Mathématiques SANS Frontières

Ufficio Scolastico per la Lombardia

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Proposta di soluzioni
Accoglienza 2014 - 2015

Esercizio 1 (7 punti) Dov'è il ritratto?

Si procede per esclusione e s'individua che solo C dice la verità per cui il tesoro è nel baule A.

Esercizio 2 (5 punti) Nascondino geometrico

Si inseriscono le lettere estreme dei tratti sul disegno evidenziando così gli stessi e poi si esegue la somma ottenendo:
S = 2(21 + 21,7) cm   S = 101,4 cm

Esercizio 3 (7 punti) Peschiamo in equilibrio

Poiché nel testo si fa esplicito riferimento solo alla trascurabilità della massa del filo, se si considera quella delle barrette e si denominano con a, c, p, s rispettivamente un qualsiasi ramo orizzontale, il cavalluccio marino, il pesciolino e la stella, denominato con x l'oggetto nascosto, dall'analisi dell'equilibrio determinato dal primo ramo in alto si verifica che

$3p + 2s + c + 2a = 3p + 3c + 3a + x$ quindi $2s = 2c + a + x$

e dall' osservazione dell'ultima sospensione in basso a destra $2c + a = x$

Si deduce che $2s = 2x$

Pertanto l'oggetto nascosto è la stella marina.

Esercizio 4 (5 punti) Cinematica

La differenza delle durate di 9 minuti e 30 secondi (pari a 570 secondi) corrisponde a un'immagine al secondo.

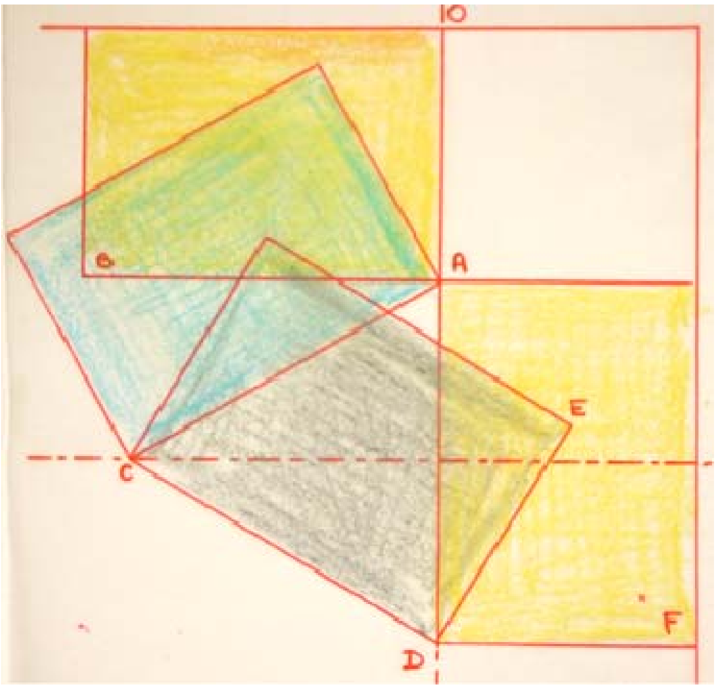
Denominata x la durata televisiva del filmato

$24\ (x + 570\ s) = 25\ x$

da cui x = 3 ore 48 minuti   e la durata cinematografica del filmato è di 3 ore 57 minuti 30 secondi.

Esercizio 5 (7 punti) C'è del peso!

Lo schizzo riportato (qui non in scala) illustra il processo di spostamento:



In classe si consiglia di effettuare con gli studenti sul loro prodotto il doppio controllo (della sequenzialità delle operazioni e del rispetto della scala richiesta).

Esercizio 6 (5 punti) W le promozioni!

$t_{2014} = 1,2\ t_{2013}$ e $t_{2014} = t_{2013} + 0,12$

da cui $t_{2013} = 60\%$ e $t_{2014} = 72\%$

Esercizio 7 (7 punti) Gnam – gnam

In un minuto il topo grande mangia 1/5 del pezzo, il topo medio 2/15 e quello piccolo 1/15, cioè insieme ne mangerebbero 6/15.

