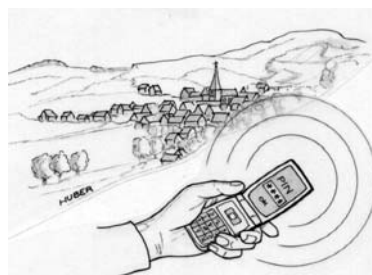


Matematica Senza Frontiere

Competizione 16 marzo 2012

- Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Risolvere l'esercizio n. 1 nella lingua straniera che preferite tra quelle proposte; in caso contrario il punteggio assegnato è "zero".
- Sono richieste spiegazioni o giustificazioni per gli esercizi 2, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13.
- Saranno esaminate tutte le risposte, anche se parziali.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.



Esercizio 1 (7 punti) Senza dubbio

Soluzione da redigere in una delle lingue proposte con un minimo di 30 parole.

Laszlo hat Nicole eine SMS geschickt:

„Ich bin sicher, dass man in deinem Dorf zwei Personen finden kann, die am gleichen Tag Geburtstag haben.“

„Klar“, antwortet Nicole, „denn du weißt ja, dass es in meinem Dorf mehr als 400 Einwohner gibt.“

Ich habe gelesen, dass es bei dir in Ungarn etwa 10 Millionen Handys gibt. Daher bin ich sicher, dass man zwei Ungarn finden kann, die am gleichen Tag Geburtstag haben und außerdem die gleiche PIN-Nummer für ihr Mobiltelefon verwenden.“

„Klar“, antwortet László, „denn du weißt ja, dass eine PIN-Nummer aus 4 Ziffern besteht.“

Erklärt die Überlegungen von László und Nicole.

Laszlo a envoyé un SMS à Nicole :

« Je suis sûr que dans ton village, on peut trouver deux personnes qui ont leur anniversaire le même jour .

- Evidemment, répond Nicole, puisque tu sais qu'il y a plus de 400 habitants dans mon village !

J'ai lu que chez toi, en Hongrie, il y a près de 10 millions de téléphones mobiles. Ainsi, je suis sûre que l'on peut trouver deux Hongrois qui ont leur anniversaire le même jour et qui en plus utilisent le même code PIN pour leur téléphone mobile.

- Evidemment, répond László, puisque tu sais qu'un code PIN comporte 4 chiffres. »

Expliquer les raisonnements de László et de Nicole.

Laszlo has just texted Nicole:

"I'm sure that in your village you can find two people who have their birthday on the same day."

"Obviously", replies Nicole, "when you know that there are more than 400 people living in our village! I've read that in Hungary, your own country, there are more than 10 million mobile phones. So I'm certain that you could find 2 Hungarians who have their birthday on the same day and also have the same PIN for their mobile phone."

"Obviously", replies László, "when you know that a PIN code has 4 digits."

Explain the logic of László and Nicole's argument.

Laszlo ha mandado un SMS a Nicole:

« Estoy seguro de que en tu pueblo, podemos encontrar dos personas que cumplan años el mismo día.

- Claro, contesta Nicole, ¡como sabes que mi pueblo tiene más de 400 habitantes!

He leído que en tu país, en Hungría, hay cerca de 10 millones de teléfonos móviles. Por lo tanto, estoy segura que podemos encontrar dos húngaros que cumplan años el mismo día y que además utilizan el mismo código PIN para sus móviles.

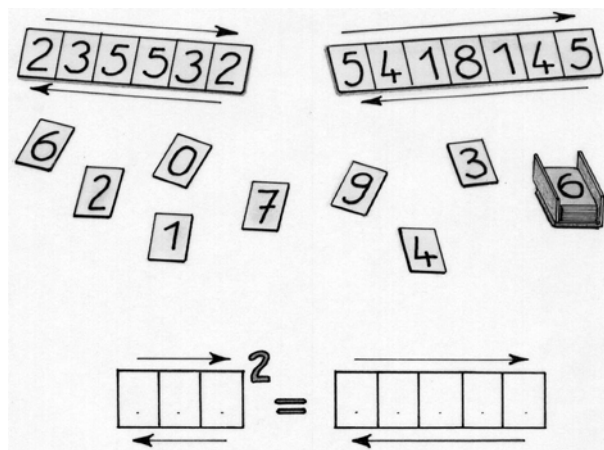
- Claro, contesta László, porque sabes que un código PIN tiene 4 cifras. »

Explica los razonamientos de László y de Nicole.

