

Matematica Senza Frontiere

Competizione 4 marzo 2010

- Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Sono richieste spiegazioni o giustificazioni per gli esercizi 1, 7, 9, 10, 11, 12 e 13.
- Saranno esaminate tutte le risposte, anche se parziali.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.

Esercizio n. 1 (7 punti)

Matemagia

Soluzione da redigere in tedesco, inglese, spagnolo o francese con un minimo di 30 parole.

Du bist Magier.

Du präsentierst einem Zuschauer 3 Spielsteine.

Diese drei Spielsteine haben jeder eine schwarze Seite und eine farbige Seite: einer eine rote, ein anderer eine grüne und der letzte eine blaue.

Die 3 Spielsteine liegen in einer Reihe, ihre farbigen Seiten sind sichtbar.

Du bittest den Zuschauer sich eine der drei Farben auszusuchen, ohne sie zu verraten. Währenddessen merkst du dir genau die Farbe des Spielsteins, der in der Mitte liegt.

Man verbindet dir die Augen. Du bittest den Zuschauer, die beiden Spielsteine mit den nicht gewählten Farben zu vertauschen und anschließend alle drei Spielsteine umzudrehen.

Die schwarzen Seiten der Spielsteine liegen nun oben. Die Augenbinde wird entfernt. Du bittest den Zuschauer die Spielsteine so umzulegen, wie er es will. Dabei lässt du den Spielstein, der sich in der Mitte befand, nicht aus den Augen. Nun drehst du einen Spielstein um und nennst danach die vom Zuschauer ausgewählte Farbe.

Wie hast du das gemacht?

Eres un mago.

Enseñas 3 fichas a un espectador.

Las tres fichas tienen una cara negra y otra coloreada: una en rojo, otra en verde y la última en azul.

Las 3 fichas están alineadas y sus caras coloreadas visibles.

Le pides al espectador que elija uno de los 3 colores en secreto. Mientras tanto, miras bien el color de la ficha de en medio.

Te vendan los ojos. Le pides al espectador que intercambie las fichas con los colores que no ha elegido y que luego le de la vuelta a las 3 fichas. Aparecen ahora sus caras negras.

Te quitan la venda. Le pides al espectador que mueva las fichas como quiera, pero no le quitas ojo a la que estaba en medio.

Entonces le das la vuelta a una ficha y anuncias el color de la ficha elegida por el espectador.

¿Cómo lo has hecho?

You are a magician.

You show a volunteer from the audience 3 tokens.

The three tokens each have a black side and a coloured side: red for one, green for another and blue for the last one.

The 3 tokens are laid in a line with their coloured sides showing and the black side down.

You ask your volunteer to choose one of the three colours and keep his choice secret. You make sure that you have noticed the colour of the middle token.

You are now blindfolded. You ask your volunteer to change round the positions of the colours he has not chosen. And then to turn the 3 tokens over.

You now see the black sides.

The blindfold is removed. You ask your volunteer to move the tokens around as he likes but you keep your eyes on the one which was in the middle.

You turn one token over and then you announce the colour of the token chosen by your volunteer.

How do you do it?

Tu es magicien.

Tu présentes 3 jetons à un spectateur.

Ces trois jetons ont chacun une face noire et une face colorée: rouge pour l'un, verte pour un autre

et bleue pour le dernier.

Les 3 jetons sont alignés, leurs faces colorées sont visibles.

Tu demandes au spectateur de choisir secrètement l'une des 3 couleurs. Pendant ce temps, tu regardes bien la couleur du jeton qui se trouve au milieu.

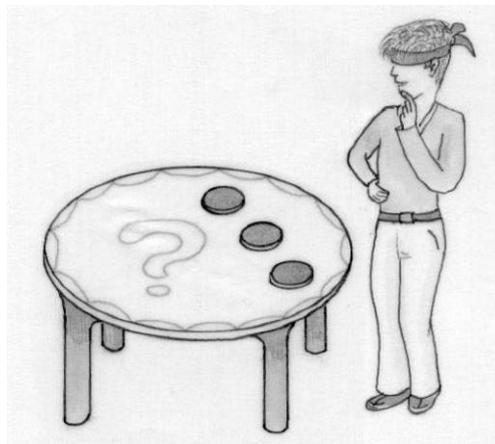
On te bande les yeux. Tu demandes au spectateur d'échanger les jetons des couleurs qu'il n'a pas choisies, puis de retourner les 3 jetons.

Ils présentent maintenant leurs faces noires.

On t'enlève le bandeau. Tu demandes au spectateur de déplacer les jetons comme il le souhaite, mais tu ne quittes pas des yeux celui qui se trouvait au milieu.

