

Matematica senza frontiere

Prova 11 Marzo 2004

- Per tutti gli esercizi, tranne per i numeri 6 e 7, sono richieste spiegazioni, giustificazioni o illustrazioni
- Sarà esaminata ogni risoluzione, anche parziale.
- Si terrà conto dell'accuratezza.
- Ogni foglio-risposta deve essere utilizzato per un singolo esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.

Esercizio n. 1 - 7 punti

Buongiorno!



6 personnes se rencontrent. Certaines se serrent la main pour se saluer.
Naturellement, personne ne se salue soi-même et on ne salue pas deux fois une même personne.

Montrer que dans tous les cas il y a au moins deux personnes qui ont serré le même nombre de mains.

La risoluzione deve essere redatta in francese, inglese, spagnolo o tedesco utilizzando come minimo 30 parole.

6 people meet. Some of them shake hands to say hello. Of course, no one says hello to himself and people don't greet the same person twice!

Prove that in any case at least two persons have shaken the same number of hands.

6 Personen treffen sich. Einige geben sich zur Begrüßung die Hand.
Natürlich begrüßt niemand sich selbst und begrüßt auch nicht mehr als einmal die selbe Person.

Zeige, dass es in jedem Fall mindestens zwei Personen gibt, welche die gleiche Anzahl von Händen geschüttelt haben.

6 personas se encuentran. Algunas se estrechan la mano para saludarse.
Por supuesto, nadie se saluda a sí mismo y uno no saluda dos veces a una misma persona.

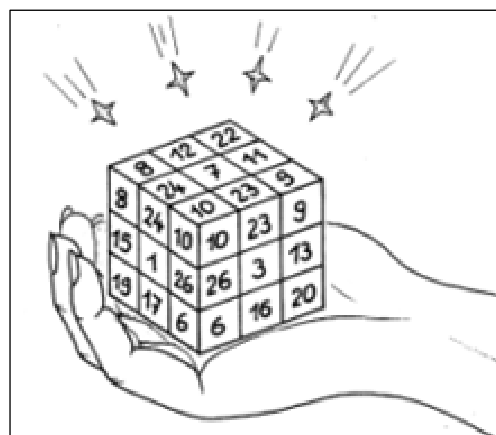
Demuestra que en todos los casos, hay por lo menos dos personas que han estrechado el mismo número de manos.

Esercizio n.2 - 5 punti

Centro di calcolo

Il disegno rappresenta un cubo formato da piccoli cubetti numerati da 1 a 27. Questo grande cubo è straordinario, poiché su ciascuna delle sei facce la somma di ogni colonna e di ogni riga è sempre uguale allo stesso numero.

Qual è il numero del cubetto centrale? Indicare il procedimento seguito.

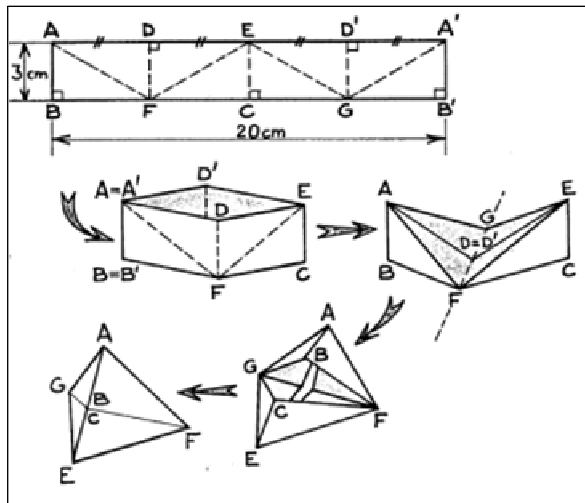


Esercizio n. 3 - 7 punti

Piegaedro

Con una striscia di carta di dimensioni 20 cm x 3 cm e una striscia di nastro adesivo, è possibile confezionare un tetraedro come indicato nella figura qui sottostante.

Si potrà facilitare la piegatura tratteggiando in precedenza le tracce delle pieghe. La cerniera FG dovrà funzionare nei due sensi..



