Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Accoglienza 2019- 2020

Proposta di soluzione

Esercizio n. 1 (7 punti) **Bike and Run**

Lucille corre ai 5/4 della velocità di Chloé mentre Chloé pedala ai 5/4 della velocità di Lucille.
Per arrivare insieme su un percorso di 27 km Lucille deve, quindi, correre per 15 km e pedalare per 12 km.
Chloé, invece, deve correre per 12 km e pedalare per 15 km.

Tempo totale: **2 ore e 15 minuti**.

Chloé e Lucille possono organizzarsi in vari modi (spezzettare le tratte, conglobarne alcune, cambiarne l'ordine).

Alcuni esempi:

C	15 km in bici	45'	12 km a piedi	1h 30'
L	15 km a piedi	1h 30'	12 km in bici	45'

C	10 km in bici	30'	12 km a piedi	1h 30'	5 km in bici	15'
L	10 km a piedi	1h	12 km in bici	45'	5 km a piedi	30'

C	8 km a piedi	1h	10 km in bici	30'	4 km a piedi	30'	5 km in bici	15'
L	8 km in bici	30'	10 km a piedi	1h	4 km in bici	15'	5 km a piedi	30'

Esercizio n. 2 (5 punti) **Programmate!**

Ripeti 2 volte
[Avanza di 4 caselle
Gira a sinistra]

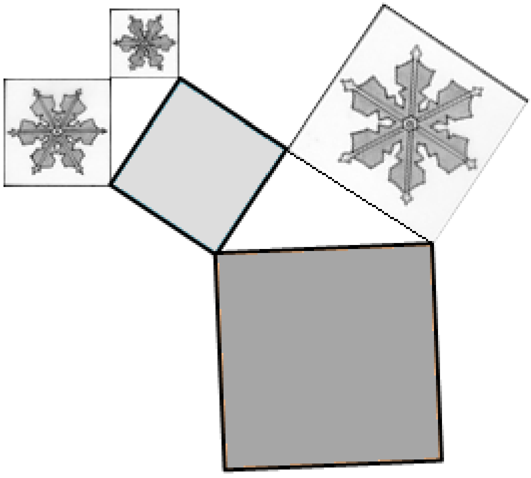
Ripeti 4 volte
[Avanza di una casella
Gira a sinistra
Avanza di una casella
Gira a destra

Ripeti 2 volte
[Gira a sinistra]

oppure

Ripeti 2 volte
[Gira a destra]

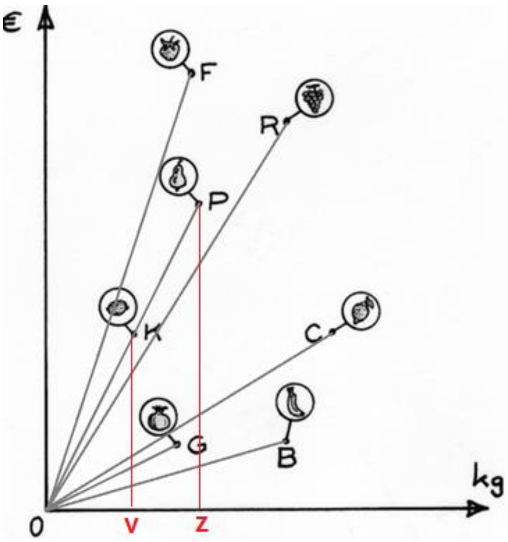
Esercizio n. 3 (7 punti) **Da tre a uno**



Si applica il teorema di Pitagora.

Il quadrato grigio chiaro è equivalente alla somma di due tra i tre quadrati dati (nella figura i più piccoli) e il quadrato grigio scuro ha, quindi, l'area pari alla somma delle aree dei tre quadrati proposti.

Esercizio n. 4 (5 punti) **Occhio alla riga**



Congiungendo tutti i punti con l'origine si nota che i triangoli OKV e OPZ sono simili.

