

Matematica senza frontiere

prova del 18 marzo 1993

Raccomandazioni

- Utilizzare per le risposte fogli separati per ogni esercizio
- Per gli esercizi n. 1, 4, 8, 13 redigete le spiegazioni
- Sarà considerata l'accuratezza delle risposte

Esercizio n. 1 (10 punti)

Cifre alla mano

Rispondete nella stessa lingua della versione che scegliete.

Vor einigen Monaten waren luxemburgische Abgeordnete der Rivalität zwischen Straßburg und Brüssel als Sitz des europäischen Parlaments überdrüssig. Also beschlossen sie, die Hauptstadt des Großherzogtums dafür vorzuschlagen.

Sofort befragt, klassifizierten die 518 europäischen Abgeordneten die 3 Städte nach ihrer Vorliebe, mit der bevorzugten Stadt an erster Stelle. Hier folgen die Ergebnisse dieser Umfrage:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------|
| • Brüssel -Luxemburg - Straßburg | 142 Abgeordnete |
| • Luxemburg - Straßburg - Brüssel | 116 Abgeordnete |
| • Straßburg - Luxemburg - Brüssel | 91 Abgeordnete |
| • Straßburg - Brüssel - Luxemburg | 78 Abgeordnete |
| • Brüssel - Straßburg - Luxemburg | 52 Abgeordnete |
| • Luxemburg - Brüssel - Straßburg | 39 Abgeordnete |

Eine große luxemburgische Zeitung forderte also den Umzug des europäischen Parlaments nach Luxemburg. Sie stützte sich auf die Tatsache, daß eine Mehrheit der Abgeordneten Luxemburg Straßburg vorzog.

Zeige daß dieses Argument begründet war!

Zeige anschließend, wie man mit den Ergebnissen derselben Umfrage zuerst die Brüsseler, dann die Straßburger Kandidatur rechtfertigen könnte!



A few months ago, the Luxembourg Euro MP's, exasperated by the rivalry between Strasburg and Brussels over the issue of the European Parliament's seat decided to submit the application of the Gran Duchy's capitale. Immediately consulted upon the matter, the 518 Euro MP's ranked the 3 cities in order of decreasing preference. Here are the results of the ballot:

- | | |
|------------------------------------|----------|
| • Brussels - Luxemburg - Strasburg | 142 MP's |
| • Luxemburg - Strasburg - Brussels | 116 MP's |
| • Strasburg - Luxemburg - Brussels | 91 MP's |
| • Strasburg - Brussels - Luxemburg | 78 MP's |
| • Brussels - Strasburg - Luxemburg | 52 MP's |
| • Luxemburg - Brussels - Strasburg | 39 MP's |

A famous Luxemburg newspaper insisted that the European Parliament's seat be transferred to Luxemburg, putting forward the fact that a majority of Euro MP's preferred Luxemburg to Strasburg. Show that this argument was well-founded. Show then how, with the results of the same ballot, one could as well support the application of Brussels then that of Strasburg.



Hace algunos meses, los diputados luxemburgueses, hartos de la rivalidad entre Estrasburgo y Bruselas a propósito de la sede del Parlamento Europeo, habían decidido presentar la candidatura de la capital del Gran-Ducado.

Inmediatamente consultados, los 518 diputados europeos habían clasificado las tres ciudades por orden de preferencia decreciente.

Éstos son los resultados del voto:

Bruselas - Luxemburgo - Estrasburgo	142 diputados
Luxemburgo - Estrasburgo - Bruselas	116 diputados
Estrasburgo - Luxemburgo - Bruselas	91 diputados
Estrasburgo - Bruselas - Luxemburgo	78 diputados
Bruselas - Estrasburgo - Luxemburgo	52 diputados
Luxemburgo - Bruselas - Estrasburgo	39 diputados

Un gran periódico luxemburgués exigió entonces la transferencia de la sede del Parlamento Europeo a Luxemburgo, pretextando que una mayoría de diputados preferían Luxemburgo a Estrasburgo. Mostrar que este argumento es valioso. Mostrar luego cómo se podía también defender con los resultados del mismo voto la candidatura de Bruselas y después la de Estrasburgo.

