

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Competizione 10 Febbraio 2015

- Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Attenzione alle richieste di spiegazioni o giustificazioni.
- Saranno esaminate tutte le risoluzioni ragionate anche se incomplete.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.

Esercizio n. 1 (7 punti) I poligoni di Camille

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.

Nachdem Camille ein Dreieck, ein Viereck und ein Fünfeck gezeichnet hat, stellt sie fest, dass ein Dreieck keine, ein Viereck zwei und ein Fünfeck fünf Diagonalen besitzt. Sie fragt sich, wie viele Diagonalen wohl ein Sechseck, ein Siebeneck und ein Achteck haben. Sie glaubt, eine Formel gefunden zu haben, die die Anzahl der Diagonalen in einem n -Eck angibt..

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

Wie viele Diagonalen besitzt ein Sechseck, wie viele ein Siebeneck und wie viele ein Achteck?

Beweist die Formel, die Camille gefunden hat.

Kann ein Vieleck 100 Diagonalen besitzen? Begründet eure Antwort.

After she had drawn a few diagrams, Camille noticed that a triangle has no diagonals, that a quadrilateral has two and that a pentagon has five.

She tries to work out how many diagonals the polygons with 6, 7 and 8 vertices would have. She thinks she has found the formula that gives the number of diagonals for a polygon with n vertices:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

How many diagonals does a polygon with 6, 7 or 8 vertices have?

Show that Camille's formula is correct.

Can a polygon have 100 diagonals? Explain your answer.

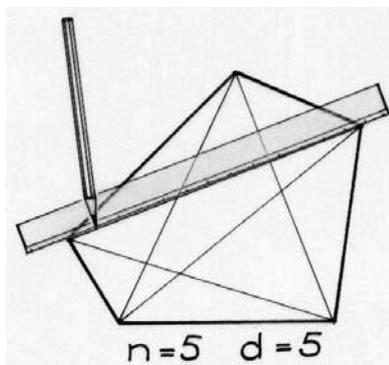
Después de dibujar las figuras, Camille se da cuenta que los triángulos no tienen diagonales, que los cuadriláteros tienen dos y que los pentágonos tienen cinco. Busca cuántas diagonales tienen los polígonos de 6, 7 y 8 vértices. Camille piensa que ha encontrado la fórmula que expresa el número de diagonales de un polígono de n vértices:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

¿Cuántas diagonales tienen los polígonos de 6, 7 y 8 lados?

Demuestra la fórmula que ha encontrado Camille.

¿Puede tener un polígono 100 diagonales? Justifica la respuesta.



Après avoir fait les figures, Camille remarque qu'un triangle n'a pas de diagonale, qu'un quadrilatère en a deux et qu'un pentagone en a cinq.

Elle cherche combien de diagonales ont les polygones de 6, 7 et 8 sommets. Elle pense avoir trouvé une formule donnant le nombre de

diagonales d'un polygone de n sommets :

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

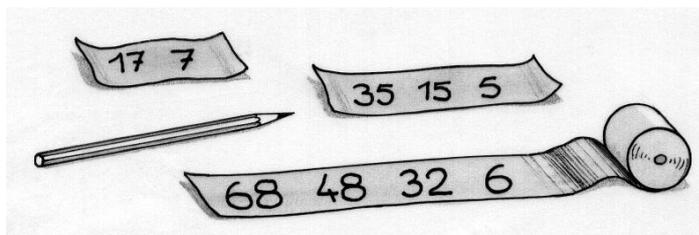
Combien de diagonales ont les polygones à 6, 7 et 8 sommets ?

Démontrer la formule trouvée par Camille.

Est-il possible qu'un polygone ait 100 diagonales ? Expliquer.

