

Matematica Senza Frontiere

Competizione 22 marzo 2011

- Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Sono richieste spiegazioni o giustificazioni per gli esercizi 2, 3, 6, 9, 10, 11, 12, 13.
- Saranno esaminate tutte le risposte, anche se parziali.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.

Esercizio 1 (7 punti) Appuntamento da Khan

Soluzione da redigere in una delle lingue proposte con un minimo di 30 parole.

Marco et Polo doivent parcourir 20 km pour se rendre chez Khan. Ils ont une seule paire de roller à leur disposition.

Ils souhaitent arriver le plus rapidement possible chez leur ami.

A pied, Marco et Polo se déplacent chacun à une vitesse constante de 5 km/h.

En roller, chacun se déplace à vitesse constante de 20 km/h. Heureusement, les deux amis ont la même pointure de chaussures!

Comment devront-ils s'organiser pour parvenir tous deux chez Khan le plus rapidement possible ? Combien de temps cela leur prendra-t-il?



Marco and Polo have to travel 20 km to reach Khan's house. They have just one pair of rollerblades that they can use.

They want to reach their friend's house as quickly as they can.

On foot, Marco and Polo both walk at a constant speed of 5 km/h.

On rollerblades they both move at a constant speed of 20 km/h

Fortunately the two friends have the same shoe size!

**How should they plan so that they both reach Khan's house as quickly as possible?
How long will that take them?**

Marco und Polo müssen eine Strecke von 20 km zurücklegen um Khans Haus zu erreichen. Sie haben nur ein Paar Röllschuhe zur Verfügung.

Sie möchten so schnell wie möglich bei ihrem Freund ankommen.

Zu Fuß laufen Marco und Polo mit einer konstanten Geschwindigkeit von 5 km/h.

Mit den Röllschuhen fährt jeder mit einer konstanten Geschwindigkeit von 20 km/h.

Zum Glück haben beide die gleiche Schuhgröße.

**Wie müssen sie vorgehen, um so schnell wie möglich beide bei Khans Haus anzukommen?
Wie lange brauchen sie dazu?**

Marco y Polo deben recorrer 20 km para llegar a casa de Khan. Solo tienen un par de patines en línea a su disposición. Desean llegar lo más rápido posible a casa de su amigo.

A pie, Marco y Polo se desplazan cada uno, a una velocidad constante de 5 km/h.

Con patines, cada uno se desplaza a una velocidad constante de 20 km/h.

¡Afortunadamente los dos amigos tienen la misma talla de zapatos!

**¿Cómo tienen que organizarse para llegar los dos a casa de Khan lo más rápido posible?
¿Cuánto tiempo tardarán?**

Esercizio 2 (5 punti) Chi più sa, meno fatica

Qual è il più grande numero e quale il più piccolo che possiamo ottenere utilizzando una sola volta ciascuno dei sei seguenti numeri **1, 4, 7, 5, 2, 1** usando solo operazioni di moltiplicazione e di addizione?

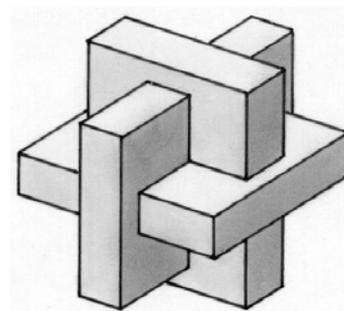
Riportate i calcoli (si possono usare le parentesi).



Esercizio 3 (7 punti) Rompicapo

Si intrecciano tre blocchi per ottenere il solido qui raffigurato. I tre blocchi hanno le stesse dimensioni: $2\text{ cm} \times 8\text{ cm} \times 10\text{ cm}$.

Calcolate il volume di questo solido. Illustrate come avete proceduto.



Esercizio 4 (5 punti) Lieto evento

Il signor Cerchio e la signora Retta stanno per avere una figlia ...

