Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Accoglienza 2018 - 19

Proposta di soluzione

Esercizio n. 1 (punti 7) **Chi vede chi?**

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.

Le possibilità di attribuzione dei cappelli sono:

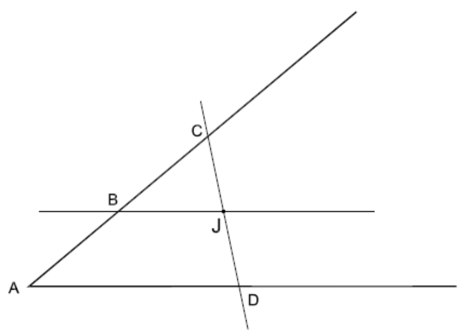
Possibilità	1	2	3	4	5	6	7
Anatole	R	R	R	R	V	V	V
Michel	R	R	V	V	R	R	V
Thomas	R	V	R	V	R	V	R

Tre casi sono da eliminare:

- Caso 4: Anatole risponde “no” perché non ha visto 2 cappelli verdi
- Caso 6: Michel risponde “no” perché non ha visto 2 cappelli verdi
- Caso 2: se Michel avesse visto un cappello verde su Thomas, avrebbe pensato “se avessi un cappello verde, Anatole avrebbe detto ”si”. Io ho dunque un cappello rosso”. Michel non avrebbe potuto rispondere “no”.

In tutti gli altri casi Thomas ha un cappello rosso e non ha bisogno di vedere per dire “si”.

Esercizio n. 2 (5 punti) **Giove centrale**



Per J si conduce una parallela a uno dei lati fino ad incontrare in B l’altro lato; sulla semiretta AB s’individua C in modo che CB=BA. Si conduce la retta per C e J che incontrerà in D il primo lato.
Per il teorema di Talete CJ risulta uguale a JD, pertanto C e D indicano i punti in cui sono nascosti i due forzieri.

Esercizio n. 3 (7 punti) **In auto**

Timoteo vince poiché la seconda condizione è verificata in 54 casi contro i 48 della prima.

Infatti:

i casi possibili sono uguali nei due casi perché corrispondono alle terne di numeri interi tra 0 e 9, tolta la terna (0,0,0).

Le terne che fanno vincere Romano, scritte con ordine crescente, sono 8 perché non ci può essere una terna con la cifra 9 e due consecutivi, né una con prima cifra 8 e due consecutivi. Se l'ordine è qualsiasi le possibilità sono 48.

Le terne (a,b,c) che fanno vincere Timoteo sono tante quante le possibili scelte di a e c, perché b = a+c. Occorre considerare che la somma non può superare 9, quindi se a = 0 ci sono 9 possibilità, se a = 1 ancora 9 possibilità e così via. Se la prima cifra è 9 la seconda può essere solo 0. In totale 9+9+8+7+6+5+4+3+2+1 = 54 casi.

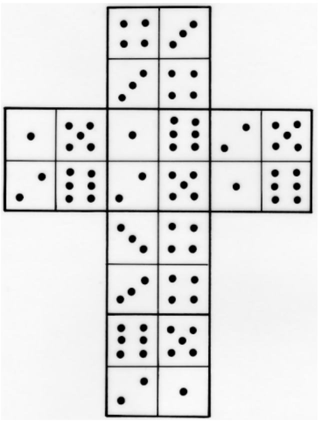
Esercizio n. 4 (5 punti) **L'appartamento che conta**

Si denomina x il numero di appartamenti per piano (con x numero intero).
Se si considera, poi, la posizione sul quinto piano dell'appartamento 65, questo può essere o primo e, quindi,
$65 = x \cdot 4 + 1$
oppure ultimo $65 = 5x$

…..di conseguenza, tenendo conto anche delle posizioni intermedie, si ha $13 \le x \le 16$

Naturalmente, si può risolvere anche per tentativi.