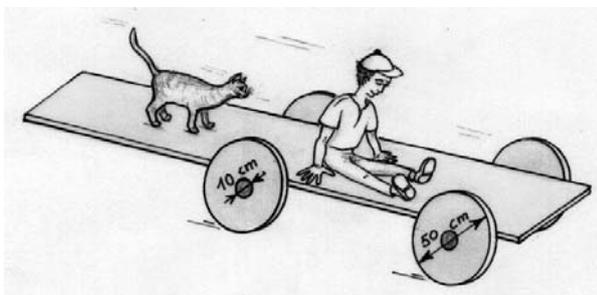
Esercizio n. 2 (5 punti) Decrescita programmata

Annamaria si diverte con le successioni numeriche. Sceglie un numero intero naturale come primo numero della successione; calcola il successivo moltiplicando tra loro le cifre del numero. Procede analogamente con il numero ottenuto finché non ottiene un numero con una sola cifra. Ad esempio, iniziando da 68, ottiene la successione di quattro numeri: 68, 48, 32, 6.



Quale numero intero naturale inferiore a 100 comporta, seguendo il procedimento descritto, la successione più lunga?

Esercizio n. 3 (7 punti) Un giro sulla tavola



Una lunga tavola rigida è posta su due assi paralleli. Le ruote rotolano sul suolo senza slittare e la tavola avanza senza scivolare sugli assi.

Il diametro degli assi misura 10 cm e le ruote imperniate sugli assi hanno un diametro di 50 cm.

Di quanto si sposta la tavola quando le ruote hanno compiuto un giro? Giustificate la vostra risoluzione.

Esercizio n. 4 (5 punti) Tetrathlon

La comunità scolastica "de Coubertin" organizza un torneo sportivo.

In programma ci sono quattro discipline: pallavolo, calcio, pallamano e rugby.

Il regolamento stabilisce:

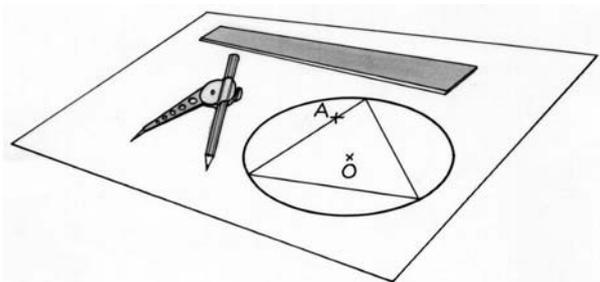
- ogni squadra deve disputare quattro incontri, uno per disciplina
- una squadra non può incontrare due volte la stessa squadra avversaria.

Verificate che, se sono coinvolte otto squadre, il torneo si può svolgere.



Esercizio n. 5 (7 punti) Cerchio nel cerchio

Tracciate una circonferenza di 6 cm di raggio. Posizionate un punto A distante 5 cm dal centro. Costruite un triangolo equilatero inscritto nella circonferenza con un lato passante per A. Riportate le fasi della costruzione.

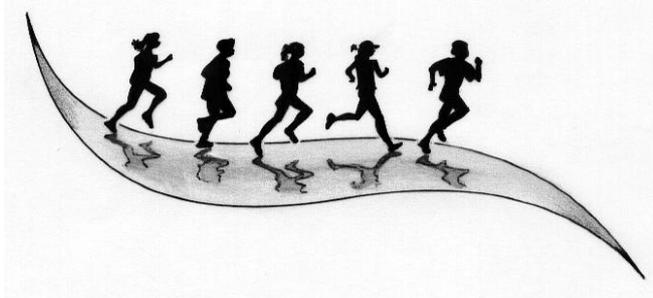


Se A è troppo vicino al centro, la costruzione richiesta è impossibile.

Individuate e colorate l'insieme di punti per i quali è possibile la costruzione del triangolo equilatero.

Esercizio n. 6 (5 punti) Il club dei cinque

Ahmed, Benedetta, Claudio, Damiano e Elisa partecipano a una corsa a squadre. Arrivano, nell'ordine citato, ciascuno a 5 minuti d'intervallo dall'altro. Ahmed corre 2 volte più veloce di Elisa.