Realizzare un tale tetraedro, poi descrivere sul foglio risposta un metodo astuto per calcolare il volume del suddetto solido.

Esercizio n. 5 - 7 punti

Splash

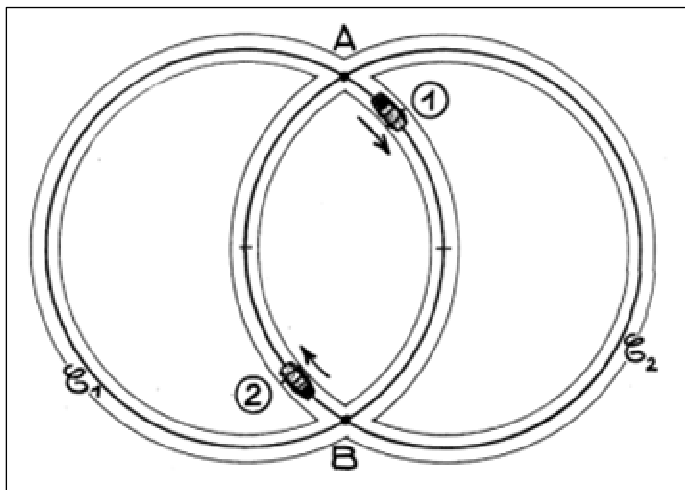
2 circuiti circolari C_1 e C_2 di ugual raggio passano ciascuno per il centro dell'altro e s'intersecano in A e in B.

La vettura ① gira a velocità costante in senso orario sul circuito C_1 . Effettua un giro in 1 minuto e 12 secondi.

La vettura ② gira a velocità costante in senso orario sul circuito C_2 . Effettua un giro in 1 minuto e 15 secondi.

Nell'istante iniziale la vettura ① passa per A e la vettura ② per B.

Dopo quanto tempo avverrà la collisione ?
Giustificare la risposta.



Esercizio n. 4 - 5 punti

Dolce giro

Per festeggiare un anniversario, dieci amici sono seduti intorno ad un tavolo sul quale è posto un vassoio con 18 pasticcini.

Adriano prende il vassoio senza servirsi e lo passa ad uno dei suoi vicini il quale prende un pasticcino.

Il vassoio fa il giro del tavolo. Chi riceve il vassoio prende un solo pasticcino per volta e passa il vassoio ad uno dei suoi vicini.

Adriano vede il vassoio circolare e cambiare due volte verso. Il vassoio ritorna per la prima volta ad Adriano che prende l'ultimo pasticcino.

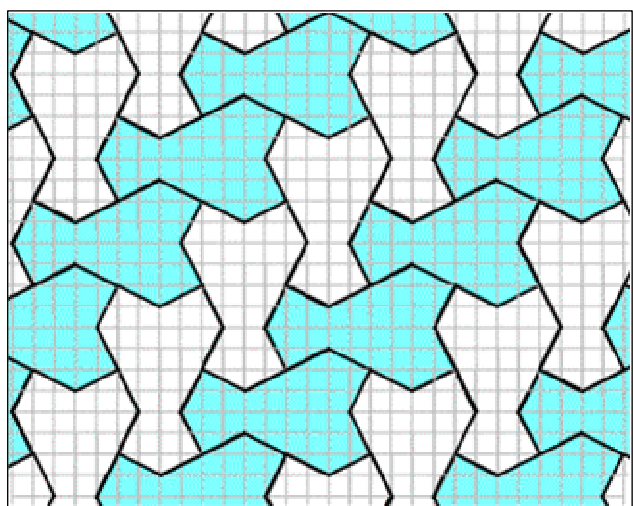
Quante persone hanno mangiato un solo pasticcino ?
due pasticcini ? ecc. Giustificare la risposta.



Esercizio n. 6 - 5 punti

Chi si somiglia... si piglia

Ecco riprodotto un pavimento formato da piastrelle tutte uguali di 10 lati.



