Correzione della prova di allenamento / Febbraio 2001

Esercizio 1

Il gettone che occupa il tredicesimo posto della fila indica il numero x dei gettoni spostati. Infatti, dopo aver spostato un numero x (minore di 13) gettoni, al posto k della fila avrò il numero 13 – k + x.

Esercizio 2

Gennarino tenne conto dell'avviso materno che i cioccolatini contati dovevano dare per lato sempre somma 18.
Ci pensò su e trovò il modo di ingannare la mamma disponendo i cioccolatini nel modo seguente:

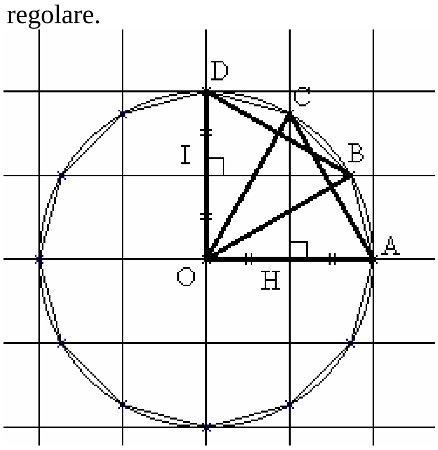
4	10	4
10		10
4	10	4

6	6	6
6		6
6	6	6

8	2	8
2		2
8	2	8

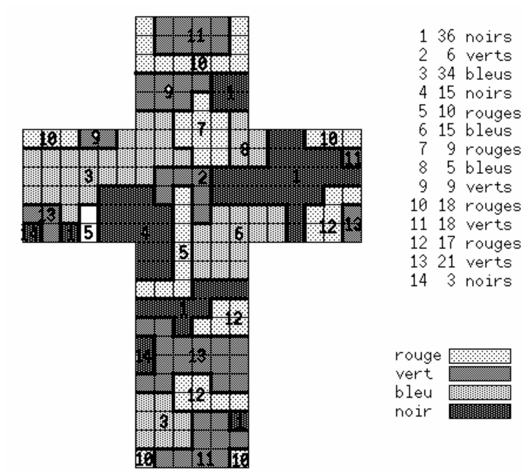
Esercizio 3

Il triangolo AOC è equilatero, infatti: OC = OA; CO = CA perché CH è altezza e mediana.
Quindi: AÔB=BÔC=CÔD==30°. Analogamente per gli altri tre quadranti.
Il dodecagono inscritto ha tutti gli angoli al centro uguali, quindi, è regolare.



Esercizio 4

Il cubo comprende in tutto 6^3 = 216 quadrati. Occorrono 4 colori ciascuno dei quali copra 36 x 6 : 4 = 54 quadrati.



Esercizio 5

$$1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{\times 2} 6 \xrightarrow{\times 2} 12 \xrightarrow{-1} 11 \xrightarrow{\times 2} 22 \xrightarrow{\times 2} 44$$
$$1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{\times 2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{\times 2} 16 \xrightarrow{\times 2} 32 \xrightarrow{\times 2} 64 \xrightarrow{-1} 63$$
$$1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{\times 2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{+1} 9 \xrightarrow{\times 2} 18 \xrightarrow{\times 2} 36 \xrightarrow{\times 2} 72$$

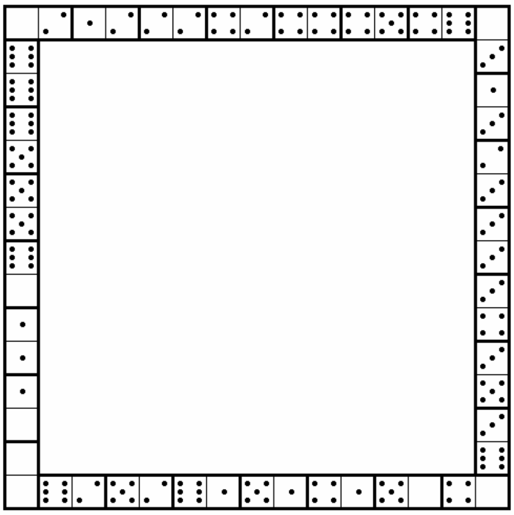
Esercizio 9

Ecco due esempi:

7 - 72 - 372 - 3724 - 37245 - 372456 - 3724560 - 13724560 - 813724560 - 9813724560
1 - 12 - 312 - 7312 - 73125 - 731256 - 7312564 - 73125648 - 731256489 - 7312564890

Esercizio 6

Ecco una possibile soluzione:



Esercizio 7

Gli angoli alla base di ogni triangolo isoscele misurino α:

$\widehat{AOC} + \widehat{COB} = \widehat{AOB} = 180°$

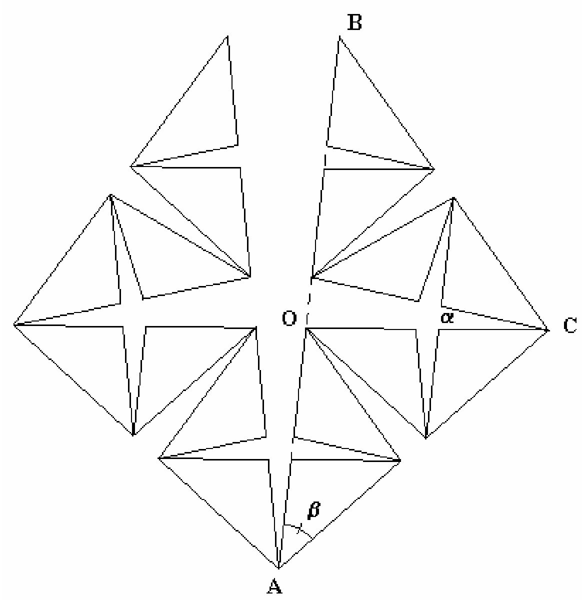
o $\widehat{AOC} = 180° – 2\beta$ e $\widehat{COB} = 180° – (2\beta + \alpha)$

dunque $180° – 2\beta + 180° – (2\beta + \alpha) = 180°$

$180° – 4\beta – \alpha = 0$

da cui $\beta = \frac{180 - \alpha}{4} = 45 - \frac{\alpha}{4} = 45 - \frac{12}{4} = 45 – 3 = 42°$.

L'angolo ottuso dei triangoli isosceli misura $180° – 2 \times 42 = 180° – 84° = 96°$.



Esercizio 8

La calcolatrice aumenta di 11 ogni numero di due cifre che non contiene il 9, aumenta di 1 i numeri che terminano per 9 e diminuisce di 89 i numeri che cominciano per 9 (99 nel caso del numero 99). Quindi, per esempio:

12 + 12 +12 + 12 +12 + 12 + 12 + 12 + 12 + 99 (=207)
diventa
23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 23 + 00 (=207)

Esercizio 10

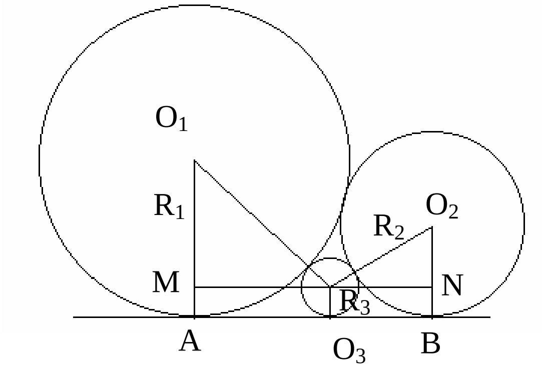
Un triangolo isoscele richiude il buco. Nel caso del triangolo rettangolo basta tagliare lungo la mediana relativa all'ipotenusa e rivoltare i due triangoli isosceli così ottenuti.
Nel caso del triangolo qualsiasi si taglia lungo l'altezza; si applica due volte il metodo precedente.
Se il triangolo è acutangolo unendo i vertici al circocentro si hanno tre triangoli isosceli rivoltabili.
Oppure, per qualsiasi triangolo: si costruisca il cerchio inscritto; ogni quadrilatero formato unendo un vertice, l'incentro e due punti di tangenza ha un asse di simmetria, quindi è rivoltabile.

Esercizio 11

Il volume del sacco di grano è $4 \times (\frac{6}{2\pi})^2 \times \pi = \frac{36}{\pi}$ in "*piedi cubi*".

I sacchi proposti hanno ciascuno volume uguale a $\frac{1}{4}$ del precedente.

Esercizio 12



$O_1M = 9 – R_3$ e $O_1O_3 = 9 + R_3$. $O_2N = 4 – R_3$ et $O_2O_3 = 4 + R_3$.
Il teorema di Pitagora applicato al triangolo O_1MO_3 e al triangolo O_2NO_3, dà :
$O_3M^2 = O_1O_3^2 – O_1M^2 = (9 + R_3)^2 – (9 – R_3)^2 = 36 R_3$ $\quad O_3M = 6\sqrt{R_3}$.
Analogamente $O_3N = 4\sqrt{R_3}$. Da $O_3M + O_3N = AB$ si ottiene $10\sqrt{R_3} = 12$
$\sqrt{R_3} = 1{,}2$ e $R_3 = 1{,}44$ cm. Più in generale: $\frac{1}{\sqrt{R_2}} + \frac{1}{\sqrt{R_1}} = \frac{1}{\sqrt{R_3}}$.

Esercizio 13

$2000^{30} = (2 \times 10^3)^{30} = 2^{30} \times 10^{90} = 1\,073\,741\,824 \times 10^{90}$ dunque 2000^{30} con 100 cifre.
$2000^{302} = 2^{302} \times 10^{906} \approx 8{,}148 * 10^{90} \times 10^{906} \approx 8{,}148 \times 10^{996}$ dunque 2000^{302} con 997 cifre.
$2000^{303} = 2^{303} \times 10^{909} \approx 1{,}6296 * 10^{91} \times 10^{909} \approx 1{,}6296 \times 10^{1000}$ dunque 2000^{303} con 1 001 cifre.
Non esiste alcuna potenza di 2000 con 1000 cifre.