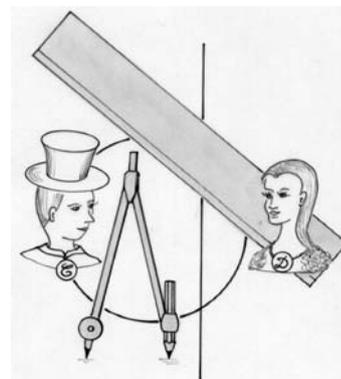
C è una circonferenza di centro O e raggio di 4 cm , A è un punto sulla circonferenza e d è l'asse del raggio AO .

Un punto P può muoversi sulla retta d .

Per ogni posizione di P , la retta AP interseca la circonferenza in Q . Il punto M è il punto medio di PQ .

Ci piacerebbe sapere qual è la curva m descritta dal punto M quando P percorre la retta d .

Individuate molteplici posizioni dei punti P , Q e M spostando P sulla retta d fino a ottenere la forma di questa curva "mediana" m .

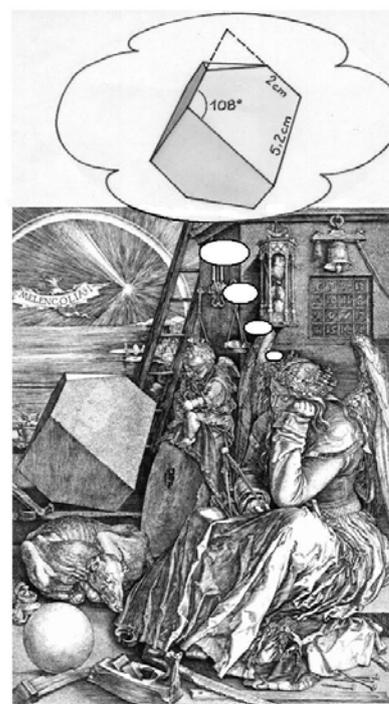


Esercizio 5 (7 punti) Poliedro di Dürer

L'incisione *Melencolia* (1514) di Albrecht Dürer presenta molti simboli o oggetti matematici.

Pensieroso, l'angelo osserva una faccia del poliedro. Egli comprende che questa è un rombo a cui è stato tagliato via un angolo.

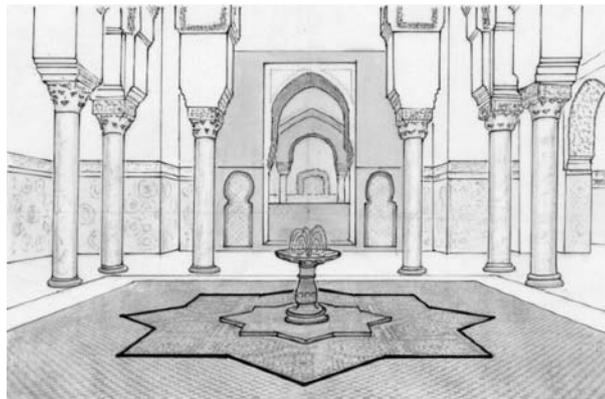
Rappresentate questa faccia sul foglio-risposta a partire da un rombo di lato $5,2\text{ cm}$ tagliato a 2 cm dei vertici degli angoli ottusi di 108° . Completate questa figura per ottenere un modello del poliedro, sapendo che ha due facce a forma di triangolo equilatero e che tutte le altre facce sono identiche.



Esercizio 6 (5 punti) Zellij

Quando, in Marocco, visitai un sontuoso palazzo, la mia guida mi spiegò che è facile ottenere la forma del mosaico raffigurato qui accanto. Basta procedere così:

- prendi un foglio di carta quadrato di centro O
- piegalo in quattro seguendo le sue diagonali, poi ancora in due per ottenere un triangolo rettangolo in A
- segna un punto B sulla sua ipotenusa tale che $OA = OB$
- traccia due segmenti che si incontrano per ottenere due triangoli rettangoli isosceli di ipotenusa rispettiva OA e OB
- taglia ora uno dei trapezi che vedi
- apri il foglio e avrai la forma del mosaico!