Esercizio n. 5 (7 punti) **La somma nel cubo**



Nell'identicità dei dadi c'è anche la caratteristica dell'orientamento della posizione dei punti sulle facce.
Utile didatticamente la riflessione sul numero di soluzioni qualora non si considerasse questa caratteristica.
Le soluzioni sarebbero due: oltre a quella rappresentata ci sarebbe quella che si ottiene scambiando la posizione dei punti 1 – 6 e 2 – 5.

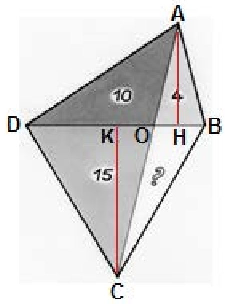
Esercizio n. 6 (5 punti) **Celle evidenti**

2	7	1	3	13
3	8	7	9	27
1	9	3	8	21
6	24	11	20	

2	7	1	3	13
3	9	7	8	27
1	8	3	9	21
6	24	11	20	

La somma 6 della prima colonna impone il contenuto 1, 2, 3.
Il totale 27 della seconda riga fissa la posizione del 3 e impone il contenuto complementare con 7, 8, 9. Nello stesso tempo il totale della seconda colonna impone il contenuto 7, 8, 9 e la somma della prima riga fissa la posizione del 7.
Dalle altre condizioni poi rimangono non vincolate solo le posizioni del 9 e dell'8 nella II e nella IV colonna e quindi consegue che sono possibili solo le due soluzioni riportate.

Esercizio n. 7 (7 punti) **Prendi il volo**



Se si denomina l'aquilone come quadrilatero ABCD con O il punto d'incontro delle diagonali, H e K le proiezioni ortogonali rispettivamente di A e C su BD si ha:

$OB \cdot AH = 8\ cm^2$
$DO \cdot AH = 20\ cm^2$
$DO \cdot CK = 30\ cm^2$
$OB \cdot CK = 2 \cdot$area sconosciuta (x)

Considerando la proporzione $\frac{OB}{DO} = \frac{8}{20} = \frac{2x}{30}$ l'area del triangolo OBC risulta di 6 cm^2.
L'area totale è, quindi, 35 cm^2.

Esercizio n. 8 (5 punti) **Mettete tutto in ordine!**

Poiché l = 2 e, L = 5 e si ha che ogni tavoletta ha il volume pari a V = 10 e^3.

Uguagliando il volume della scatola 8 ·16 ·30 cm^3 = 480 e^3
si ottiene il valore e = 2 cm, per cui l = 4 cm e L = 10 cm.

S'individuano possibili due disposizioni:

8 strati da 6 tavolette

4X10	4X10	4X10
4X10	4X10	4X10

4 strati da 12 tavolette

2X10	2X10	2X10
2X10	2X10	2X10
2X10	2X10	2X10
2X10	2X10	2X10

Esercizio n. 9 (7 punti) **Quasi 1 000**

Se si indicano con *x* e *y* i numeri dei pezzi lungo le due dimensioni del rettangolo, il numero totale dei pezzi lungo il perimetro è $x + y + x + y - 4$ per non contare due volte gli angoli. Quindi $x + y = 64$.
Il numero dei pezzi del puzzle può essere 999 o 1008.

x	*y*	*xy*
35	29	1 015
36	28	1 008
37	27	999
38	26	988

Altra possibile procedura risolutiva:
se a e b sono le dimensioni della griglia rettangolare il contorno è formato da 2(a + b - 2) pezzi.
Emilio ne conta 124 quindi

$$2(a + b - 2) = 124$$
$$a + b = 64$$

Il numero di pezzi che compongono la griglia è pari all'area ed è N = a(64 - a). Questo numero non può essere uguale a 1 000 perché l'equazione

