Correzione della prova di allenamento febbraio 2002

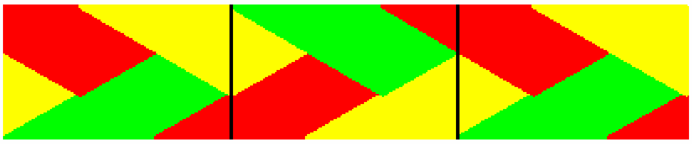
Esercizio1

Si ricorda che l'esercizio è stato proposto da un allievo e ha un'introduzione discorsiva che può essere considerata ridondante rispetto alla soluzione che è molto semplice:
1°settore: 7 giocatori; 2°settore: 11 giocatori; 3°settore: 3 giocatori **;** 4°settore: 3 giocatori.

Esercizio 2

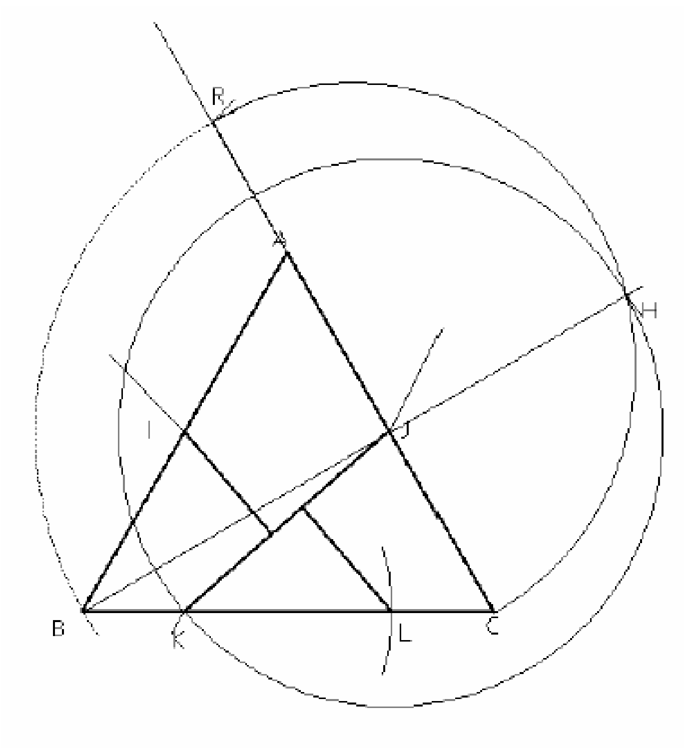
Ecco alcune soluzioni : 13 485 - 26 970 ; 14 853 - 29 706 ; 26 709 - 53 418 ; 32 709 - 65 418 ;
34 851 - 69 702 ; 48 513 - 97 026 e 48 531 - 97 062.

Esercizio 3

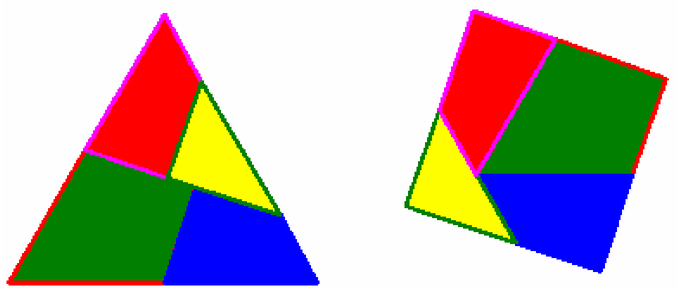


Si suddivida ogni zona in triangoli e mezzi triangoli equilateri di lato 2 cm.
Quando la treccia ha lunghezza uguale al triplo dell'altezza di uno di questi triangoli, che è $\sqrt{3}$ cm, ogni colore copre un'area equivalente a tre triangoli.
Dopo tre di queste lunghezze l = $9\sqrt{3} \approx 15{,}59 > 15$ cm.