Pertanto, i tre topi mangiandolo assieme impiegherebbero 15/6 di minuto cioè 2 minuti e 30 secondi.

Esercizio 8 (5 punti) *Non cerchiati*

Occorre considerare la somma dei multipli di 3, di 5 diminuita di quelli di 15 contenuti in 2014, cioè

S = 671 + 402 - 134

da cui 2014 – S = 1 075

Pertanto i numeri non cerchiati sono 1 075.

Si può, inoltre, osservare che i primi dieci numeri contengono 5 numeri da cerchiare, i dieci successivi ne contengono 4 e gli ulteriori dieci ne contengono 5 per un totale di 14 ogni 30 numeri. Questo si ripete e si possono quindi considerare 67 raggruppamenti contenenti ciascuno 14 numeri da cerchiare.

67 x 14 = 938

A questi ne va aggiunto un altro corrispondente a 2013, multiplo di 3.

Si hanno 939 numeri cerchiati e, di conseguenza, 1 075 non cerchiati.

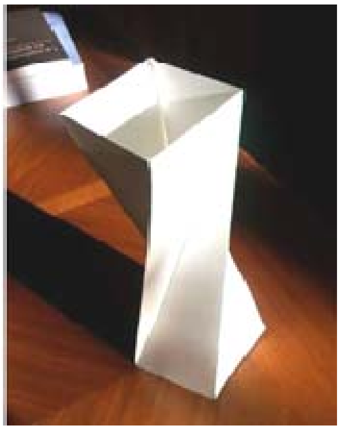
Esercizio 9 (7 punti) Casella 7 magica

Dalla tabella compilata

1	x
2	y
3	x + y
4	x + 2y
5	2x + 3y
6	3x +5 y
7	**5x +8y**
8	8x +13y
9	13x +21y
10	21x +34y
Tot	**55x + 88y**

si deduce che il totale è 11 volte il numero scritto nella settima casella.

Esercizio 10 (10 punti) Tavoltwist



$h^2 = 105^2 - 35^2$ $h^2 = 11025 - 1225$

$h^2 = 9\,800$

$h \approx 99$ cm

Esercizio 11 (5 punti) Tram – tram

Il quesito si può risolvere individuando per ogni situazione i casi favorevoli e quelli possibili relativi al manifestarsi dei vari eventi; nella tabella seguente sono riportate le probabilità richieste:

Situazione	**Eventi senza ripetizioni** **I vettura**	**II vettura**	**N casi favorevoli**	**Probabilità**
1ª	ABCDE	0	1	**1/16**
2ª	ABCD ABCE ABDE ACDE BCDE	E D C B A	5	**5/16**
3ª	ABC ABD ABE ACD ACE ADE BCD BCE BDE CDE	DE CE CD BE BD CB AE AD AC AB	10	**10/16 = 5/8**
			N casi possibili 16	1

La soluzione può anche ottenersi ricorrendo al calcolo combinatorio e alla distribuzione binomiale di parametri:
n = 5   k = 0, 1, 2, 3, 4, 5
p = q = 1/2
dato che la scelta della vettura è indifferente.

$$P_{(K)} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

Pertanto,

1ª) $P_{(o)} = \binom{5}{0} (1/2)^5 (1/2)^0$

$P_{(o)} = 1 \times 1/32 \times 1 = 1/32 = P_{(5)} \Longrightarrow P_{(o)} + P_{(5)} = \mathbf{1/16}$

