Mathématiques SANS Frontières

Ufficio Scolastico per la Lombardia

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

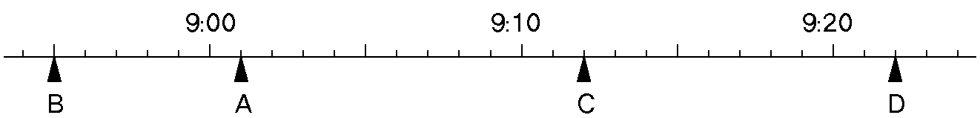
Accoglienza 2015 - 2016

Proposta di soluzione

Esercizio n. 1 (7 punti) **Le pagine volanti**

Poiché ci sono 64 numeri da 27 a 90 compreso, le pagine sono 64 e, quindi, **16 fogli** (16 = 64 : 4).
Sotto la pagina 26 si trovano le pagine 24, 22, ….., 4, 2n con il loro lato dispari, ossia 24 pagine. Ci sono, quindi, 24 pagine dopo la pagina 92. In totale le pagine sono **116** (116 = 92 + 24).

Esercizio n. 2 (5 punti) **La chiamata vincente**



Con uno scarto di 27 minuti tra Ben e Denise e le differenze proposte, Eloisa non può aver telefonato prima di Ben e neppure dopo Denise e questo scarto corrisponde a differenze di 7 e di 20 minuti. Dunque Eloisa può avere telefonato alle 09:02 oppure alle 09:15.
Poiché 09:02 non è a 3 minuti da nessuno, **Eloisa ha telefonato alle 09:15**, 20 minuti dopo Ben, 14 minuti dopo Ahmed, 3 minuti dopo Carlotta e 7 minuti prima di Denise.

Esercizio n. 3 (7 punti) **Addendi in prodotto**

- Se 22, scritto come somma di addendi, contiene un numero 1, sarà meglio raggrupparlo con un altro numero n, perché in tutti i casi $1 \times n < n + 1$

- Se la scrittura di 22 in somma contiene tre numeri 2, sarà meglio scriverli $2 + 2 + 2 = 3 + 3$, perché $2 \times 2 \times 2 < 3 \times 3$.

- Se la scrittura di 22 in somma contiene un numero 4, sarà meglio scriverlo 2 + 2, perché, sebbene $2 \times 2 = 4$, sarà preferibile fare apparire dei numeri 2 per raggrupparli eventualmente con un altro numero 2 e sostituire il tutto con 3 + 3 (vedi caso precedente) ma non $4 = 3 + 1$ dato che $3 \times 1 < 2 \times 2$

- Se la scrittura di 22 in somma contiene un numero n superiore a 4, sarà meglio sostituirlo con $3 + (n - 3)$ perché $3(n-3) > n$ quando $n > 4{,}5$.

Risulta che la migliore scomposizione di 22 è: **3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 = 22**

3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 4 = 2 916

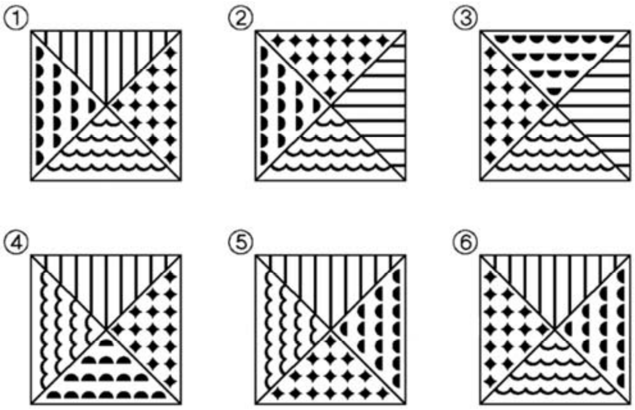
Esercizio n. 4 (5 punti) Voglia di frittata