⌘

Il y a quelques mois, les députés luxembourgeois, excédés par la rivalité de Strasbourg et Bruxelles sur la question du siège du Parlement Européen, avaient décidé de faire acte de la candidature de la capitale du Grand-Duché. Immédiatement consultés, les 518 députés européens avaient classé les trois villes par ordre de préférence décroissante.

Voici les résultats du scrutin:

• Bruxelles - Luxembourg - Strasbourg	142 députés
• Luxembourg - Strasbourg - Bruxelles	116 députés
• Strasbourg - Luxembourg - Bruxelles	91 députés
• Strasbourg - Bruxelles - Luxembourg	78 députés
• Bruxelles - Strasbourg - Luxembourg	52 députés
• Luxembourg - Bruxelles - Strasbourg	39 députés

Un grand journal luxembourgeois exigea alors le transfert du siège du Parlement Européen a Luxembourg, argüant du fait qu'une majorité de députés préféraient Luxembourg a Strasbourg.

Montrer que cet argument était fondé. Montrer ensuite comment on aurait pu défendre tout aussi bien, avec les résultats du même scrutin, la candidature de Bruxelles, puis celle de Strasbourg.

Esercizio n. 2 (5 punti)

Andando verso Venezia

Davide lascia Bergamo in moto in direzione di Venezia procedendo a velocità costante sulla statale.

Poco dopo la partenza incontra una pietra miliare con l'indicazione chilometrica scritta con due cifre.

Un'ora più tardi ne nota un'altra con le stesse due cifre ma invertite.

Infine, dopo un'altra ora, procedendo sempre sulla stessa strada, ne individua un'altra con le due cifre iniziali ma separate da uno zero.

Quale è stata la velocità (supposta costante) della moto?

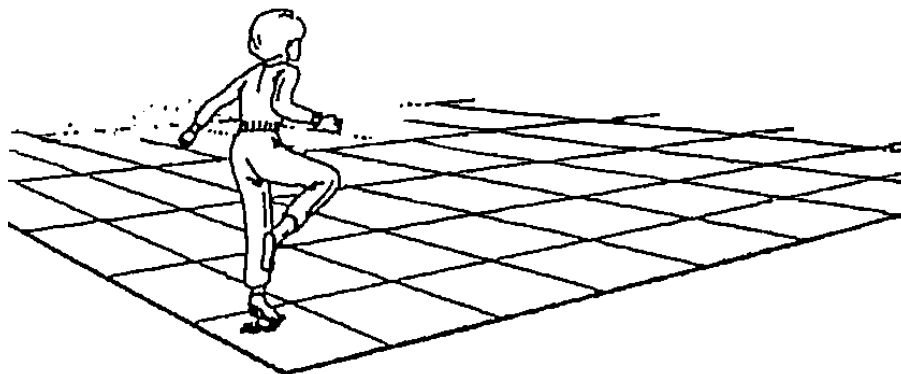
Esercizio n. 3 (10 punti)

La piazza

La piazza del Mercato, di forma rettangolare, pavimentata con delle pietre quadrate, si presenta deserta alla vista di Vittorio che esclama: " Che magnifica scacchiera! Ci sono 120 quadri in lunghezza e 45 in larghezza".

Per andare da un angolo estremo della piazza all'opposto seguendo la diagonale, Vittorio decide di posare un piede su ogni pietra attraversata da questa diagonale e su nessuna altra pietra.

Su quante pietre Vittorio camminerà?



Esercizio n. 4 (5 punti)

Il solitario

Le carte di un gioco di tarocchi, numerate da 1 a 21, sono allineate su un tavolo coperte. Vengono passate in rassegna una per una mantenendole nella stessa posizione :

al primo passaggio, si girano tutte;

al secondo passaggio si gira la seconda, la quarta, ecc., in modo che rimangano coperte le carte pari;

al terzo passaggio si gira la terza, la sesta, la nona, ecc., in modo da girare tutte le carte il cui numero è multiplo di tre ;

al quarto passaggio si girano tutte le carte il cui numero è multiplo di quattro.

E così di seguito...

Considerando 21 passaggi, quante volte la carta numero 20 è maneggiata?

Spiegate la risposta .

Quali sono i numeri delle carte scoperte al termine del ventunesimo passaggio?