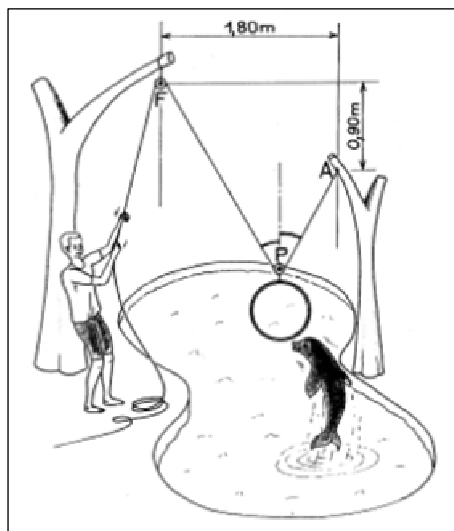
Le piastrelle sono accostate secondo due direzioni evidenziate dal colore diverso.

Inventare una piastrella di 16 lati che permetta di realizzare un pavimento dello stesso tipo; poi riprodurre tale pavimento su un foglio quadrettato da incollare sul foglio risposta.

Esercizio n. 7 - 7 punti

Una strana curva

Roberto solleva il cerchietto con l'aiuto del sistema rappresentato:



Egli tira una corda che passa su una carrucola fissa F e su una carrucola mobile P e che è attaccata nella sua estremità al punto fisso A.

Il cerchietto è fissato alla carrucola P in modo che la bisettrice dall'angolo FPA resti verticale.

Le dimensioni del dispositivo sono indicate in figura.

Si vuole conoscere la traiettoria della carrucola P.

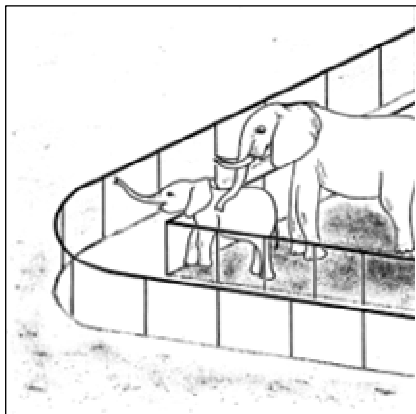
Su uno schema in scala 1/10, disegnare parecchie posizioni successive di P, poi collegare tali punti per far apparire la curva descritta da P quando Roberto tira la corda.

Esercizio n. 9 - 7 punti

Perimetro di sicurezza

In uno zoo, il recinto degli elefanti ha la forma di un trapezio rettangolo il cui perimetro è di 400 m. Per ragioni di sicurezza, occorre prevedere intorno al recinto una zona inaccessibile ai visitatori. Il limite di questa zona è a 3 m dal recinto.

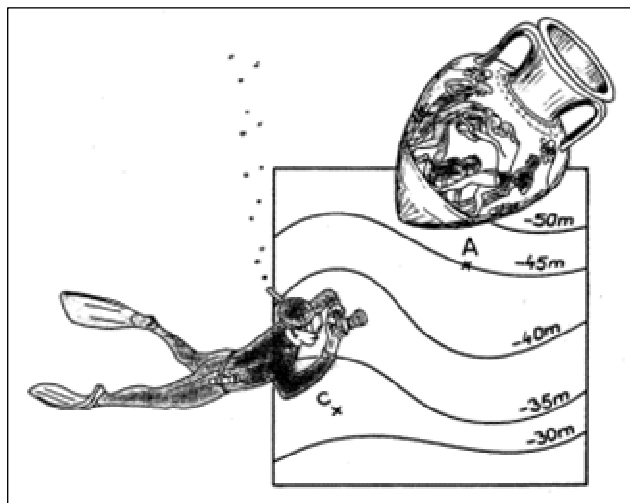
Quale è il perimetro di questa zona?
Spiegare con uno schizzo e con dei calcoli.



Esercizio n. 8 - 5 punti

Calcolo profondo

Il disegno è una rappresentazione in scala 1/500 del fondo marino.