Inizio	1°	2°	3°	4°
4	1	2	4	6
1	4	3	5	5
5	5	6	6	4
6	6	5	3	3
3	3	4	2	2
2	2	1	1	1

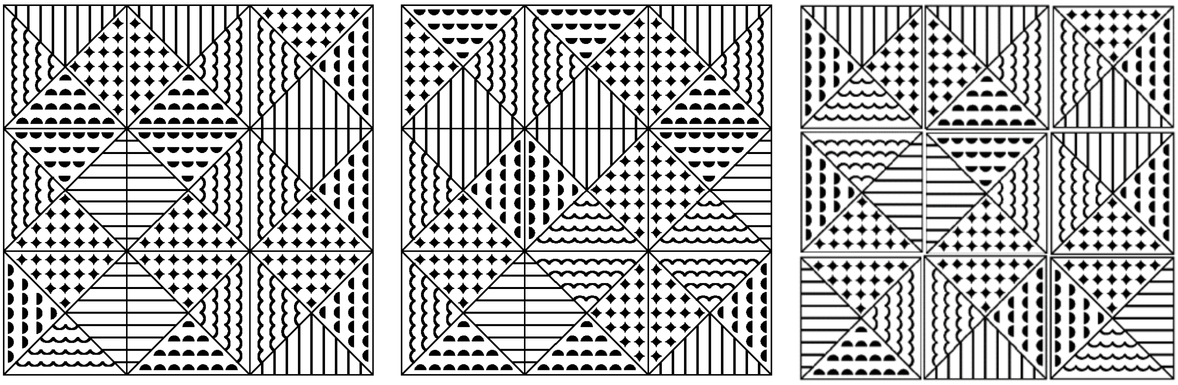
Numeriamo con 1, 2, 3, 4, 5 e 6 le frittate dalla più grande alla più piccola.
Ecco una sequenza di ribaltamenti che porta al risultato richiesto.
Il tratto spesso indica il punto in cui inserire la spatola.
Il numero minimo di ribaltamenti è 4.

Esercizio n. 5 (7 punti) Letto al quadrato

I quadrati 1, 2 e 3 sono quelli di Claudio. I quadrati 4, 5e 6 sono quelli di Mimma.

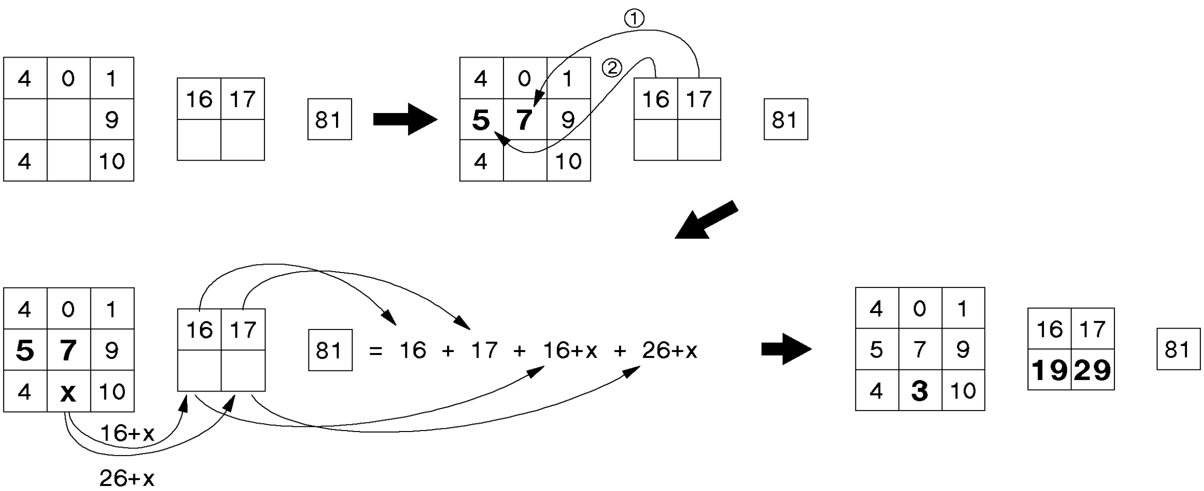


Alcuni assemblaggi possibili:

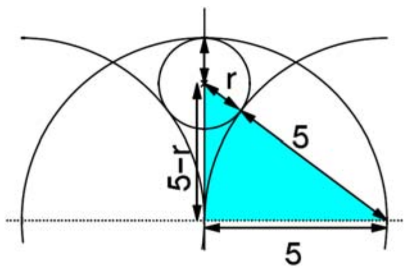


Esercizio n. 6 (5 punti) Piramide

I numeri sono: 3, 19 e 29.



Esercizio n. 7 (7 punti) Fregio di cerchi



Quando dei cerchi sono tangenti, sia internamente sia esternamente, i loro punti di contatto sono allineati con i loro centri.

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo si ha: $(5+r)^2=25+(5-r)^2$ da cui **r = 1,25.**
Il centro del cerchio piccolo si trova sulla perpendicolare dell'asse del fregio, a 3,75 cm dal centro del cerchio grande.