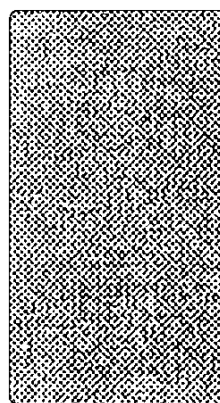


Immagine nascosta

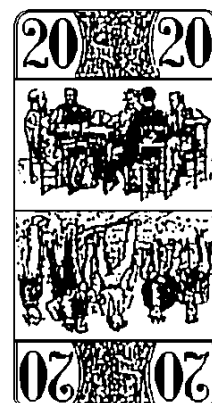


Immagine visibile

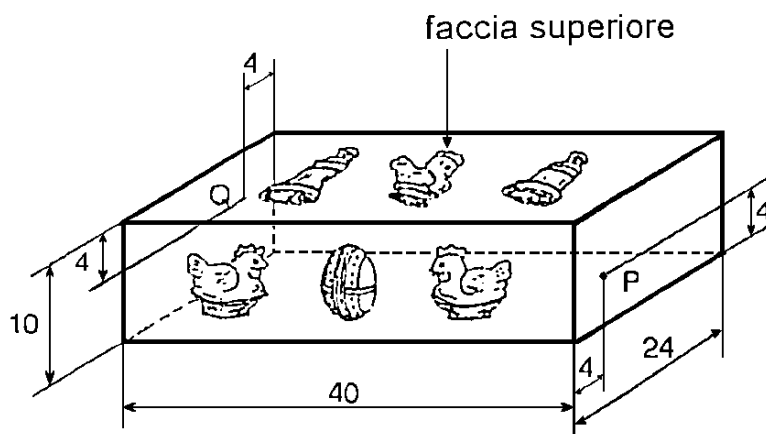
Esercizio n. 5 (10 punti)

Buona Pasqua

Per la ricorrenza pasquale una pasticceria offre in vendita un assortimento di campane, uova, gallinelle, coniglietti di cioccolato in una scatola a forma di parallelepipedo con i lati rispettivamente di 40 cm, 24 cm e 10 cm.

A scopo decorativo viene fatto passare sulla faccia superiore della scatola un nastro le cui bande sono fissate sulle facce laterali in corrispondenza dei punti P e Q della figura

Si costruisca un campione della scatola in scala 1 a 4 e vi si disegni sopra la posizione del nastro di minore lunghezza che soddisfa alle condizioni indicate. Si incolli quindi il campione sul foglio-risposta.



Esercizio n. 6 (5 punti)

Ricetta antica

Calcolando il prodotto 309216×816423 con una calcolatrice tascabile si può ottenere come risultato approssimato

$$2,52451 \times 10^{11}$$

Si può però calcolare il valore esatto adottando una impostazione della moltiplicazione conosciuta già nel Medio Evo e rappresentata di seguito:

		309	216	X	
		252	176		816
		144	256		
		130	91		423
		707	368		
252	451	054	368		

Utilizzando la stessa tecnica si rappresenti la moltiplicazione $119\ 152\ 601 \times 932\ 511$ e si calcoli il prodotto.

Esercizio n. 7 (10 punti)

La vigna di Archimede

Il 18 marzo 1993 Archimede Pitagorico, viticoltore burlone, propone a suo nipote il seguente enigma.
“ La mia vigna ha la forma di un triangolo rettangolo con i lati le cui misure, in tese francesi, sono tre numeri interi con due cifre aventi lo stesso numero per le decine”.
Quali sono le dimensioni della vigna dello zio Archimede?

Esercizio n. 8 (5 punti)