Procedete nello stesso modo e incollate la forma ottenuta sul foglio risposta. Spiegate perché si ottengono angoli retti.

Esercizio 7 (7 punti) Salto alla terza fila

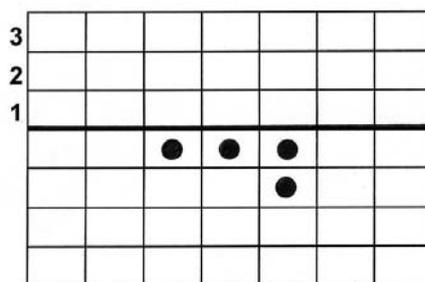
Su un foglio a quadretti evidenziate una riga orizzontale.

Posizionate delle pedine nelle caselle situate al di sotto di questa linea (una pedina per casella).

L'obiettivo del gioco è raggiungere la posizione più lontana possibile al di sopra della riga evidenziata.

Una pedina può muoversi solo saltando la vicina, a sinistra, a destra, sopra, purché ci sia limitrofa una casella vuota da occupare. La pedina "saltata" è eliminata.

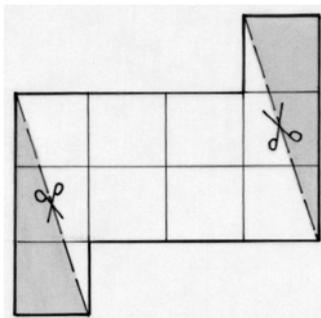
Mostrate che con la disposizione in figura si può arrivare alla seconda fila.



Proponete una disposizione iniziale che permetta di raggiungere la terza fila usando il minor numero possibile di pedine.

Riportate la successione delle mosse.

Esercizio 8 (5 punti) Tagli al quadrato



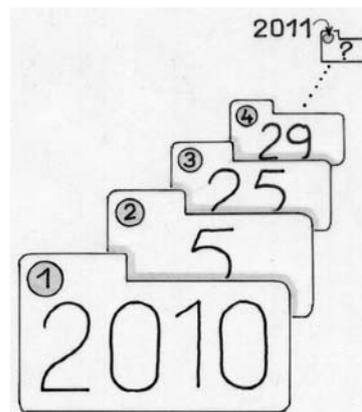
Nathan dopo aver costruito un insieme di 10 quadratini di lato 1 cm lo ha tagliato in tre pezzi con due tagli rettilinei (vedi figura); ricomponne, poi, queste parti per formare un quadrato della stessa area dell' assemblaggio iniziale.

Incollate sul foglio risposta il quadrato ottenuto da Nathan. Costruite, quindi, un insieme di 29 quadrati di lato 1 cm, che, tagliato con due tagli rettilinei, dia luogo a un quadrato. Tracciate le linee di taglio.

Esercizio 9 (7 punti) Dopo il 2010?

Costruiamo una sequenza di numeri: 2010 è il primo. Il secondo si ottiene sommando i quadrati delle cifre di 2010, vale a dire: $2^2 + 0^2 + 1^2 + 0^2$ che dà 5. E così di seguito. Il terzo numero è quindi 25 e il quarto 29.

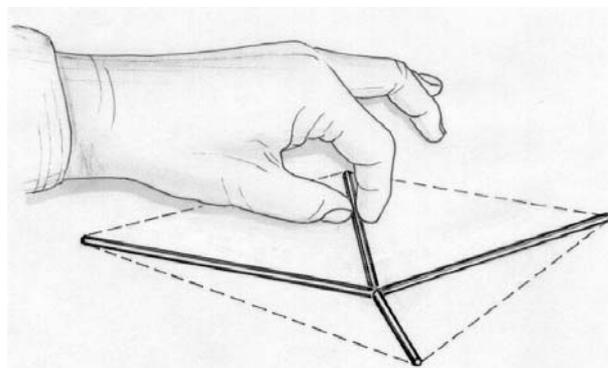
Quale sarà il numero che occupa la posizione 2011^{esima}?
Spiegate come avete proceduto.