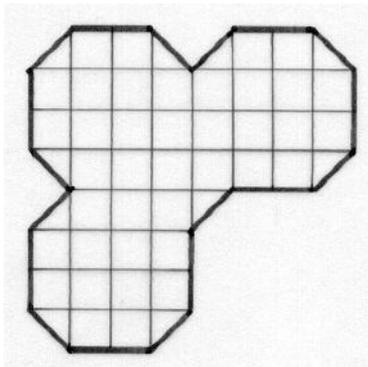
Tu retournes alors un jeton, puis tu annonces la couleur du jeton choisi par le spectateur.

Comment fais-tu?



Esercizio n. 2 (5 punti)

Ognuno al suo posto



pianta dell'ufficio

Il signor Rossi deve ricavare nel nuovo ufficio (si veda la pianta qui a fianco) uno spazio di lavoro per i suoi quattro giovani collaboratori. Per motivi di equità vuole proporre loro spazi di uguale forma e dimensione.

Come deve disporre le pareti divisorie per suddividere l'ufficio secondo i suoi intenti? Riprodurre la pianta con le suddivisioni sul foglio risposta.



Esercizio n. 3 (7 punti)

La pietra d'angolo

L'architetto Moïtep presenta al Faraone i disegni preparatori della piramide regolare che gli ha ordinato.

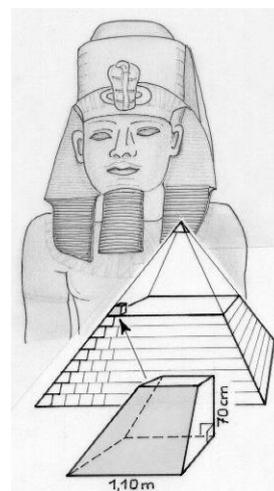
La piramide misura 140 metri di altezza e la sua base è un quadrato di 220 m di lato. Le pietre che la costituiscono hanno tutte un'altezza di 70 cm e sono distribuite in 200 strati orizzontali.

La pietra alla sommità è una piramide.

Le pietre d'angolo che formano gli spigoli della piramide sono tutte identiche:

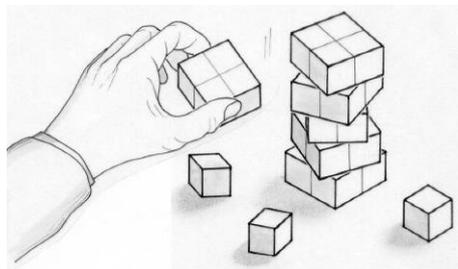
- le loro basi inferiori sono dei quadrati di lato 1,10 m
- le basi superiori sono parimente dei quadrati
- le altre facce sono dei trapezi rettangoli.

Disegnare sul foglio risposta lo sviluppo di una pietra angolare in scala 1:20.



Esercizio n. 4 (5 punti)

3D



Carla possiede tre cubi di 2 cm di lato e 6 mattoncini (parallelepipedi retti) di dimensioni 4 cm × 4 cm × 2 cm. Ognuno di questi pezzi è di un colore diverso. Con questi 9 pezzi si può costruire un cubo di lato 6 cm.

Rappresentare questo cubo grande (in prospettiva o in assonometria cavaliera) distinguendo i pezzi visibili con colori differenti. Non disegnare gli spigoli nascosti.

Esercizio n. 5 (7 punti)

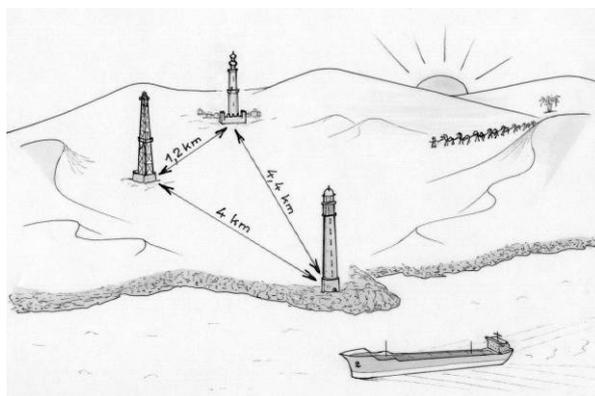
Attenti alla rotta!