Esercizio 4



Osservazione: se ne può costruire un puzzle articolato; se si ruota in senso orario si ha il quadrato, se si ruota in senso antiorario il triangolo

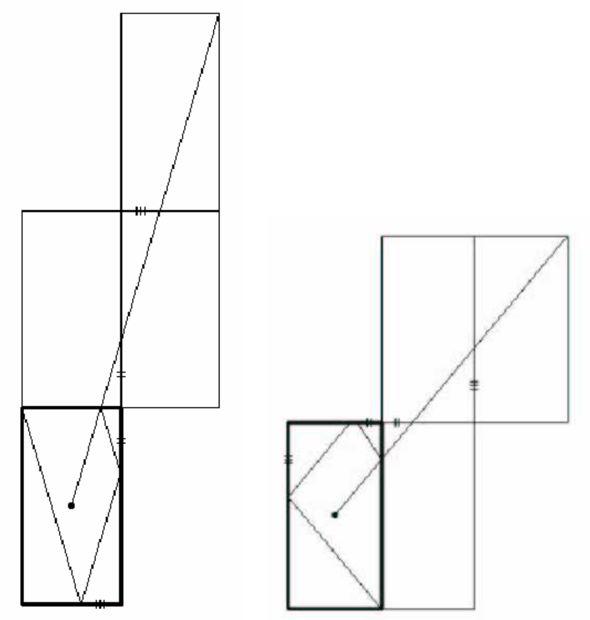


Esercizio 5

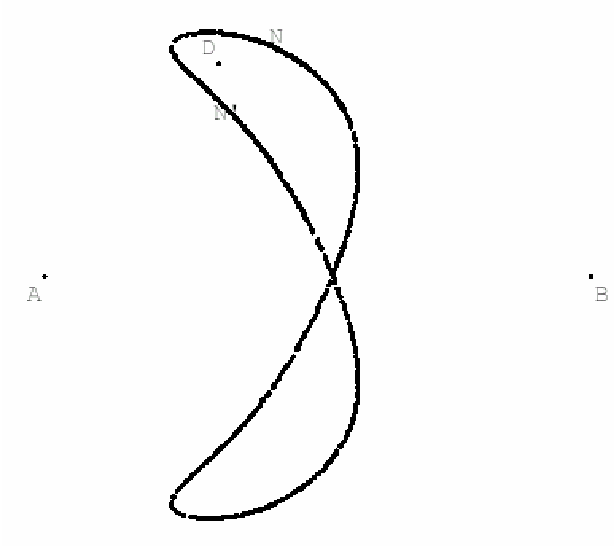
Gino segue la "strategia del quadrato": ogni volta dà a Franco un pezzo quadrato.
All'inizio 4x4, poi secondo i casi, 3x3 o 2x2 o (se in Gino prevale la gola) 1x1. In ogni caso l'ultimo quadretto tocca a Franco.

Esercizio 6

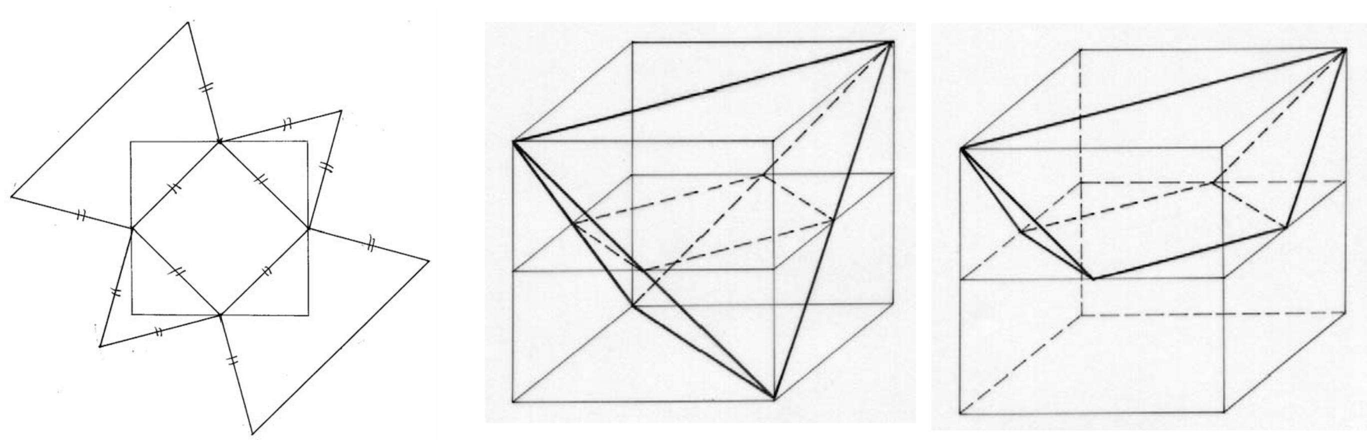
E' un gioco di riflessioni: si può procedere per composizione di simmetrie. Le altre si ottengono simmetricamente a queste.