KV **:** OV = PZ **:** OZ

I sacchetti K e P contengono frutta che ha lo stesso prezzo al kilo.

La pendenza delle rette esprime il prezzo al kilo che cresce con l'aumentare della pendenza e, quindi, la classificazione dei sacchetti in ordine crescente di prezzo al kilo risulta essere:

B ; G ; C ; R ; K = P ; F.

Esercizio n. 5 (7 punti) **A livello**

Siano a e b la lunghezza e larghezza della base del recipiente.

Il volume dell'acqua si può calcolare: V = 10(ab –100) o V = 20(ab – 400).

Dall'uguaglianza di queste espressioni, si ottiene: ab = 700.

Il volume di acqua è di 6 000 cm^3 e quindi **6 litri.**

700 può essere scomposto in nove modi come prodotto di due interi, ma a e b devono essere superiori a 20 affinché sia possibile l'immersione del secondo cubo, quindi:

a = 28 cm e b = 25 cm

(a = 35 cm e b = 20 cm potrebbe essere accettata come seconda soluzione, sebbene in questo caso il cubo grande non riesca ad entrare bene nell'acquario).

Esercizio n. 6 (5 punti) Ingranaggi dentati

NO; se la ruota A ruota in senso orario la B ruota in senso antiorario, se la ruota A ruota in senso antiorario la B ruota in senso orario.

E' sufficiente considerare le ruote A e B, poiché se una ruota avanza di un dente, tutte le altre ruotano di un dente.
Se le ruote A e B devono fare ciascuna un numero intero di giri, il numero dei denti che complessivamente ruotano è il minimo comune multiplo di 14 e 18.

mcm (14 ; 18) = 126   126/14 = 9   126/18 = 7

In tal caso la ruota A effettua 9 giri e la ruota B ne effettua 7.

Esercizio n. 7 (7 punti) Da uno a quattro

Siano M, N, P i punti medi dei lati del triangolo ABC.

Quando si sollevano le facce laterali del tetraedro, le proiezioni dei loro punti A, B, C sul piano di base descrivono rette rispettivamente perpendicolari agli assi di rotazione NP, MP e MN fino a ricongiungersi in H, punto proiezione del vertice S del tetraedro.

Sapendo che NP, MP e MN sono ciascuno paralleli a un lato del triangolo, le loro perpendicolari AH, BH, CH sono le altezze del triangolo ABC, dunque **H è l'ortocentro del triangolo ABC.** *(la dimostrazione non è richiesta!)*

Esercizio n. 8 (5 punti) Sei cifre

Per ottenere un numero di tre cifre che rispetti i vincoli i possibili prodotti devono essere del tipo:

?4 x 3 oppure ?3 x 2 oppure ?3 x 4 oppure ?2 x 3 (? indica la cifra delle decine e non può essere 1)

Procedendo nel controllo di tutte le combinazioni si ottiene l'unica soluzione **54 x 3 = 162**

Esercizio n. 9 (7 punti) Esercizio affrancato

Alcune possibili soluzioni:

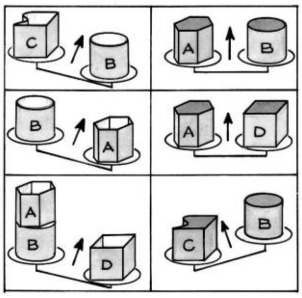
2	1	4	3
3	5	2	1
1	4	3	5
5	2	1	4

5	4	3	2
3	2	1	5
1	5	4	3
4	3	2	1

3	5	4	2
4	2	1	3
1	3	5	4
5	4	2	1

1	2	5	3
5	3	4	1
4	1	2	5
2	5	3	4

Esercizio n. 10 (10 punti) Recipienti a confronto



Dall'osservazione della figura a fianco si deduce quanto in tabella.