Il capitano Occhio di Lince è al timone di una petroliera che solca le calme acque del Mar Rosso lungo la costa. Egli segue sempre la stessa rotta rettilinea mantenendo anche la velocità costante di 36 km/h. La visibilità è eccellente. Prende in considerazione più allineamenti:

- alle ore 7 vede un faro davanti a un traliccio di perforazione
- alle ore 7:05 vede lo stesso faro davanti a un minareto
- alle ore 7:15 vede il traliccio di perforazione davanti al minareto.

Il capitano misura sulla sua carta nautica le seguenti distanze:

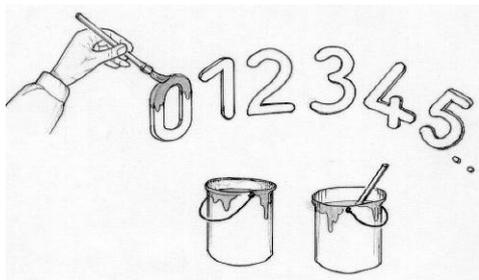
faro – minareto	4,4 km
faro - traliccio	4 km
minareto - traliccio	1,2 km.



Rappresentare in scala 1:50 000 il triangolo formato dal faro, dal minareto e dal traliccio.

Disegnare nel modo più preciso possibile la retta che rappresenta la rotta seguita dalla petroliera.

Esercizio n. 6 (5 punti)



Il colore dei numeri

Vogliamo attribuire un colore (rosso o blu) ai numeri interi naturali rispettando le seguenti regole:

- il numero 0 è blu
- se un numero intero si può scrivere come somma di soli numeri interi rossi distinti, allora è blu; in caso contrario è rosso.

Elencare gli interi rossi minori di 50.

Esercizio n°7 (7 punti)

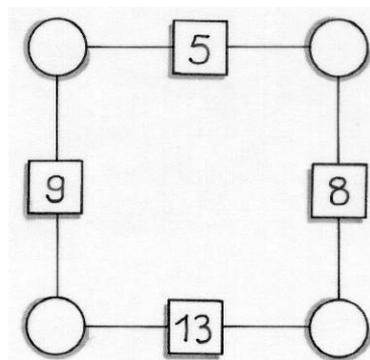
Davvero impossibile

Si può verificare che non si possono individuare dei numeri interi naturali da inserire nei dischi in modo che il numero scritto in ogni quadrato sia la somma degli interi messi nei due dischi vicini.

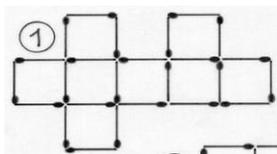
Quale numero si può sostituire al 13 in modo che ci sia una soluzione.

La soluzione è unica?

Motivare la risposta.



Esercizio n. 8 (5 punti)



Quadrati di fiammiferi

Se si dispongono 25 fiammiferi su un piano si possono formare 8 quadrati di lato unitario se si dispongono come in figura ① e 9 quadrati di lato unitario se si dispongono come in figura ②.

Costruire il maggior numero possibile di quadrati unitari con 100 fiammiferi e presentare il disegno della soluzione individuata.

Esercizio n. 9 (7 punti)

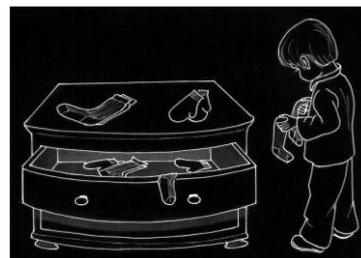
Lavoro in nero

Goffredo è molto disordinato. Nel cassetto del suo cassettone si trovano alla rinfusa 5 paia di calzini neri, 5 paia di calzini rossi, 3 paia di guanti blu e 3 paia di guanti verdi.

Una mattina d'inverno, quando fa ancora buio e per un guasto manca la corrente, Goffredo vuol prendere dal cassetto un paio di calzini e uno di guanti entrambi coordinati. Intirizzito dal freddo è incapace di distinguere, al tatto, un calzino da un guanto.

Qual è il minor numero di oggetti che Goffredo deve tirar fuori dal cassetto per essere sicuro di avere almeno un paio di calzini e un paio di guanti coordinati? Motivare la risposta.

(Si noti che contrariamente ai guanti, i calzini non sono destro e sinistro)



Esercizio n. 10 (10 punti)

La passeggiata della coccinella

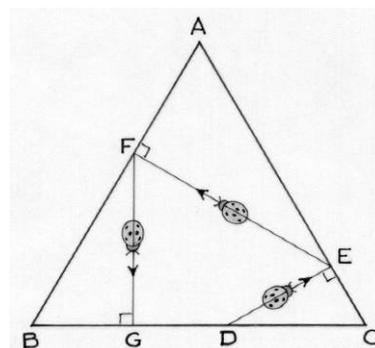
Una coccinella passeggia in un triangolo equilatero ABC di lato 12 cm.

