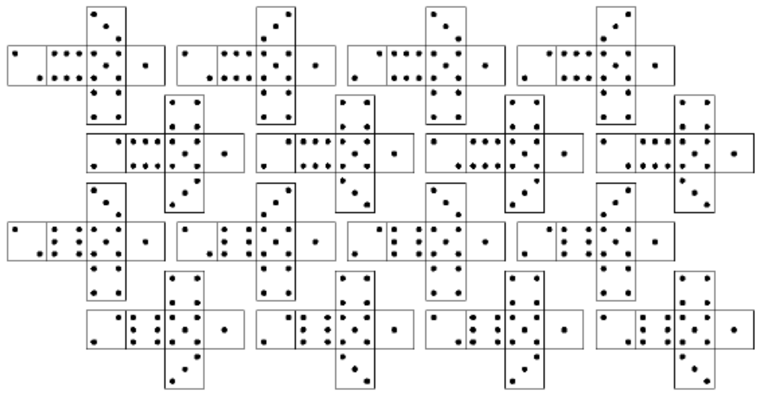
Elementi di soluzione per la correzione della prova di allenamento 2003

Esercizio 1
Se si colora una faccia del nastro, si sarà condotti ad oltrepassare il raccordo e alla fine è l'intero nastro che risulterà colorato. Il nastro di M. non ha dunque che una sola faccia. Se si taglia il nastro secondo la sua linea mediana, si avrà la sorpresa di non ottenere due pezzi, ma un solo anello. Attenzione a non cadere nell'errore di precolorare una faccia del rettangolo ABCD.

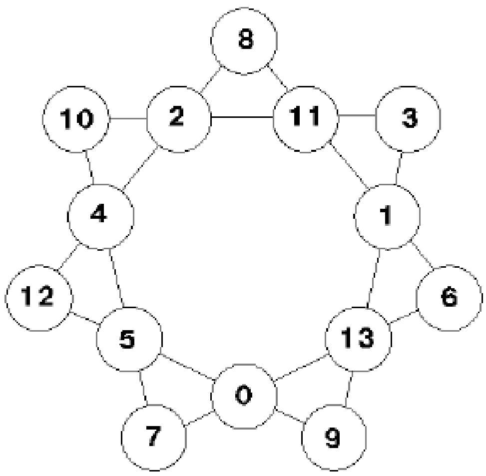
Esercizio 2
Ciascuna delle facce 2, 3 e 6 può essere orientata in due modi diversi; le facce 3 e 4 possono essere scambiate. Combinando tali variazioni, si ottiene 2×2×2×2, cioè 16 diversi dadi. Ecco i loro sviluppi:



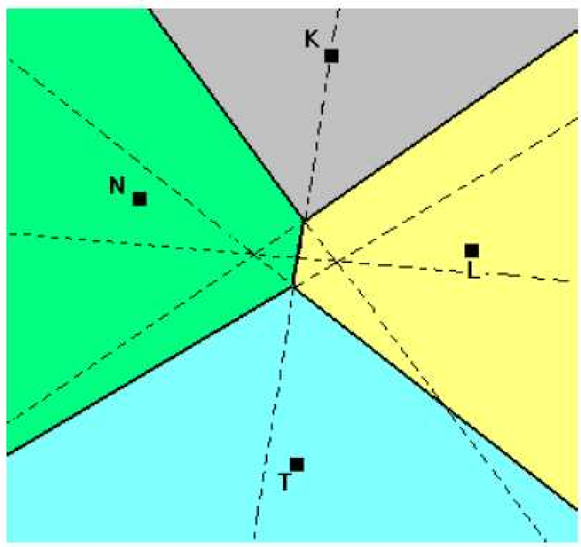
Esercizio 3
Antonio impiega 12 minuti meno di Cristina e poiché la sua velocità è anche doppia di quella di Cristina impiegherà la metà del tempo e cioè 12 minuti. la sua velocità è120 km/h e quella di Cristina 60km/h. Silvia e Michele procedono rispettivamente a 24/30×60=48 km/h e 24/18×60=80 km/h.

altro metodo: $D = 24 = V_S T_S = V_C T_C = V_m T_m = V_A T_A$ $V_A = 2V_C$ *e* $T_A - T_C = 1/5$ *h (= 12min) da cui* $V_C T_C = 2V_C(T_C - 1/5)$ $\Rightarrow T_C = 2/5$ *e* $V_C = 24/(2/5) = 60$.

Esercizio 4



Esercizio 5



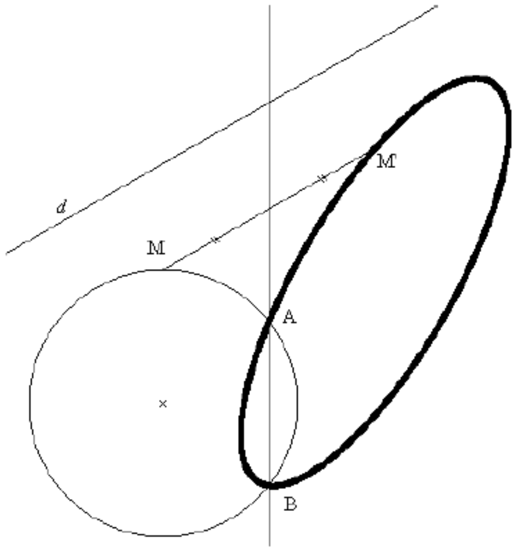
Le frontiere delle zone sono determinate dagli assi dei segmenti NK, KL, TN, NL che sono a 3 a 3 incidenti. Devono essere curate e ben scelte le frontiere in Sildavia centrale.