Esercizio 7



Esercizio 8



Esercizio 9

Siano a e b 2 cifre vicine che scambiate danno la stessa cifra di controllo. Allora:
$a \times 1 + b \times 3 = a \times 3 + b \times 1 + 10k$ con k intero relativo.
Quindi $2b = 2a + 10k$ cioè $\boldsymbol{b = a + 5k}$.

- $k = 0$: corrisponde al caso banale $a = b$.
- $k = 1$ o $k = -1$ danno rispettivamente $b = a + 5$ o $a = b + 5$.
- Gli altri casi tali che $k \geq 2$ sono impossibili perché a e b sono delle cifre.

Le coppie possibili sono : **0** e **5 ; 1** e **6 ; 2** e **7 ; 3** e **8 ; 4** e **9**
Così come le coppie : **0** e **0 ; 1** e **1 ; 2** e **2 ; 3** e **3 ; 4** e **4 ; 5** e **5 ; 6** e **6 ; 7** e **7 ; 8** e **8 ; 9** e **9**.

Esercizio 10

Circuito minimo : differenza 40π – 30 π = **10** π cm.
Circuito massimo: differenza (70 π + 22,5 π + 175) – (52,5 π + 30 π + 175) = **10** π cm.
Su un circuito qualsiasi chiuso, l'automobilina compie, definito il senso di percorrenza, un numero di curve a destra (m) e a sinistra (n) che differiscono necessariamente per 4.
I tratti rettilinei non comportano differenza di lunghezza nelle due piste.
La lunghezza dei due percorsi sarà: m10 π + n7,5 π + p17,5 π e n10 π + m7,5 π + p17,5 π e la differenza dei percorsi: **4 × (20 π /2 – 15 π /2) = 10 π** cm per ogni m, n.

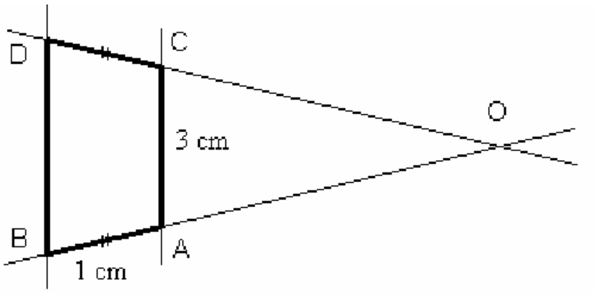
Esercizio 11

Si aprono contemporaneamente i due rubinetti, ogni minuto si vuota : 1/30+1/60=1/20 di recipiente-

1° soluzione: si aprono entrambi i rubinetti di un recipiente (20 minuti); poi si aprono entrambi i rubinetti dell'altro: totale 40 minuti.
2° soluzione: si aprono contemporaneamente il rubin etto grande di un recipiente e quello piccolo dell'altro. Quando il primo è vuoto (30 minuti) l'altro è pieno esattamente a metà. Aprendo anche il secondo rubinetto si svuota in dieci minuti.

Esercizio 12

1° soluzione: (con il teorema di Talete)



Sia AB il segmento di contatto del tappo con il tavolo: il piano perpendicolare al tavolo e che contiene AB taglia il tappo lungo il trapezio ABDC.
Sia O il centro della corona circolare. OA/AC = OB/ BD cioè 30/31 = 3/BD e BD = 3,1 cm.

2° soluzione (con le circonferenze).
La circonferenza della base minore del tappo misura 3π cm. La base minore descrive la circonferenza di raggio 30 cm in 20 giri, infatti 60π /3π = 20 giri. Sempre in 20 giri la base maggiore descrive la circonferenza di raggio 31 cm, quindi la base maggiore del tappo ha circonferenza 62π/20 = 3,1π cm e il diametro maggiore è 3,1cm.

Esercizio 13

Nel quadrato di lato 2n + 1 quadretti ci sono n + 1 colonne di posto dispari e n di posto pari. Ogni colonna di posto dispari contiene n + 1 quadretti bianchi, zero neri e n rigati.
Ogni colonna di posto pari contiene n + 1 quadretti rigati, n neri e zero bianchi..
In totale ci sono, quindi: **n^2 + 2n + 1 bianchi, n^2 neri e $2n^2$ + 2n rigati**.
Si può controllare, per verifica, che: $n^2 + 2n + 1 + n^2 + 2n^2 + 2n = 4n^2 + 4n + 1 =$ **$(2n + 1)^2$.**