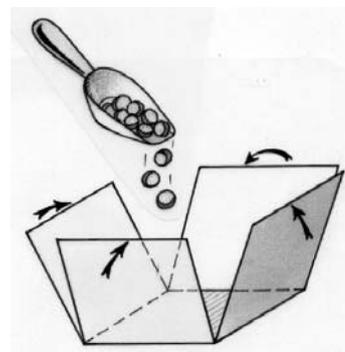
Calcolate, riportando sul foglio risposta anche il procedimento, il tempo totale impiegato da questa squadra durante la corsa.

Esercizio n. 7 (7 punti) Smart box

Enrica costruisce su un disco di cartone di 10 cm di raggio lo sviluppo più grande possibile di una composizione di cinque quadrati identici.

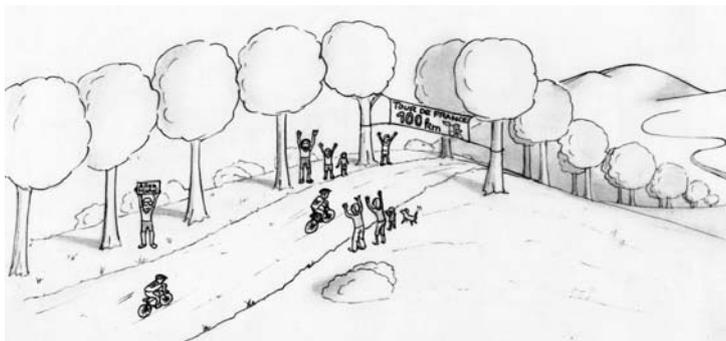
Con questo sviluppo forma una scatola cubica senza coperchio.

Calcolate il volume della scatola, riportate il disegno e la procedura di calcolo seguita.



Esercizio n. 8 (5 punti) Bella fuga

Su una strada in salita, due corridori sono in fuga; la loro velocità è uguale e costante, pari a 18 km/h.



Distano fra loro 200 metri.

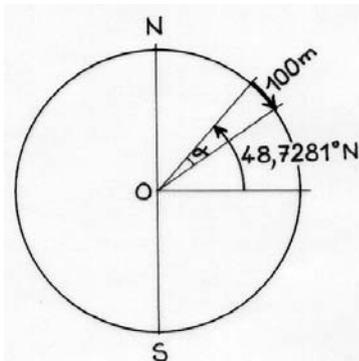
Superano la sommità e affrontano la discesa.

Dopo il passaggio della cima, impiegano lo stesso tempo e percorrono la medesima distanza per raggiungere in discesa la velocità costante di 70 km/h.

Qual è la distanza che separa i due corridori? Spiegate.

Esercizio n. 9 (7 punti) Localizzazione satellitare

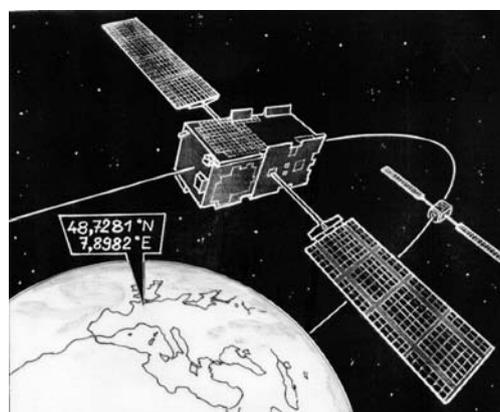
Per individuare la posizione di un punto sulla superficie terrestre, un GPS calcola la posizione angolare (latitudine e longitudine) con il riferimento alla posizione di diversi satelliti.



Sono nel punto di coordinate $48,7281^\circ$ di latitudine Nord e $7,8982^\circ$ di longitudine Est.

Mi sposto di 100 metri verso Sud. La longitudine è inalterata.

Si assimila la Terra a una sfera di raggio di 6 367 km.