Parte da un punto D del lato BC e si dirige, seguendo il cammino più breve, verso il lato AC che raggiunge in E.

Da lì riparte in direzione del lato AB e, sempre seguendo il cammino più breve, lo raggiunge in F. Analogamente riparte in direzione del lato BC, che raggiunge in G.

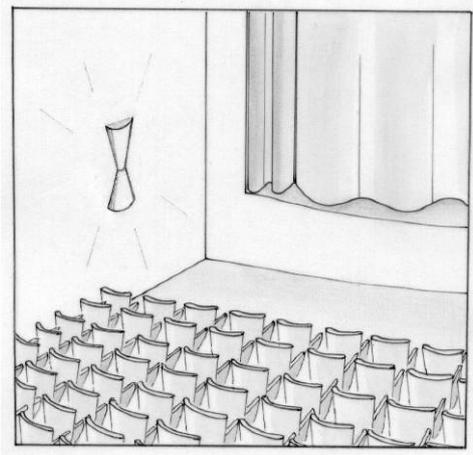
Dove bisogna collocare il punto D su BC affinché il punto G coincida con D?

Motivare la risposta.



Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti)



Disposizioni variabili

La città di Fiesta dispone di una bella sala per diversi spettacoli. A seconda del tipo di rappresentazione la sala può assumere 3 differenti configurazioni. Per ognuna di queste configurazioni, le sedie sono disposte a rettangolo e ogni fila ha lo stesso numero di posti.

Togliendo tutte le sedie della prima fila della configurazione iniziale, si può aumentare di 4 unità il numero delle sedie di ogni fila restante mantenendo il numero totale dei posti della sala. Si può decidere di aggiungere 4 file di sedie alla configurazione iniziale, sempre senza modificare il numero totale dei posti, ma, in questo caso, il numero di sedie per fila diminuisce di 11 unità.

**Qual è il numero totale dei posti in questa sala?
Motivare la risposta.**

Esercizio n. 12 (7 punti)

Sfida a dadi

Durante un pomeriggio piovoso, Antonio e Bernardo si sono divertiti a costruire dei dadi un po' particolari: i numeri sulle facce opposte sono uguali.

Antonio ha fabbricato il dado A con i numeri 2, 4, 10 e Bernardo il dado B con i numeri 3, 5, 8.

Lanciano i loro dadi contemporaneamente. Ciascuna faccia ha la stessa probabilità di apparire.

Un giocatore vince quando il numero ottenuto sulla faccia superiore del suo dado è maggiore del numero che compare su quella dell'avversario.

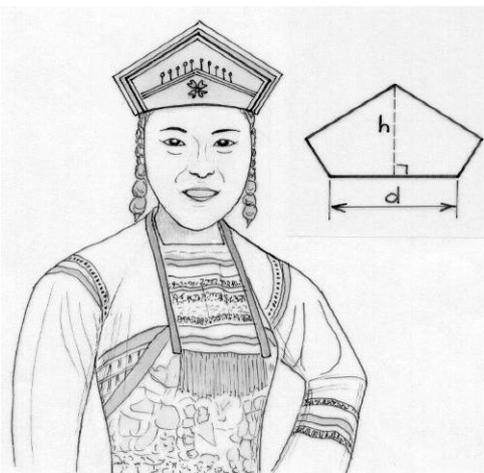
Qual è la probabilità che Antonio vinca? Motivare la risposta.

Arriva la loro sorella Cloe che lancia loro la seguente sfida:

«Costruitemi un dado dello stesso tipo con altri tre numeri tale che, se gioco contro Antonio, io abbia meno del 50% di possibilità di vincere mentre, se gioco contro Bernardo, abbia più del 50% di possibilità di vincere.»

Fornire un esempio di dado che risolva questa sfida.

Esercizio n. 13 (10 punti)



Cappello cinese

Laura ha un'amica in Cina che le ha inviato una sua foto in costume tradizionale con un bel copricapo. Sognando un prossimo viaggio in Cina Laura prende una striscia di carta rettangolare, la piega in due e fa apparire un pentagono con un asse di simmetria. Questo pentagono assomiglia al copricapo della sua amica.

Piegare in tal modo una striscia di carta larga 12 cm.

Calcolare come deve essere la lunghezza della striscia in modo tale che l'altezza h del pentagono sia uguale alla sua base d .

**Incollare sul foglio risposta la striscia di carta con le dimensioni ottenute e piegata nel modo richiesto.
Riportare i calcoli svolti.**