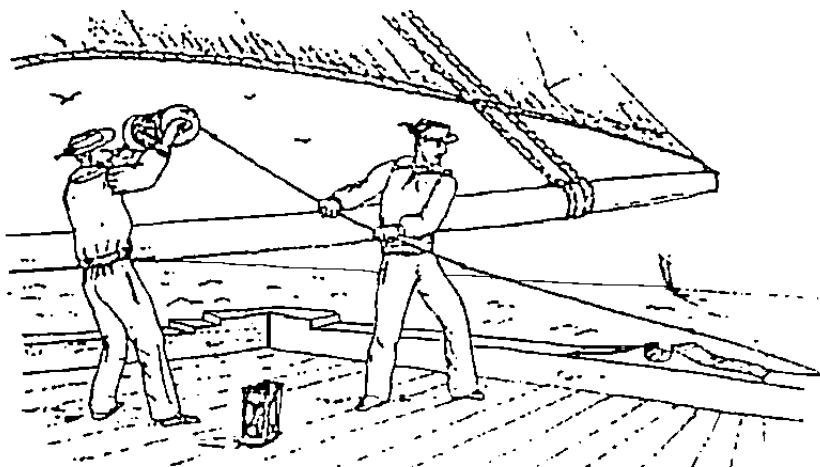
Velocità di crociera

Un tempo si misurava la velocità di una nave con uno strumento chiamato solcometro. Era costituito da un pezzo di legno triangolare, zavorrato in un vertice, chiamato “battello di solcometro”, appeso ad una corda con distribuiti a distanza regolare dei nodi. La distanza tra due nodi consecutivi è la 120^{ma} parte del miglio marino.

Un marinaio getta il “battello” in mare, la corda si srotola nelle sue mani mentre il battello rimane dove è stato gettato.

La velocità della nave espressa in nodi è allora data dal numero di nodi che sono passati tra le mani del marinaio in un mezzo minuto. Se una nave procede a 20 nodi, quale è la sua velocità espressa in miglia per ora?

Si spieghi il procedimento di calcolo.



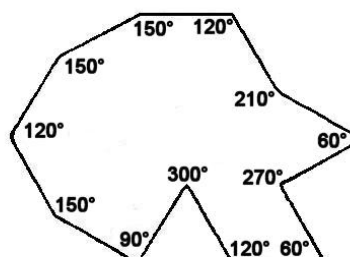
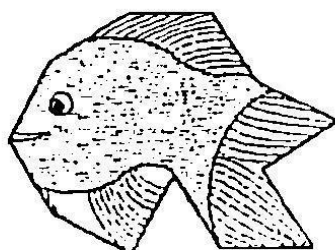
Esercizio n. 9 (10 punti)

Pesce d'aprile

La società di pavimentazione “Mosaico” ottiene molto successo con i “Pesci autobloccanti”. Le piastrelle a forma di pesce sono dei poligoni con i lati della medesima lunghezza e con gli angoli dell'ampiezza segnata nel disegno.

Si costruiscano 12 piastrelle uguali a forma di pesce utilizzando dei triangoli equilateri e dei quadrati di lato 15 mm.

Si dimostri come le piastrelle possono essere assemblate per ricoprire una superficie, incollandole sul foglio-risposta. Le piastrelle possono essere distinte utilizzando tre colori diversi.

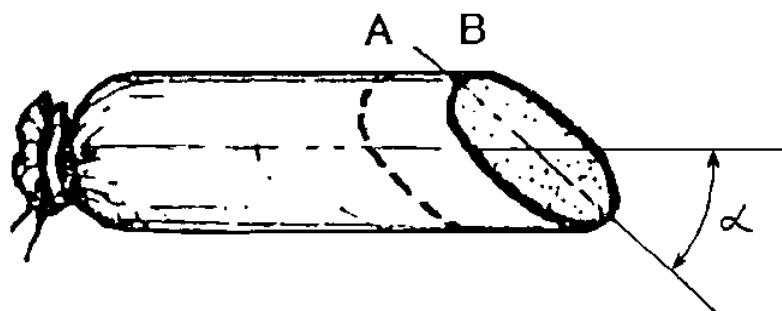


Esercizio n. 10 (5 punti)**A tavola!**

Anna, vedendo suo zio tagliare a fette un trancio di salame, afferma: "Di sicuro tu hai fame". Al che lo zio replica: "Ti regalerò questa fetta se tu indovinerai la forma dello sviluppo della pelle che la circonda".

La fetta di salame è a facce parallele, con l'angolo di taglio α di circa 45° .

