

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Accoglienza 2020

Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) Ritorno alla partenza

Una soluzione sintetica può essere la seguente: in un'ora sono percorsi rispettivamente 20, 16 e 12 giri, per cui quando i tre bambini si incontrano per la prima volta hanno compiuto rispettivamente 5, 4 e 3 giri, cioè dopo 15 minuti.

Oppure, con il ricorso a più passaggi,

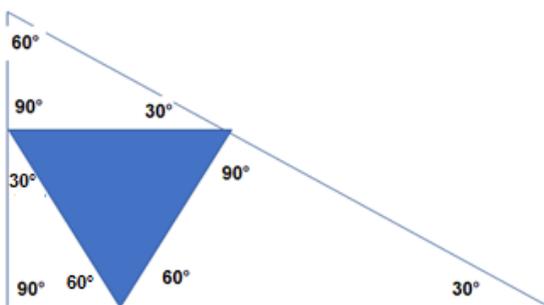
$$\frac{250 \text{ m}}{\frac{5000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}} = 180 \text{ s} \quad \text{tempo del primo bambino per un giro di pista}$$

$$\frac{250 \text{ m}}{\frac{4000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}} = 225 \text{ s} \quad \text{tempo del secondo bambino per un giro di pista}$$

$$\frac{250 \text{ m}}{\frac{3000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}} = 300 \text{ s} \quad \text{tempo del terzo bambino per un giro di pista}$$

m.c.m. (180, 225, 300) = 900 quindi i tre bambini si ritrovano sulla linea di partenza dopo 15 minuti

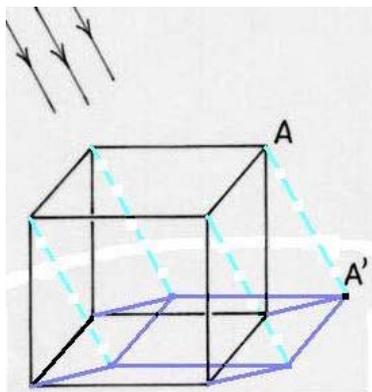
Esercizio n. 2 (5 punti) Tutti per uno



Esercizio n. 3 (7 punti) Di blocco in blocco

$$V = 2 \times 2,5 \times 6 \text{ cm}^3 \quad V = 30 \text{ cm}^3$$

Esercizio n. 4 (5 punti) **Qui l'ombra!**



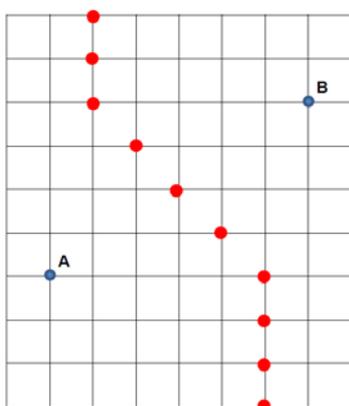
Esercizio n. 5 (7 punti) **Compostaggio ottimale**

Indicata con C la circonferenza di base del contenitore e con h la sua altezza, si ha:

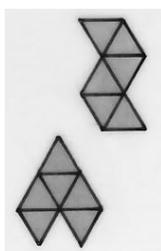
$$V = \pi \left(\frac{C}{2\pi}\right)^2 h = \frac{C^2}{4\pi} h$$

Si ottiene per il contenitore di Rosa un volume di circa $386,75 \text{ dm}^3$ e di circa $322,29 \text{ dm}^3$ per quello di Oliviero. Il rapporto dei volumi è 1,2. Rosa ha ragione!

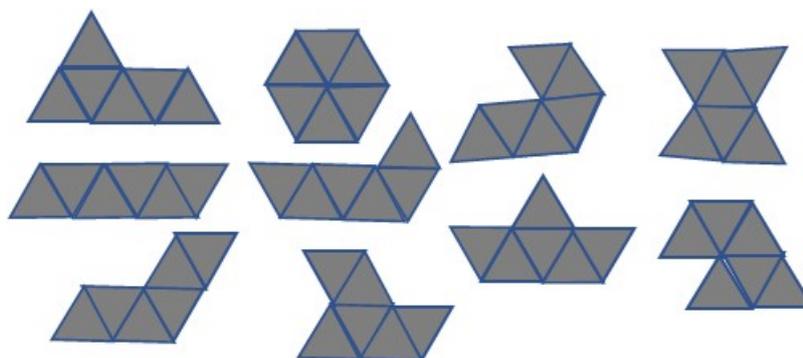
Esercizio n. 6 (5 punti) **Geometria poliziesca**



Esercizio n. 7 (7 punti) **Esamanti**



Le rimanenti figure individuabili sono 10.