Esercizio 10 (10 punti) Con quattro spaghetti

Quattro spaghetti crudi di lunghezza 3 cm, 5 cm, 11 cm e 13 cm sono posizionati su un tavolo quasi a mo' di stella. Quattro estremi sono in comune e gli altri quattro sono i vertici di un quadrilatero.

Mantenendo tale configurazione, come dovrete disporre gli spaghetti affinché il quadrilatero abbia la maggiore superficie possibile?
Giustificate la risposta.

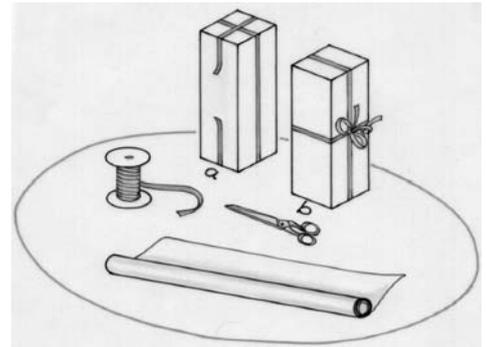


Speciale terze

Esercizio 11 (5 punti) Ben legato

Il mio pacchetto regalo è un parallelepipedo rettangolo a base quadrata. Voglio decorarlo con un bel nastro di lunghezza 1,50 m. Se lego il pacchetto secondo la modalità (a), mi mancano 10 cm per unire le due estremità del nastro. Fortunatamente, con la disposizione (b) ho ancora 30 cm di nastro per fare un grazioso fiocchetto.

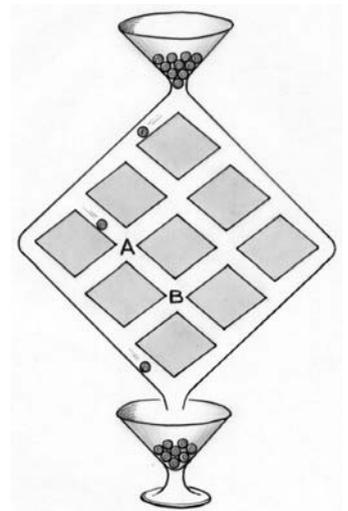
**Qual è il volume del mio pacchetto?
Spiegate la risposta.**



Esercizio 12 (7 punti) Rotola sempre

Nel gioco rappresentato qui a fianco, una biglia che lascia il serbatoio può solo scendere. Quando arriva ad un bivio c'è uguale possibilità che prosegua sia da un lato sia dall'altro.

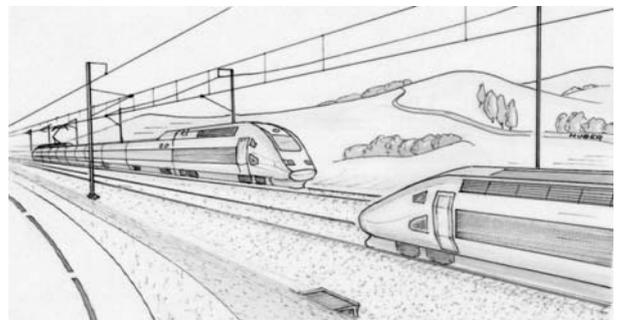
**Quando una biglia esce dal serbatoio, qual è la probabilità che passi attraverso l'incrocio A? E qual è la probabilità che passi attraverso l'incrocio B?
Giustificate la risposta.**



Esercizio 13 (10 punti) TGV d'Alberto

Alberto viaggia su un TGV. Egli osserva che ogni 5 minuti il suo treno incrocia un altro treno TGV. Tutti i treni viaggiano a una velocità costante di 300 km / h. All'improvviso il treno di Alberto rallenta, poi prosegue di nuovo a velocità costante. Questo rallentamento non riguarda i treni che viaggiano nella direzione opposta. Alberto osserva che ora il suo treno incrocia gli altri TGV ogni 6 minuti esatti.

**Qual è la velocità del treno di Alberto dopo il rallentamento?
Giustificate la risposta.**



FOGLIO-RISPOSTA

ESERCIZIO N.