

Matematica Senza Frontiere

COMPETIZIONE 7 febbraio 2006

- Per tutti gli esercizi, tranne che per i numeri 2, 4, 6, 7 e 8, sono richieste spiegazioni, giustificazioni o illustrazioni
- Sarà esaminata ogni risoluzione, anche parziale.
- Si terrà conto dell'accuratezza.
- Ogni foglio-risposta deve essere utilizzato per un singolo esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.

Esercizio 1 7 punti

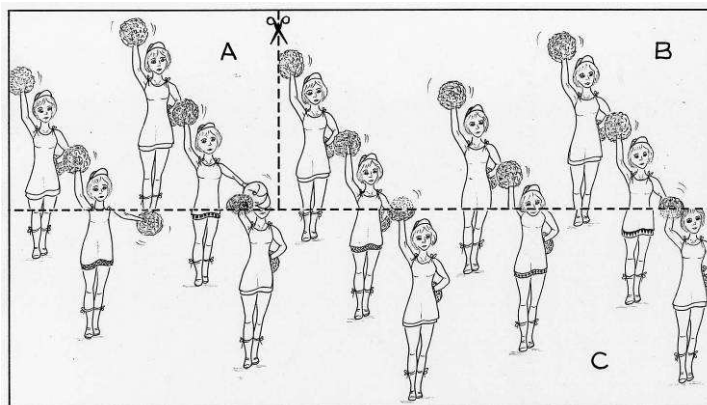
Ragazze Pom-pom

Soluzione da redigere nella lingua scelta con un minimo di 30 parole

Découper la figure ci-jointe suivant les pointillés, puis échanger les pièces notées A et B. Coller la nouvelle vue du groupe sur la feuille-réponse.

Par cette manipulation on prétend prouver que $13 = 12$, mais il y a, bien sûr, un défaut dans cette "démonstration".

Trouver ce défaut et expliquer précisément en quoi consiste la supercherie.



Cut out the figure on the adjoined document along the dotted lines. Then swap A with B. Stick the new view of the group on your worksheet.

This experiment is done to try and prove that $13 = 12$, but of course, this "demonstration" is wrong. **Find the fault and explain precisely what the trick is.**

Corta el dibujo del documento anexo siguiendo la línea de puntos, y cambia las imágenes A y B. Pega la nueva imagen del grupo en la hoja respuesta.

Con esta manipulación se quiere demostrar que $13 = 12$, pero hay, claro, un defecto en esta "demostración".

Encuentra este defecto y explica precisamente en que consiste el engaño.

Schneidet das beiliegende Bild entlang der gestrichelten Linie aus. Vertauscht anschließend A und B. Klebt dieses neue Gruppenbild auf das Lösungsblatt.

Durch diese Manipulation möchte man beweisen, dass $13 = 12$ ist. Aber natürlich steckt irgendwo ein Fehler in diesem „Beweis“.

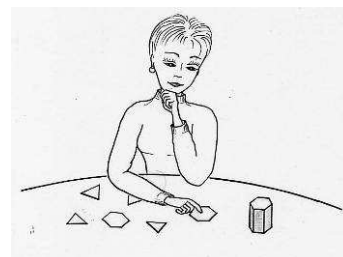
Findet den Fehler und erklärt genau worin der Trick besteht.

Esercizio 2 5 punti

Antiprisma

Un prisma retto è un poliedro che ha due facce poligonali parallele, sovrapponibili e le facce laterali rettangolari.

Un antiprisma è un poliedro che ha pure due facce poligonali parallele e sovrapponibili ma facce laterali a forma di triangoli isosceli.



Costruire il modello di un antiprisma tale che:

- le due facce parallele siano esagoni regolari di lato
3 cm

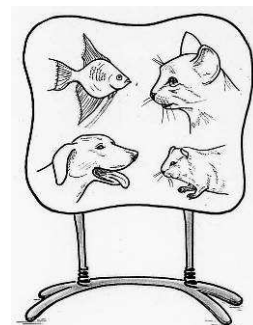
le facce laterali siano triangoli isosceli i cui lati uguali misurino 4 cm. Incollare il modello sul foglio-risposta.-

Esercizio 3
7 punti

Animali in vendita

Nel suo piccolo negozio
il Signor Paolo vende degli animali di 4 specie. Ogni mattina, affigge sulla vetrina del suo negozio lo stato della sua scorta di animali che restano da vendere.

Ecco il cartello del giorno:



Per ogni specie, calcolare il numero di animali che sono in vendita oggi.

Realizzare secondo lo stesso modello il cartello di domani, nell'ipotesi che venda oggi 3 gatti, 6 pesci, 1 porcellino d'India e nessun cane.