Esercizio 6

Metodo 1: età di Ettore 50 51 52 … 56 62 68 74 80 81 82 83
Speranza di
vita 78 78a2m 78a4m … 79 80 81 82 83 83a2m 83a4m 83a6m

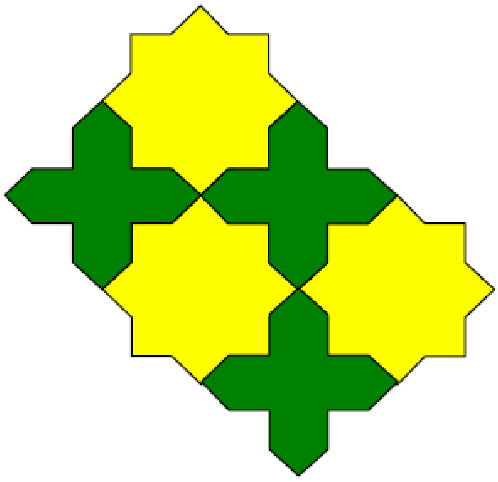
Metodo 2 : Tra n anni Ettore avrà $(50 + n)$ anni. La speranza di vita sarà di $78 + n/6$ anni.
Se $50 + n = 78 + n/6$ allora $n = 33{,}6$.
Siccome la prova di allenamento si svolge nel febbraio 2003, sarà nel corso dell'anno 2003 + 33 = 2036 che si otterrà l'uguaglianza.

Esercizio 7

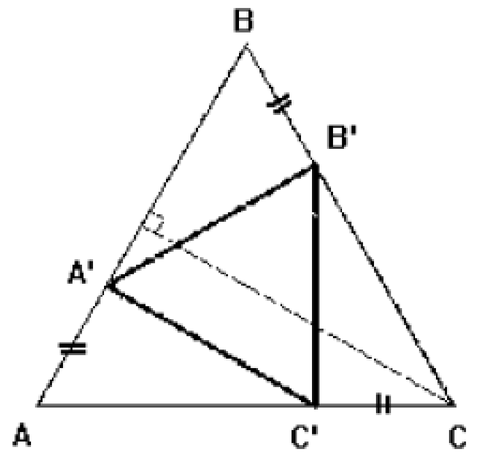


Esercizio 8
Se con x si indica "la proprietà del cuoco", alla prima ragazza il cuoco dà $x/2+1/2$, alla seconda
$½[x-(x+1)/2] +1/2$ e alla terza $½ [x-(x+1)/2-(x+1)/4]+1/2$.
Poiché il cuoco dona tutto
$x = (x+1)/2 +(x+1)/4$
$x=7$
Pertanto il trucco del mezzo uovo donato senza aver eseguito alcuna rottura consiste nel fatto che il numero iniziale di uova è dispari e alle tre ragazze toccano rispettivamente 4 uova, 2 uova e 1 uovo.

Esercizio 9



Esercizio 10



Ipotesi : ABC equilatero,
AB = 8,
AA' = BB' = CC' = x

Versione Talete : Sia I il punto medio di [AB]. Allora [CI] è un'altezza. Si possono effettuare le seguenti considerazioni
AA’C’ è un triangolo rettangolo in A’
Le rette (A'C') e (IC) sono parallele
AA’/AI = AC’/AC (condizione necessaria per il teorema di Talete e sufficiente per il suo inverso)
$x/4 = (8-x)/8 \Rightarrow 2x = 8-x \Rightarrow$ **x = 8/3**
Lo stesso per gli altri triangoli.

Esistono altri metodi possibili:
- trigonometrico
- basato sui mezzi triangoli equilateri)

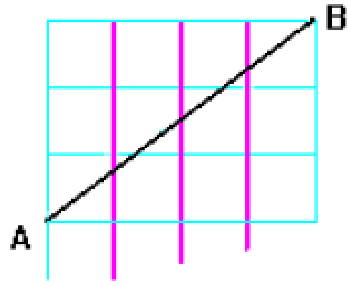
.

Esercizio 11

Ecco le prime potenze di 7:
1 - 7 - 49 - 343 - 2401 - 16807 - 117649 - 823543 - 5764801 - 40353607 -282475249 - 1977326743.
Per le due ultime cifre si verifica la successione periodica di 07, 49, 43 0 01.
Sapendo che 2003=4×500+3 allora 7 elevato a 2003 avrà le stesse due ultime cifre di 7 elevato a 3 e cioè 43.
In generale: supponiamo che 7^n termini per 01, 43, 49 o 07, allora $7^{n+4} = 7^n \times 2401$. Le 2 ultime cifre di 2401 sono 01, di conseguenza, se si moltiplica un numero qualunque per 2401 non si modificano le ultime 2 cifre di questo numero. 7^{n+4} ha dunque le stesse ultime 2 cifre di 7^n.

Esercizio 12

Il cammino della lumaca può essere segmentato in 4 tratti ciascuno situato su una banda di larghezza 0,5 m.
Si può appiattire la serra per rappresentare queste 4 bande accostate su un solo piano. Allora il cammino più breve è rappresentato dal segmento [AB]. Per il teorema di Pitagora, la sua lunghezza è di 2,5 m.



Esercizio 13

Area della superficie grigia = $\frac{1}{6}$ area del disco – area del triangolo AOB

$= \frac{1}{6}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$

Area ① $= \frac{1}{6}\pi + \left(\frac{1}{6}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

Le superficie ② e ④ hanno la stessa area perché simmetriche.

Area ② $= \frac{1}{4}\pi - \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}$

Area ③ $= 1 - \frac{1}{4}\pi - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}\right) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$