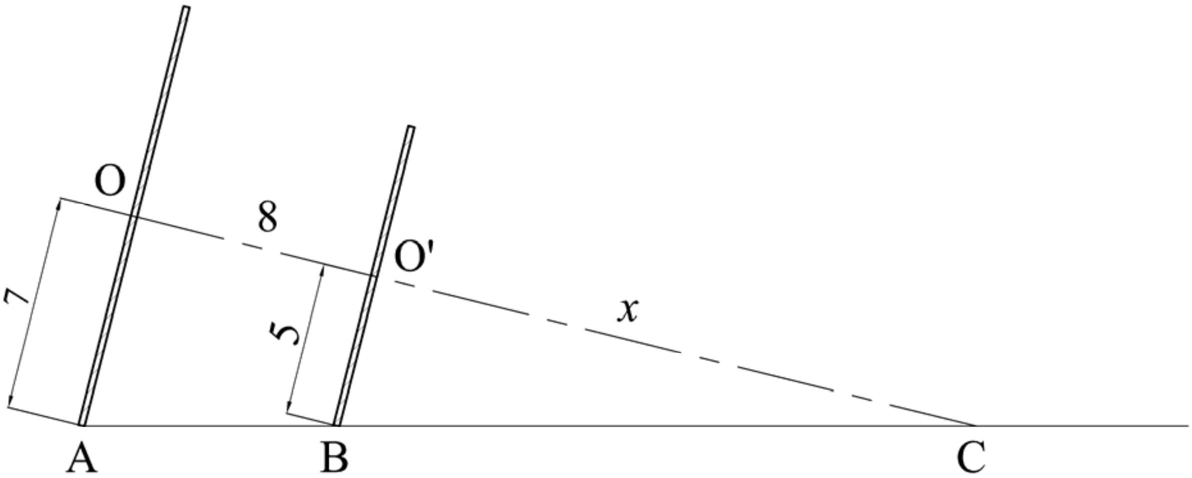
2ª) $P_{(4)} = \binom{5}{4} (1/2)^4 (1/2)^1$

$P_{(4)} = 5 \times 1/32 = 5/32 = P_{(1)} = \binom{5}{1} (1/2)^4 (1/2)^1 \Longrightarrow P_{(1)} + P_{(4)} = \mathbf{5/16}$

3^a) $P_{(3)} = \binom{5}{3}(1/2)^3(1/2)^2 = 10 \times 1/32 = P_{(2)}$ $\Longrightarrow$ **$P_{(2)} + P_{(3)} = 10/16$**

Poiché le tre richieste esauriscono lo spazio degli eventi si deduce che la soluzione è corretta dato che la somma delle probabilità è pari all'unità.

Esercizio 12 (7 punti) Conoscere i raggi

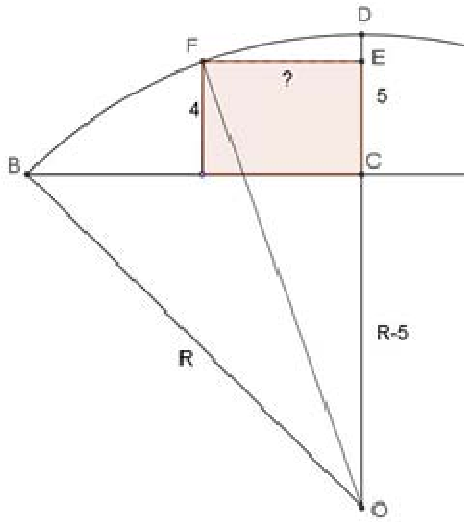


Poiché $7 : 5 = (8 + x) : x$ si ha che $x = 20$ cm

Con riferimento alla figura, poiché i raggi delle circonferenze descritte dai due dischi considerati sono le ipotenuse dei triangoli AOC (R_1) e BO'C (R_2), applicando il teorema di Pitagora si perviene alle misure dei due raggi, rispettivamente $R_1 = 7\sqrt{17}$ cm $R_2 = 5\sqrt{17}$ cm

Esercizio 13 (10 punti) Passerà o non passerà?

Denominati R e R - 5, rispettivamente, la misura del raggio dell'arco del ponte e la differenza fra questa e 5 m, si può considerare che



$(R - 5)^2 + 12^2 = R^2$

da cui R - 5 = 11,9 m R = 16,9 m

Denominata z (FE) la metà della corda distante 4 m dal pelo dell'acqua si ha che l'imbarcazione passerà se z risulta maggiore di 6 m (metà della misura della larghezza dell'imbarcazione), come, invece, non risulta poiché

$Z^2 = 16{,}9^2 - 15{,}9^2$ e $32{,}8 < 36$