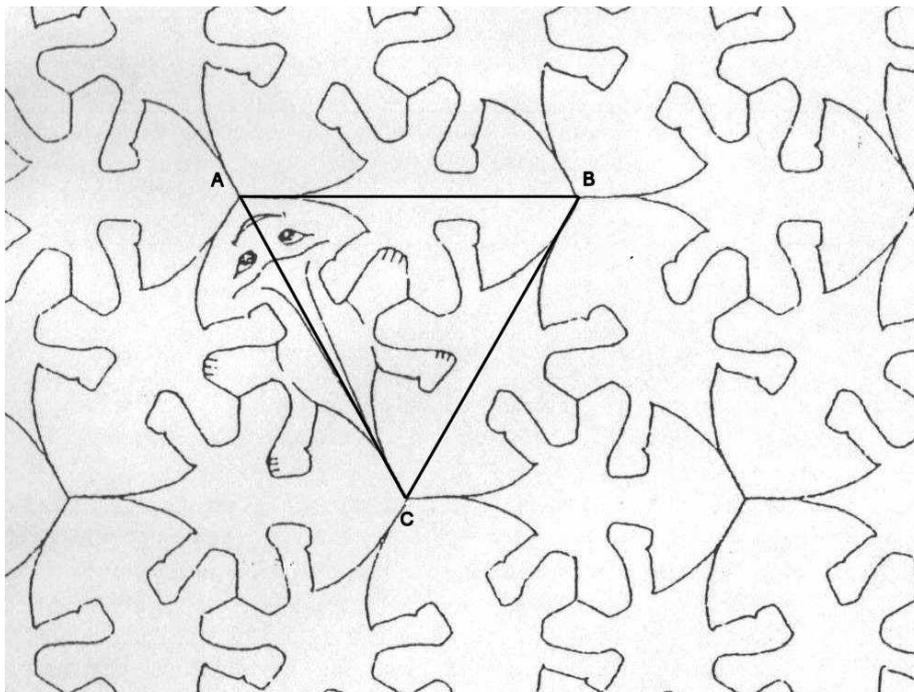


Esercizio n.10

Area di famiglia

Dalla figura si ricava che il triangolo ABC è equilatero con il lato di cm 3 e che l'area dell'animaletto è $\frac{2}{3}$ dell'area di ABC.

$$\text{Quindi } A_{\text{animaletto}} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \times \sqrt{3} \cong 2,60 \text{ cm}^2.$$



Esercizio n.11

Lo schizzo

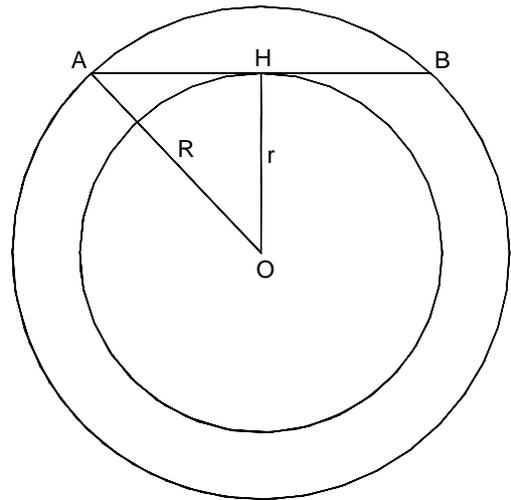
$$AB = 20 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{area corridoio circolare } A &= \pi R^2 - \pi r^2 \\ &= \pi (R^2 - r^2) \\ &= 100 \pi \end{aligned}$$

Pertanto il costo della messa in opera è pari a 9.424.777,96 lire

Nella prova è stata mantenuto formalmente il testo francese.

Va però osservato che con i prezzo in lire la richiesta della precisione al centesimo è priva di significato; comunque anche in euro la precisione richiesta è poco significativa rispetto all'entità dell'importo.



Esercizio n.12

Era ora!

Indicato con x il numero dei minuti dopo le ore 12 , si ottiene la seguente equazione

$$x = \frac{23 \times 60 + x}{120} \rightarrow x = \frac{23 \times 60}{119} \cong 12$$

La regolazione dell'orologio è stata fermata alle ore 12.12

Esercizio n.13

Costruire un buco

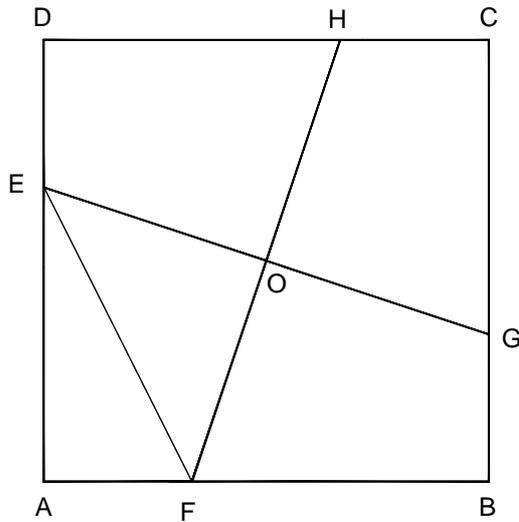


Fig. 1

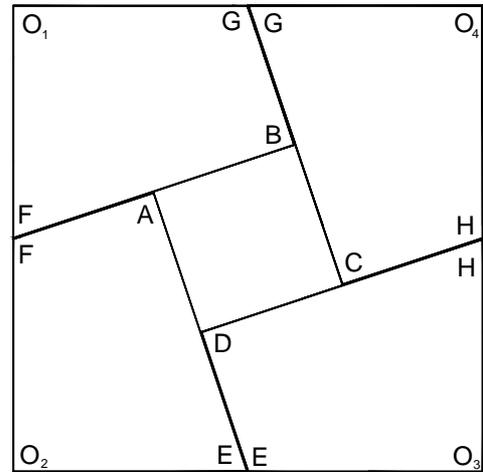


Fig. 2

Dalla figura 1

$$\overline{AE} = \overline{DH} = \overline{CG} = \overline{BF} = x$$

$$\overline{FA} = \overline{ED} = \overline{HC} = \overline{GB} = 12 - x$$

(per il teorema di Pitagora nel triangolo AFE) $\overline{EF} = \sqrt{2x^2 - 24x + 144}$

$$\overline{OE} = \frac{\overline{EF}}{\sqrt{2}} = \sqrt{x^2 - 12x + 72}$$

O_1O_2 (fig.2) = 2 OE (fig.1); poiché l'area del buco deve essere 1/10 dell'area del quadrato grande $O_1O_2O_3O_4$, si ha Area (ABCD) = 9/10 Area ($O_1O_2O_3O_4$) .

Si ottiene l'equazione : $x^2 - 12x + 32 = 0$ con soluzioni 8; 4.

AE = 8 cm , ED = 4 cm oppure AE = 4 cm, ED = 8 cm.

Il lato del quadrato grande misura $O_1O_2 = 4\sqrt{10}cm$.