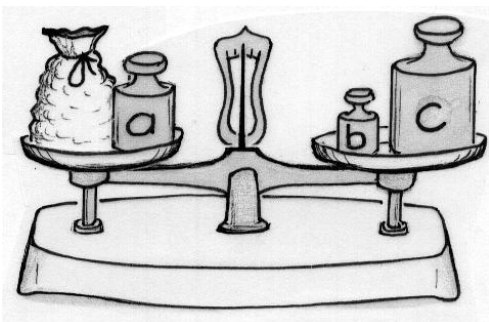
Esercizio 2 (5 punti) In tutti i sensi

Un numero intero è palindromo quando si può leggere da destra a sinistra come da sinistra a destra.
Per esempio 235 532 e 5 418 145 sono palindromi.

Individuate il più grande numero palindromo di cinque cifre che sia il quadrato di un palindromo di tre cifre. Giustificate la risposta.



Esercizio 3 (7 punti) Pesiamo



Si dispone di una bilancia a due piatti e di 3 masse di valore intero a , b , c espresso in chilogrammi.

Quali sono i valori di a , b , c sapendo che con queste tre masse posso pesare tutti gli oggetti aventi una massa intera inferiore o uguale a 13 kg?

Fornite il dettaglio delle 13 pesate.

Esercizio 4 (5 punti) Incrocio dei pali!

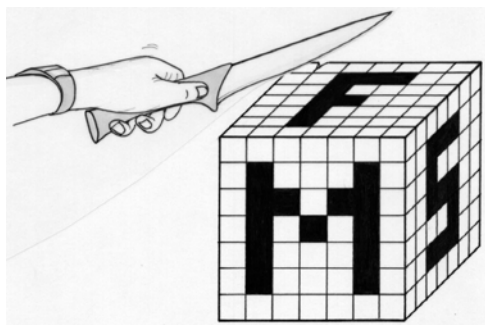
Sullo schermo potete vedere un giocatore di calcio che fa una rovesciata in direzione di uno schermo sul quale potete vedere questo giocatore che

Disegnate sul foglio risposta uno schermo di 16 cm per 9 cm con 2 schermi nello schermo rispettando tutte le proporzioni dell'immagine riportata qui a fianco.

(La valutazione non terrà conto del disegno del giocatore.)



Esercizio 5 (7 punti) "Ripieno" di cubi



Il grande cubo è "farcito", da parte a parte, di piccoli cubi neri disposti come in figura. Tutti gli altri cubetti sono bianchi.

Si tolga uno strato di piccoli cubi su ciascuna delle 6 facce del cubo grande.

Tracciate un disegno in prospettiva del nuovo cubo nella stessa posizione.

Quanti piccoli cubi bianchi contiene in tutto il cubo così ottenuto?

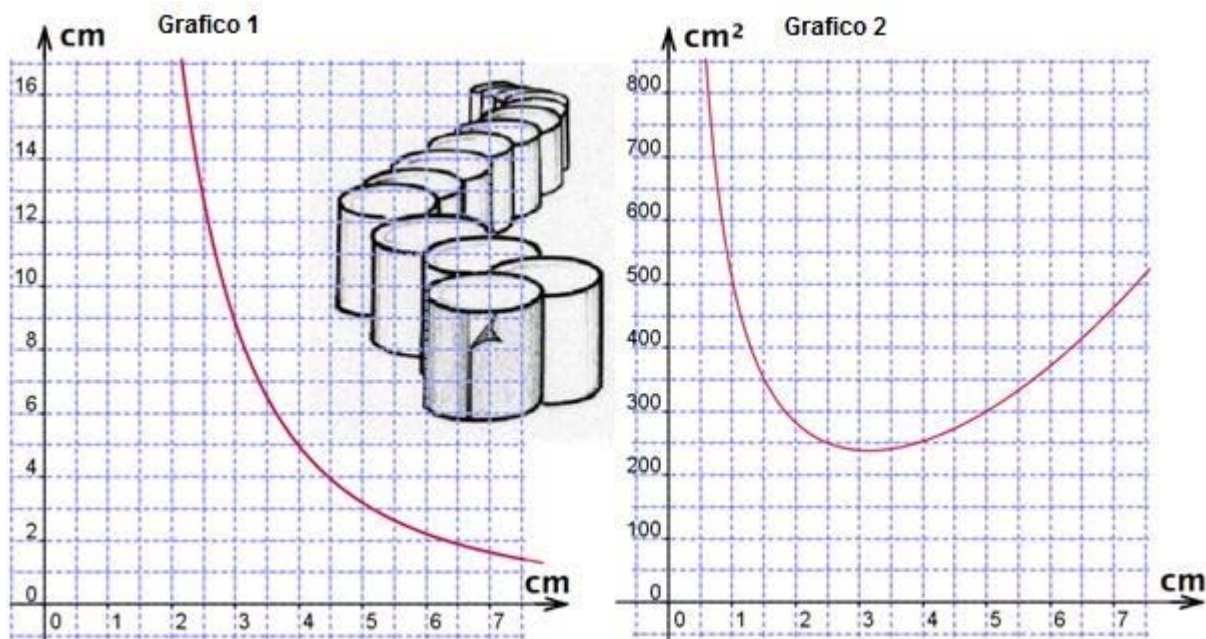
Mostrate i passaggi effettuati.