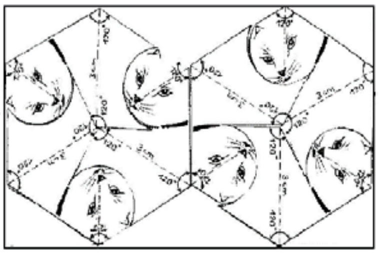
$$a(64 - a) = 1000.$$

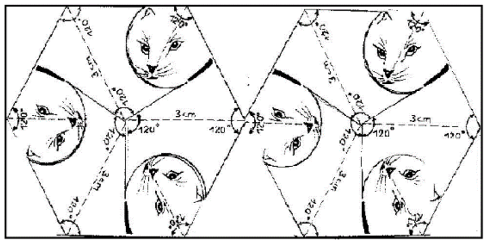
Le soluzioni dell'equazione $a^2 - 64a + 1000 = 0$ sono $a = 32 \pm \sqrt{24}$. Poiché $\sqrt{24}$ è un numero compreso fra 4 e 5 e l'intero più prossimo è 5, le soluzioni intere che danno un valore più vicino a 1 000 sono 37 e 27.

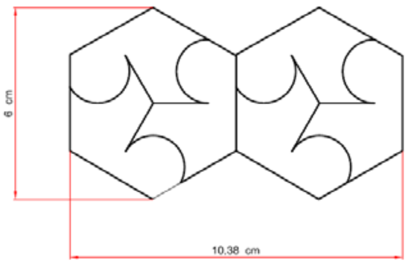
Il numero esatto dei pezzi del puzzle è, quindi, 999.

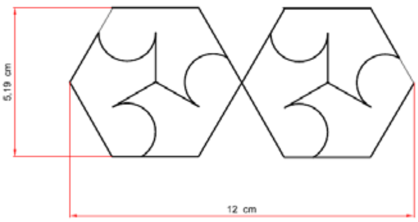
Esercizio n. 10 (punti 10) **Pavimentazione a gatti**

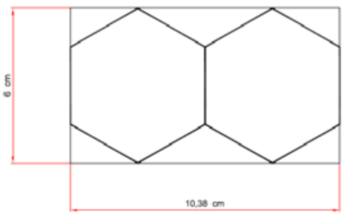
La risoluzione del quesito in base alle consegne è rappresentata nei tre disegni della colonna di sinistra; se si scegliesse come disposizione quella di destra si determinerebbe come lunghezza della scatola 12 cm che non corrisponde alla misura minima (circa 10,4 cm).











Speciale terze

Esercizio n.11 (5 punti) **Quasi ci siamo**

Affermazione di Camilla: l'ipotenusa del triangolo è $(25^2 – 20^2)^{1/2}$ = $1\,025^{1/2}$
Secondo il metodo di Davide: supponendo che ci sia proporzionalità

Accrescimento di	Risultato	considerando la divisione per 65
x	33 – 32 = 1	$\frac{1}{65}$
x^2	1 089 – 1 024 = 65	1 025 – 1 024 = 1

$1\,024^{1/2}$ = 32, $1\,025^{1/2} \approx 32 + \frac{1}{65}$ che corrisponde proprio alla scrittura antica $32\,\frac{1}{65}$ **.**

Esercizio n. 12 (7 punti) **Lavoriamo con lo spirografo**

Il punto M ritorna nella posizione iniziale se e solo se esistono due interi n_1 e n_2 tali che

$$2\pi n_1 r = 2\pi n_2 R \rightarrow \frac{r}{R} = \frac{n_2}{n_1}$$

n_1 rappresenta quindi il numero di rotazioni su se stessa della circonferenza piccola, ovvero il numero di punti di contatto mentre n_2 rappresenta il numero di "rotolamenti" della circonferenza piccola attorno a quella grande.

r	R	n_1	n_2
8	32	4	1
8	36	9	2
9	**30**	**10**	**3**

I punti di contatto sono 10.

Esercizio n. 13 (10 punti) **A piedi**

Denominata v_t la velocità del tapis roulant e v_V la velocità di Vittoria, si può scrivere:

$72(v_V + v_t) = 360(v_V - v_t)$ lunghezza tapis roulant

da cui $v_t = 2/3\ v_V$ e, quindi, $\Delta t = 120$ s