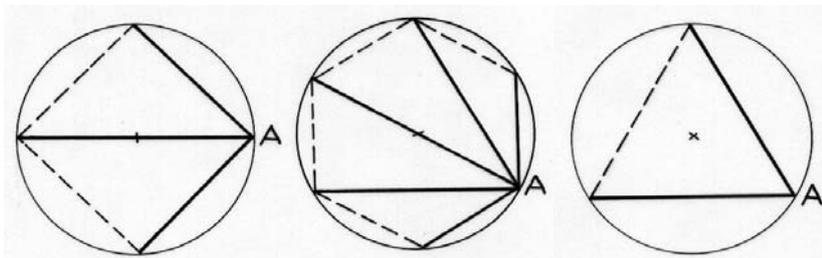
Qual è la latitudine indicata dal GPS? Spiegate.

Esercizio n. 10 (10 punti) Teoria delle corde

Nelle figure sottostanti i poligoni regolari sono inscritti in circonferenze di raggio 1.

I segmenti in neretto collegano il vertice A agli altri vertici.

Per questi tre poligoni regolari calcolate il valore esatto del prodotto delle lunghezze dei segmenti uscenti da A.



A partire da questi esempi ipotizzate una proprietà.

Secondo questa congettura quale sarà il valore del prodotto corrispondente al poligono regolare di 1 000 lati?

Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) La bolla nella bolla

Estelle, soffiando con una cannuccia di paglia in acqua saponata, deposita su una superficie liscia orizzontale una bolla di sapone a forma semisferica di diametro di 12 cm.

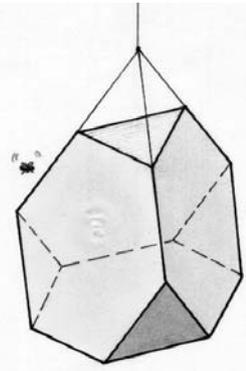
All'interno di questa soffiava una seconda bolla semisferica. La prima s'ingrandisce. Il suo volume è uguale alla somma di quello iniziale e del volume della bolla interna.

Quale dovrebbe essere il diametro della bolla interna affinché il diametro della bolla grande sia di 14 cm? Spiegate il vostro ragionamento.



Esercizio n. 12 (7 punti) Area di sosta

Al Club Mat, gli allievi hanno costruito in cartone un tetraedro tronco.



E' così composto:

- 4 facce esagonali, essendo ognuna un esagono regolare
- 4 facce triangolari, essendo ognuna un triangolo equilatero.

E' sospeso in aula.

Una mosca si posa per caso su un punto della superficie di questo poliedro. Si esclude la possibilità che si posi su uno spigolo.

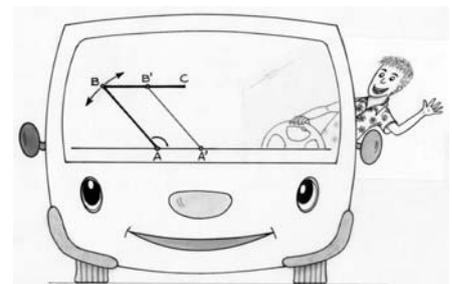
Calcolate la probabilità che la mosca si posi su una faccia esagonale. Argomentate la risposta.

Esercizio n. 13 (10 punti) Si pulisce tutto?

Enrico propone a un costruttore di auto di provare il suo prototipo di tergicristallo per un parabrezza piano. La spazzola pulente è rappresentata in figura dal segmento BC.

Questa spazzola è fissata sul lato BB' del parallelogramma ABB'A'. Il segmento AA' è fisso. $AB = BC = 70$ cm.

L'angolo A'AB del parallelogramma articolato ABB'A' varia da 0° a 180° .



Evidenziate (in una rappresentazione in scala 1:10) la superficie "ripulita" dalla spazzola.

Secondo voi, il costruttore d'auto utilizzerà la proposta di Enrico? Argomentate il vostro parere.

Calcolate, inoltre, riportando il procedimento, l'area della superficie "ripulita".

Foglio risposta – Esercizio n.