Esercizio n. 8 (5 punti) Sul vassoio

Ecco quattro ripartizioni:

	Pieni	Semipieni	Vuoti
1° vassoio	0	8	0
2° vassoio	4	0	4
3°vassoio	4	0	4

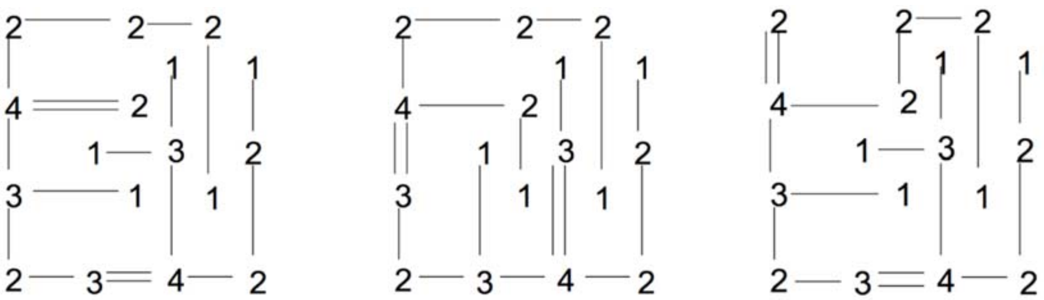
	Pieni	Semipieni	Vuoti
1° vassoio	1	6	1
2° vassoio	3	2	3
3°vassoio	4	0	4

	Pieni	Semipieni	Vuoti
1° vassoio	2	4	2
2° vassoio	2	4	2
3°vassoio	4	0	4

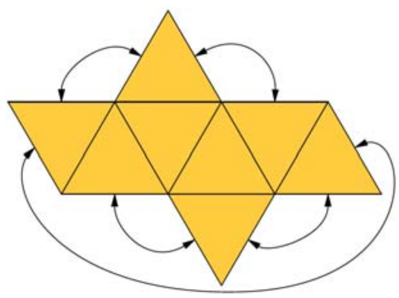
	Pieni	Semipieni	Vuoti
1° vassoio	2	4	2
2° vassoio	3	2	3
3°vassoio	3	2	3

Esercizio n. 9 (7 punti) Divertilandia

Tre possibili soluzioni :



Esercizio n. 10 (10 punti) Un regalo solido

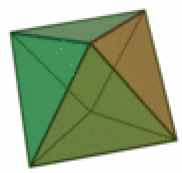


A fianco lo sviluppo dell'antiprisma a base triangolare.

Il solido platonico che si ottiene è un ottaedro regolare,
il cui "quadrato mediano" di lato 4 cm ha l'area di 16 cm^2.

L'altezza dell'ottaedro è la diagonale di un "quadrato mediano" ossia $4\sqrt{2}$ cm.

V = $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ **≈ 30,17 cm^3.**



Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) **Calcolo radicale**

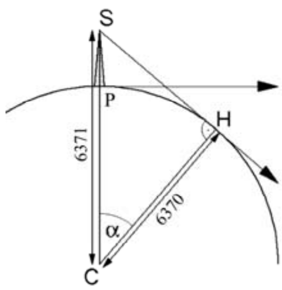
$\sqrt{\mathbf{1\,111-22}}=\mathbf{33}$ e $\sqrt{\mathbf{111\,111-222}}=\mathbf{333}$

Si può ipotizzare che $\sqrt{111\,111\,111\,111\,111\,111\,111\,111-222\,222\,222\,222}$ = **333 333 333 333**.

Si può dimostrare la correttezza del risultato mediante fattorizzazione oppure verificare che:

333 333 333 333^2 = $111\,111\,111\,111\,111\,111\,111\,111-222\,222\,222\,222$.

Esercizio n. 12 (7 punti**)** **La torre non c'è più!**



La distanza che l'emiro Abel avrà percorso quando la punta della sua torre non sarà più visibile è la lunghezza dell'arco di cerchio $\overset{\frown}{PH}$

La lunghezza di questo arco è proporzionale all'angolo α definito da:

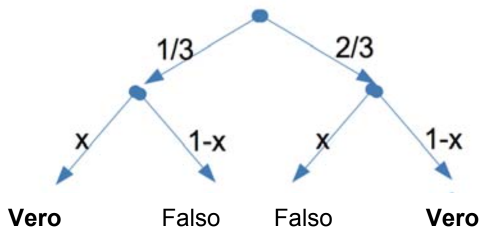
$$\cos\alpha=\frac{CH}{CS} \quad ; \quad \alpha=\arccos\left(\frac{6370}{6371}\right)\approx 1°.$$

$$\overset{\frown}{PH} = \frac{\arccos\left(\frac{6370}{6371}\right)}{360}\times 2\times\pi\times 6370\approx \mathbf{112{,}86\ km.}$$

Considerando $\alpha\approx 1°$ si ottiene circa 118,18 km.

Esercizio n. 13 **(**10 punti) **Ladri sinceri**

Utilizzando l'albero di probabilità, si ottiene:



Il 60% delle persone interrogate hanno risposto vero; chiamando x la percentuale dei ladri si ha l'equazione:

$\frac{x}{3}+\frac{2}{3}(1-x)=0{,}6$ da cui x = 0,2.

La percentuale di ladri è, quindi, del 20%.