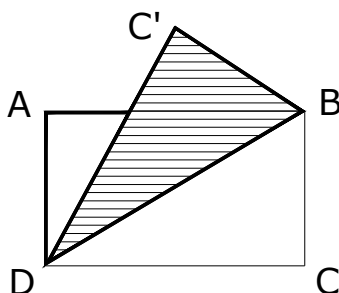
Dopo aver tagliato la pelle di questa fetta secondo AB, la si srotola e la si adagia sul tavolo. Si disegni sul foglio-risposta la forma approssimativa della superficie piana così ottenuta.

**Esercizio n. 11 (10 punti)****La piega impeccabile**

Si è piegato un rettangolo di carta ABCD secondo la diagonale BD. Si nota che

$$AC' = AD = BC'$$

Conoscendo la larghezza del rettangolo (5 cm) si determini la lunghezza.

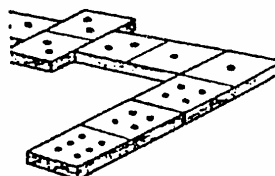
**Esercizio n. 12 (15 punti)****Senza frontiere**

Nella figura sono rappresentati 28 pezzi di un gioco del domino, tutti differenti, disposti in una scatola rettangolare.

I contorni dei pezzi non sono indicati. I punti sono sostituiti dai numeri che rappresentano e lo zero indica l'assenza di punti.

Si ingrandisca sul foglio risposta la rappresentazione numerica e si disegnino i contorni di tutti i pezzi, tenendo presente che sono costituiti da due tasselli che possono essere disposti verticali o orizzontali.

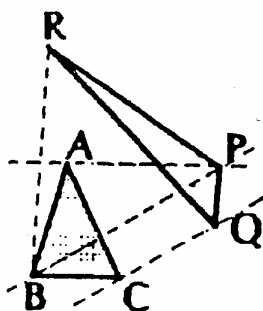
2	3	4	3	6	3	0	5
1	3	1	5	6	2	1	1
4	0	5	4	4	5	2	5
4	1	5	2	3	6	2	1
6	0	0	6	0	4	2	6
0	4	2	3	1	6	0	1
2	0	3	5	6	3	5	4



SPECIALE PER LA CLASSE TERZA

Esercizio n. 13 (5 punti)

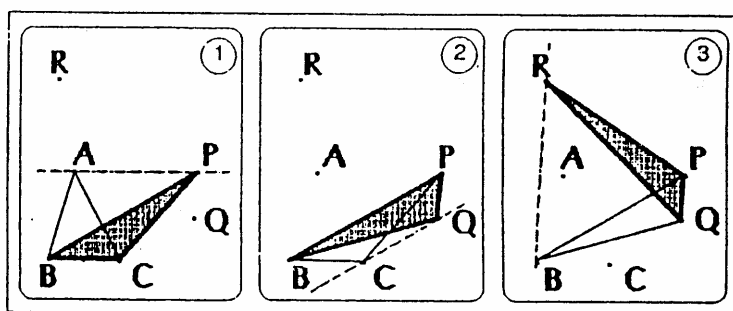
Geometria variabile



I due triangoli ABC e PQR sono tracciati nel disegno in modo che:

AP sia parallelo a BC
CQ sia parallelo a BP
BR sia parallelo a PQ

La figura rappresentata sotto permette di capire che i triangoli ABC e PQR hanno la stessa superficie.
Si spieghi il perché.



Esercizio n. 14 (10 punti)

Fantasticando

La lezione volge al termine ed Anna, guardando fuori dalla finestra, vede il suo ragazzo Paolo passare in moto per un tempo di 2 secondi. Si domanda a che velocità stia andando.
Aiutatela a rispondere, sapendo che Anna è seduta alla distanza di 1 metro dalla finestra che è larga 1 metro, e sapendo, inoltre, che la strada parallela alla finestra dista dalla facciata 25 metri.

Esercizio n. 15 (15 punti)

Inconsueto e proibito

Per attraversare un centro commerciale Enrico utilizza un "tappeto" mobile sul quale, però, non rimane fermo, ma cammina, pur con passo abituale, per guadagnare tempo.
Impiega così a percorrere il tratto 1 minuto e 12 secondi.
Un giorno, in cui non c'è controllo, prova a percorrerlo in senso opposto, impiegando con il suo solito passo 6 minuti.
Il giorno dopo il "tappeto" è fuori uso; quanto tempo impiega Enrico col suo passo abituale per attraversare il centro commerciale?