Esercizio 4
5 punti

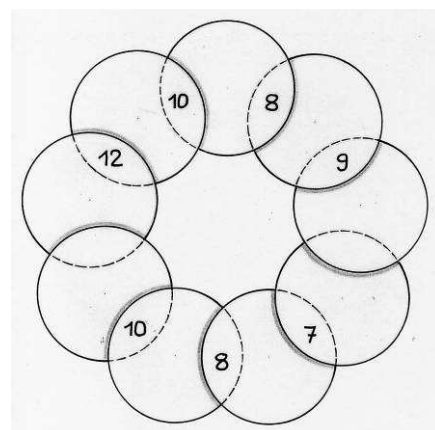
Visti da dietro

Nove gettoni sono numerati sulla faccia anteriore da 1 a 9. Su ciascuno è scritto dunque un numero intero diverso. Sul retro sono indistinguibili.

I gettoni sono disposti a forma di rosone con la parte numerata rivolta verso il tavolo (vedi figura).

Su alcune intersezioni compare la somma dei numeri dei due gettoni che si trovano sovrapposti.

Riprodurre la figura sul foglio-risposta nella stessa disposizione e scrivere su ogni gettone il suo numero.



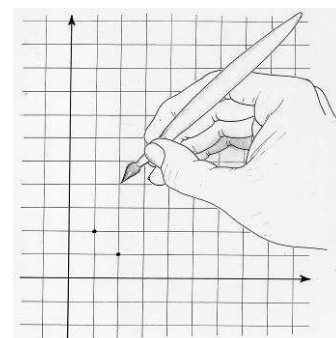
Esercizio 5
7 punti

Coppie e....età

Su un piano cartesiano, Claudio fissa dei punti a coordinate intere positive dandosi la seguente regola:

"Nessun punto medio tra tutte le coppie di punti scelti deve avere entrambe le coordinate intere".

Qual è il numero massimo di punti che Claudio potrà fissare rispettando questa regola? Spiegare.



Esercizio 6
5 punti*Un premio per tutti*

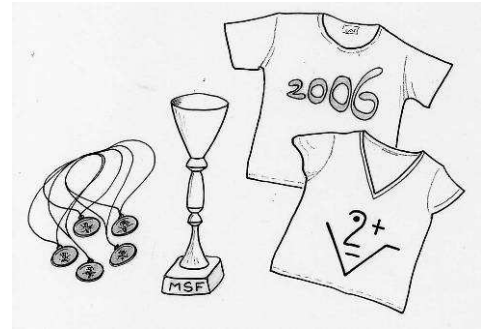
Michele organizza una gara podistica per i bambini della sua scuola. Partecipano 50 bambini.

Al termine della prova, ogni partecipante riceverà un premio ed uno solo: una coppa, una maglietta o una medaglia.

Una coppa costa 23 €. Una maglietta costa 7 €.

Le medaglie sono vendute a gruppi di 5, un gruppo costa 4 €.

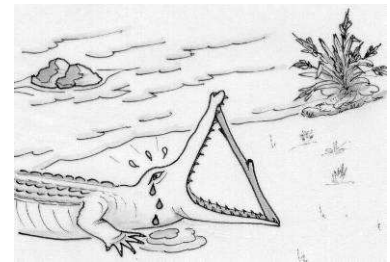
Michele dispone di una somma di 150 € che deve spendere interamente. Tutti i premi devono essere distribuiti.



Quante coppe, magliette e medaglie può acquistare Michele?

Esercizio 7
7 punti*Lacrima di coccodrillo*

Ecco come tracciare una lacrima di coccodrillo: in un angolo xOy di 100° tracciare un segmento AB di lunghezza 14 centimetri in modo che A appartenga alla semiretta Ox e B appartenga alla semiretta Oy . M è il simmetrico di O rispetto alla retta AB .



Costruire la curva descritta dal punto M quando le estremità del segmento AB scivolano lungo i lati dell'angolo.

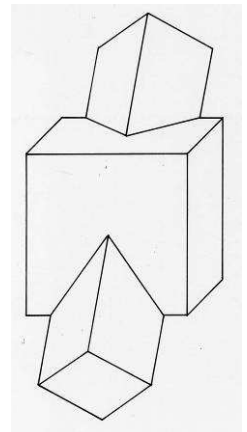
Esercizio 8
5 punti*Piercing*

Si è tagliato un cubo in modo da poter far passare una barra a forma di prisma retto a base quadrata.

Due spigoli di questa barra tagliano due spigoli opposti del cubo e gli altri due passano ognuno per i centri di due facce del cubo. La figura mostra la situazione in prospettiva.

Si supponga di estrarre la barra dal cubo forato.

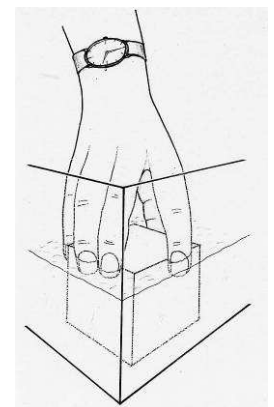
Senza giustificazione, né calcolo, disegnare in una prospettiva dello stesso tipo una vista del solido restante. Si rappresentino gli spigoli visti con linee continue e gli spigoli nascosti con linee tratteggiate.

**Esercizio 9**
7 punti*A livello*

Un acquario a forma di parallelepipedo contiene dell'acqua. Le dimensioni interne della base, misurate in centimetri, sono numeri interi. Giovanna pone in fondo all'acquario un cubo avente lo spigolo di 10 centimetri. Il livello dell'acqua è esattamente uguale all'altezza del cubo.