Esercizio 6 (5 punti) Risparmiamo!

Una fabbrica vuol produrre in grande quantità dei barattoli cilindrici di volume dato.

Il grafico n°1 fornisce, per il volume dato, l'altezza del barattolo in funzione del raggio.

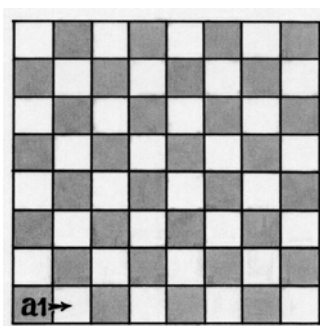
Il grafico n°2 fornisce, in funzione del raggio, la superficie di latta necessaria per la fabbricazione del barattolo.



Con l'aiuto delle curve dei grafici determinate, al meglio, le dimensioni del barattolo per utilizzare meno latta possibile.

Disegnate, quindi, un'etichetta che ricopra interamente la superficie laterale del barattolo.

Esercizio 7 (7 punti) Andata e ritorno



Nella scacchiera in figura si vuole tracciare un percorso chiuso spostandosi di casella in casella partendo dalla casella **a1** e ritornando lì. Il tracciato deve passare una e una sola volta su ciascuna delle altre caselle della scacchiera.

Si passa da una casella all'altra per un lato comune, ma non in diagonale.

Tracciate un tale percorso su una scacchiera 8x8.

Eseguendo delle prove su differenti scacchiere quadrate, più grandi o più piccole, si osserva che non è sempre possibile tracciare tale percorso.

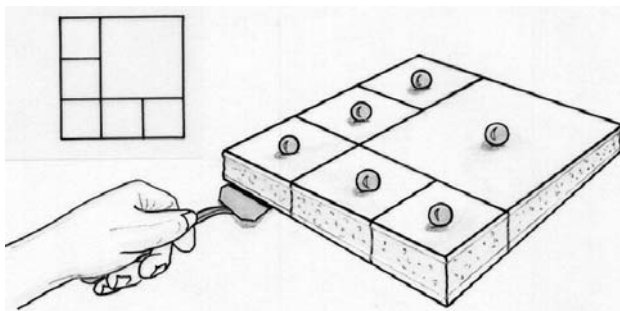
Esiste un tale percorso per una scacchiera 17x17?
Giustificate la risposta.

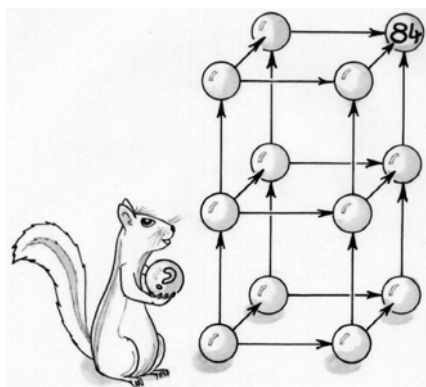
Esercizio 8 (5 punti) Quattro per nove

Ecco rappresentata a lato una suddivisione di un quadrato in 6 quadrati.

Ora, vogliamo suddividere un quadrato in 9 quadrati tenendo conto che due partizioni costituite dagli stessi quadrati, ma posizionate in modo diverso, sono considerate identiche.

Presentate quattro soluzioni per suddividere un quadrato in 9 quadrati.



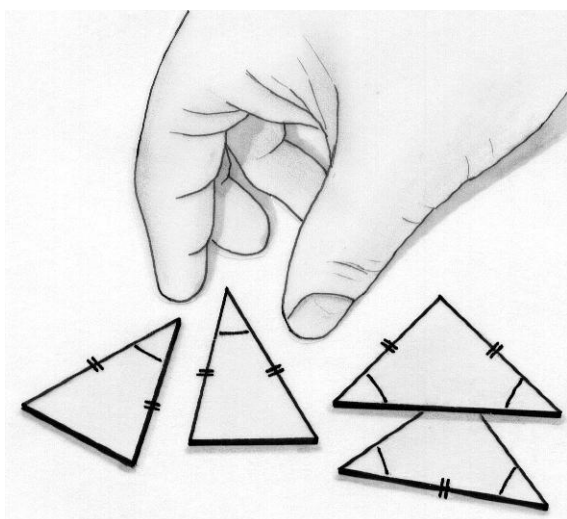
Esercizio 9 (7 punti) Percorso “frecciato”

Nello schema qui indicato occorre scrivere un numero su ciascuna palla rispettando la seguente regola: “quando una freccia parte da una palla contrassegnata con **a** verso una palla contrassegnata con **b**, allora **b** è un multiplo di **a**”.