Recipienti vuoti	Recipienti pieni	Volume acqua contenuta
C < B	C > B	⇒ $V_B < V_C$
B < A	B = A	⇒ $V_A < V_B$
A + B < D quindi A < D	A = D	⇒ $V_D < V_A$

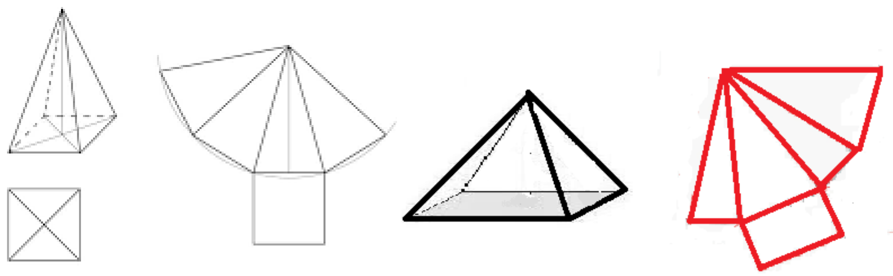
Dall'analisi della prima colonna della tabella consegue:
C < B < A < D (recipienti vuoti ordinati dal più leggero al più pesante)

Dalla relazione $V_D < V_A < V_B < V_C$ (terza colonna tabella) consegue:
D < A < B < C (recipienti pieni in ordine crescente di volume contenuto)

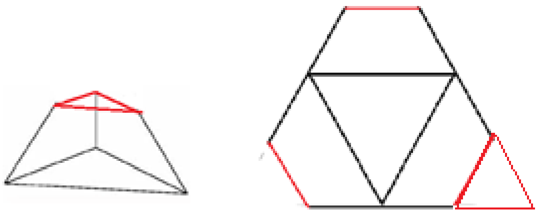
Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) **Coppia di pentaedri**

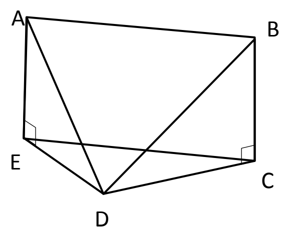
Una qualunque piramide a base quadrangolare è un pentaedro.



Il tronco di qualunque piramide a base triangolare è un pentaedro.



Esercizio n. 12 (7 punti) **La diga di Malò**



Liliana arriva in A.

AE = BC = 5 m è l'altezza della diga.

Il triangolo ABD è rettangolo in B e isoscele ➔ AD = $10\sqrt{2}$; il rapporto tra l'altezza e il percorso è:

$\frac{AE}{AD} = \frac{5}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ≈ 0,353 che corrisponde ad una **inclinazione del 35%**.

Se si richiede un'inclinazione del 25% deve essere $\frac{AE}{AD}$ = 0,25 ; AD = $\frac{5}{0,25}$ = 20.

$\cos \widehat{ADB} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ e $\widehat{ADB} = 60°$

Per determinare l'angolo richiesto si può anche procedere osservando che:
il triangolo ADB, rettangolo in B, ha l'ipotenusa AD doppia del cateto BD e quindi $\widehat{ADB} = 60°$.

Liliana deve deviare di 60°.

Esercizio n. 13 (10 punti) **Sfida a dadi**

Se si individuano le possibilità con l'aiuto di una tabella 3 x 3, si arriva a concludere che la probabilità che Antonio vinca su Bernardo è 4/9.

B \ A	2	4	10
3	B	A	A
5	B	B	A
8	B	B	A

Se ci si limita a usare numeri interi, i soli dadi che rispondano alle richieste di Cloe sono:

C_1: 1, 6, 9
C_2: 1, 7, 9.

(risultati col dado C_1)

A C	2	4	10
1	A	A	A
6	C	C	A
9	C	C	A

B C	3	5	8
1	B	B	B
6	C	C	B
9	C	C	C

Sia con C_1 sia con C_2 Cloe ha 4 possibilità su 9 di vincere su Antonio e 5 su 9 di vincere su Bernardo.