Sostituisce questo cubo con un cubo avente lo spigolo di 20 centimetri. Il livello dell'acqua è ancora uguale all'altezza di questo cubo.

Quali sono le dimensioni della base dell'acquario e quanti litri di acqua esso contiene? Spiegare.

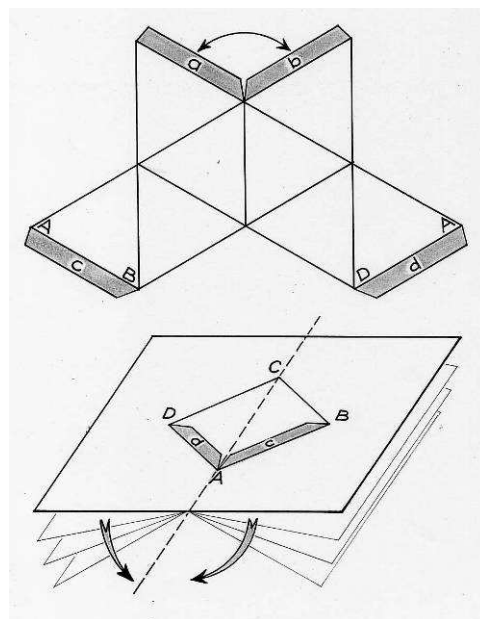


Esercizio 10
10 punti*A cavallo!*

Ecco un metodo originale per creare un solido:

- disegnare a grandezza reale il modello rappresentato nel disegno, formato da 8 triangoli equilateri di 5 cm di lato con 4 linguette indicate con a , b , c , d ;
- tagliare il modello, segnare tutte le pieghe ed incollare le linguette a e b insieme;
- disegnare sul foglio-risposta un quadrato ABCD di 5 cm di lato. segnare una piega secondo la diagonale AC;
- incollare le linguette c e d del modello sul foglio, in modo che i lati AB ed AD del modello si sovrappongano ai lati AB ed AD del quadrato;
- piegare completamente il foglio in due secondo AC lasciando il modello all'esterno. Il solido appare allora a cavallo sulla piega e, per sistemarlo, basta piegare il foglio nell'altro senso.

Costruire il solido secondo questo metodo e calcolare il suo volume. Fornire il risultato arrotondato al cm^3 .

*Speciale terze***Esercizio 11**
5 punti*Parola d'ordine*

Maria è agitata. È invitata questa sera ad una festa da un nuovo compagno che le ha mandato il suo indirizzo per e-mail ma non riesce a ricordare la password della sua posta elettronica. Si ricorda unicamente che si tratta di un numero un po' particolare compreso tra 1000 e 2 miliardi; è al tempo stesso il quadrato di un numero intero, il cubo di un numero intero e la quinta potenza di un numero intero.

Maria si dispera; prova centinaia di numeri senza successo. Infine si decide a telefonare alla sua amica Sofia che è appassionata di matematica. Sofia ascolta tutta la storia, riflette un istante, poi esclama: "C'è un solo numero che verifica tutte queste condizioni! Questo numero è...".



Quale è il numero che serve a Maria? Giustificare

Esercizio 12
7 punti*MatEspress*

Seduta in treno, Zoe guarda dal finestrino. Ogni 2 secondi vede passare un palo elettrico.

Alla destra del finestrino appare un campanile che rimane nel campo visivo di Zoe per 72 secondi.

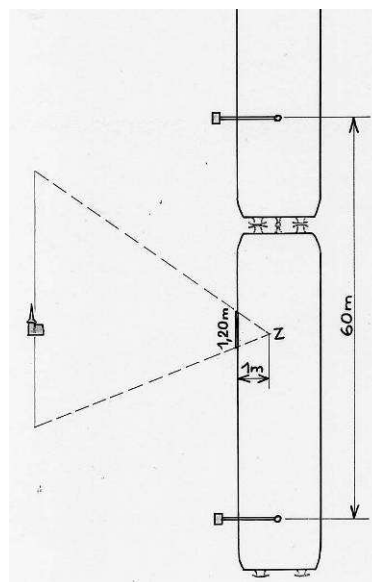
Zoe si chiede quale sia la distanza tra il campanile e la ferrovia.

Rispondere alla sua domanda con l'approssimazione di un metro, sapendo che:

il treno si muove in linea retta;

la distanza tra 2 pali elettrici è di 60 m;

Zoe è seduta a 1m dal finestrino che è largo 1,20 m.



Esercizio 13
10 punti

Da Budapest

La facciata del Parlamento di Budapest è ornata da un rosone. Ecco come rappresentarlo:

tracciare 3 circonferenze di raggio 3 cm tangenti due a due;

tracciare una grande circonferenza tangente alle tre precedenti; essa avrà un punto di contatto con ciascuno delle tre circonferenze;

cancellare i tre piccoli archi di circonferenza che sono al centro del rosone, delimitati dai punti di contatto delle prime tre circonferenze

Rappresentare il rosone sul foglio-risposta e calcolare il raggio della circonferenza grande.