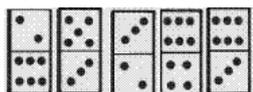
Approfondimento didattico

Può essere utile per la contestualizzazione del quesito una riflessione a partire dai polimini come effettuato su questo sito
<http://www.recmath.com/PolyPages/PPI/index.htm?Polyiamonds.htm>

Interessante anche la visione del filmato dal titolo La sfida di NOVEMBRE del MATECALENDARIO 2019 Visionabile su Youtube, attenzione anche alla segnalazione di correzione inserita successivamente.

Esercizio n. 8 (5 punti) Dominatore

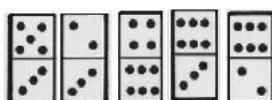
Ad esempio:



$$2/6 + 5/3 + 3/2 + 6/4 + 6/3 = 7$$

e anche

$$5/3 + 2/3 + 4/6 + 6/3 + 6/2 = 8$$



Esercizio n. 9 (7 punti) E' proprio piegato

Per la figura A il numero minimo di piegature è 4. La prima piegatura è a 1/5 dal bordo del foglio, ossia a 3 cm, e così via per le piegature successive.



Per la figura B il numero minimo di piegature è 3. La prima piegatura è a 1/5 dal bordo del foglio, ossia a 5 cm.



Occorre ora girare il foglio e piegarlo due volte, sempre a 5 cm, come illustrato nelle due seguenti figure



Esercizio n. 10 (10 punti) Se non è zuppa è pan bagnato

Verifica della "scoperta" di Yamina

$$(3 + 32 + 327) \cdot 9 + (3 + 2 + 7 + 5) = 362 \cdot 9 + 17 = 3275$$

$$abcd = a10^3 + b10^2 + c10 + d \quad \text{qualunque siano } a, b, c, d,$$

Seguendo l'algoritmo $[a + (10a + b) + (a100 + 10b + c)] \cdot 9 + (a + b + c + d)$ si ottiene:

$$9a + 90a + 9b + 900a + 90b + 9c + a + b + c + d = 1000a + 100b + 10c + d = abcd$$

Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) **2021 in primi**



Da $a + b = 2021$ $(b + a) / ab$

$$ab = 2021 \quad \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \quad \{ 43, 47$$

Esercizio n. 12 (7 punti) **Sotto un buon angolo**

ABC è un triangolo equilatero avendo come lati le diagonali di tre facce del cubo di spigolo a e, quindi, l'angolo di vertici A,B,C è di 60° .

EFG è un triangolo isoscele $EF = FG = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Il triangolo AMK è rettangolo in K, quindi col teorema di Pitagora:

$$AM^2 = AK^2 + KM^2 = \frac{5a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{6a^2}{4} \quad AM = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

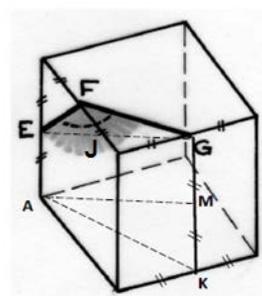
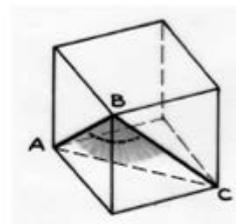
AEGM è un parallelogramma, quindi:

$$EG = AM = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Dato che la mediana relativa alla base di un triangolo isoscele coincide con l'altezza si ha:

$$JG = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

Il rapporto tra JG e FG è $\sqrt{3}/2$, quindi il triangolo rettangolo FJG ha come angoli acuti 30° e 60° , da cui si deduce che l'angolo richiesto è di 120° .



Esercizio n. 13 (10 punti) **Pentapiega**

Ogni angolo del pentagono misura 108° .

Il quadrilatero iniziale, prima di essere piegato, ha due angoli opposti uguali di 108° : A e D. Gli altri due angoli misurano 72° . Il quadrilatero è perciò un parallelogramma.

$$BF = 12 \sin 54^\circ \cong 9,7 \text{ cm}$$

$$AE = 6 + 12 \sin 54^\circ \cong 15,7 \text{ cm.}$$

oppure:

poiché AB, lato del pentagono, è la parte aurea di BF, diagonale del pentagono, si ottiene:

$$BF = 3(1 + \sqrt{5}) \text{ cm} \cong 9,7 \text{ cm}$$

$$AE = AF + FE = \dots$$