Riproducete e completate lo schema contrassegnando tutte le palle con degli interi naturali tutti diversi.

Esercizio 10 (10 punti) *Quattro per uno*

Con 4 triangoli isosceli, sistemati come in un puzzle, si può formare un grande triangolo isoscele.



Per fare ciò occorre costruire:

- un triangolo isoscele con gli angoli alla base di α gradi e la base di x cm
- un triangolo isoscele con gli angoli alla base di α gradi e i lati uguali di x cm
- due triangoli isosceli con l'angolo al vertice di α gradi e i lati uguali di x cm.

Scegliendo un angolo α acuto e una lunghezza x , costruite e ritagliate questi 4 triangoli isosceli.

Incollate sul foglio risposta il puzzle ottenuto.

Giustificate che, qualunque siano l'angolo acuto α scelto e la lunghezza x scelta, si ottiene comunque un triangolo isoscele.

Speciale terze

Esercizio 11 (5 punti) *E' importante contare i chiodi?*

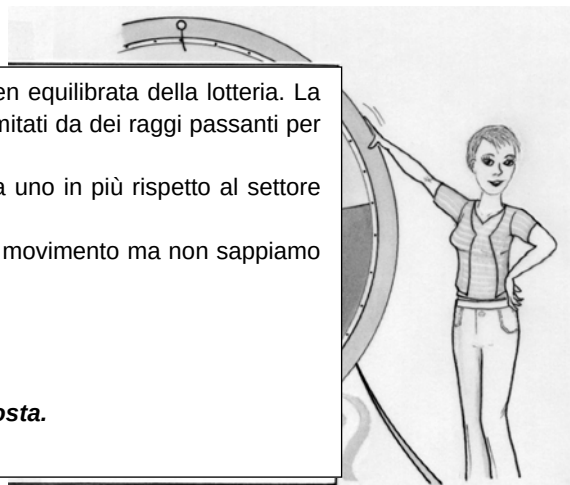
Si sono piantati dei chiodi a intervalli regolari sul bordo di una ruota ben equilibrata della lotteria. La ruota è divisa in 4 settori di colori diversi: blu, bianco, rosso e nero delimitati da dei raggi passanti per alcuni dei chiodi.

Nel settore bianco c'è un chiodo in meno rispetto al settore rosso, ma uno in più rispetto al settore blu.

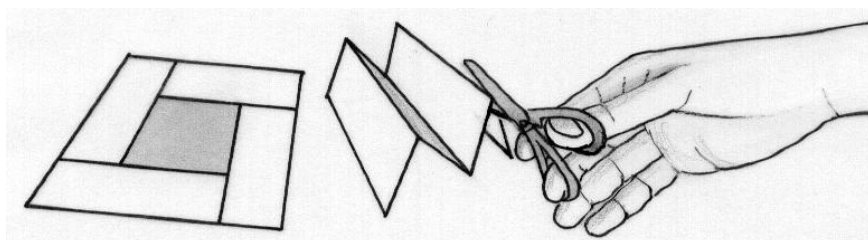
Si fa girare la ruota con un gesto vigoroso; un dente d'arresto ferma il movimento ma non sappiamo dove si fermerà.

- La probabilità che si fermi nel settore rosso è di $\frac{1}{3}$
- La probabilità che si fermi nel settore blu è di $\frac{3}{10}$.

Qual è la probabilità che si fermi nel settore nero? Spiegate la risposta.



Esercizio 12 (7 punti) *“Pezzi di fisarmonica”*

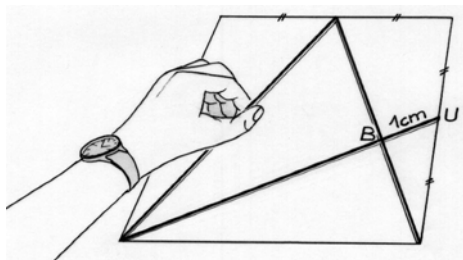


Prendete un foglio di carta rettangolare, piegatelo a fisarmonica allo scopo di ottenere 4 rettangoli sovrapponibili. Tagliate questi 4 rettangoli e disponeteli senza sovrapporli per ottenere un quadro. Osservate quindi che il quadrilatero esterno e quello interno sono entrambi dei quadrati.

Determinate le dimensioni di un foglio di carta affinché l'area del quadrato esterno sia quadrupla di quella del quadrato interno.

Scrivete i calcoli e incollate il quadro così ottenuto sul foglio risposta.

Esercizio 13 (10 punti) *Di tratto in tratto*



S'inscrive una linea spezzata costituita da 3 segmenti in un quadrato. Ciascun segmento unisce il punto medio di un lato con un vertice del quadrato come in figura.

Se il segmento BU misura 1 cm, qual è la lunghezza totale della linea spezzata? Giustificate la risposta.

Foglio risposta - Esercizio n.