Il rilievo sottomarino è rappresentato da linee di livello che esprimono le profondità in metri. Un'anfora, rappresentata dal punto A, riposa sul fondo. Carlo fa pesca subacquea e nuota a 25 m di profondità. Egli è localizzato sulla carta nel punto C.

Con l'aiuto di questa carta, calcolare la distanza tra Carlo e l'anfora.

Esercizio n. 10 - 10 punti

Frammenti isosceli

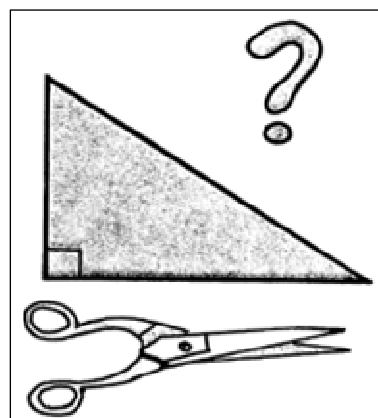
Gerardo sa suddividere un qualsiasi triangolo rettangolo in qualsivoglia numero di triangoli isosceli.

Mostrare come si possa suddividere un triangolo rettangolo

- in 2 triangoli isosceli
- in 3 triangoli isosceli
- in 4 triangoli isosceli
- in 5 triangoli isosceli.

Rappresentare ogni suddivisione a partire da un triangolo rettangolo di lati 6 cm, 8 cm e 10 cm.

Descrivere una strategia che permetta di suddividere un triangolo rettangolo in 13 triangoli isosceli.



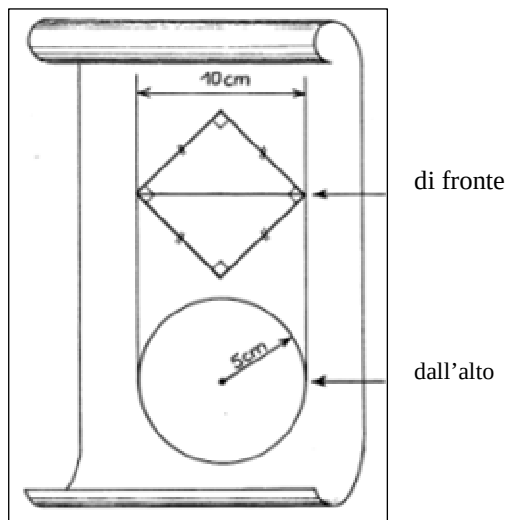
SPECIALE TERZE

Esercizio n. 11 - 5 punti

Bicono

Ecco l'immagine di un solido visto rispettivamente di fronte e dall'alto.

Costruire un modello di questo solido. Riportare i calcoli necessari.



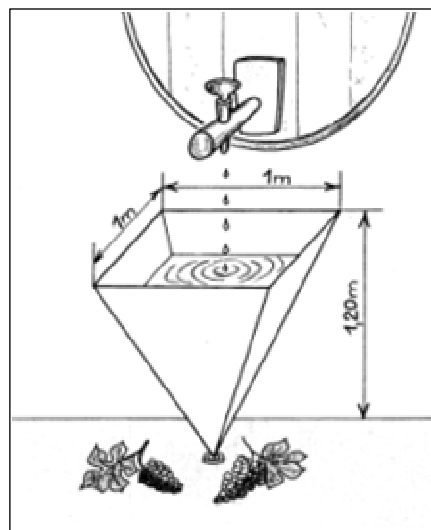
Esercizio n. 12 – 7 punti

E per giunta...evapora

Un recipiente piramidale di 1,20 m di altezza è appoggiato sul vertice; la sua base quadrata, di 1 metro di lato, è orizzontale. Esso è alimentato, goccia a goccia, da un rubinetto la cui perdita è di 1 litro in 24 ore.

L'acqua raccolta evapora: questa perdita è proporzionale alla superficie libera del liquido. Per 1 m^2 tale perdita è di 0,05 litri all'ora. In tal modo il recipiente si riempie fino ad una certa altezza per la quale l'apporto del rubinetto e la perdita dovuta all'evaporazione si compensano.

Calcolare questa altezza.



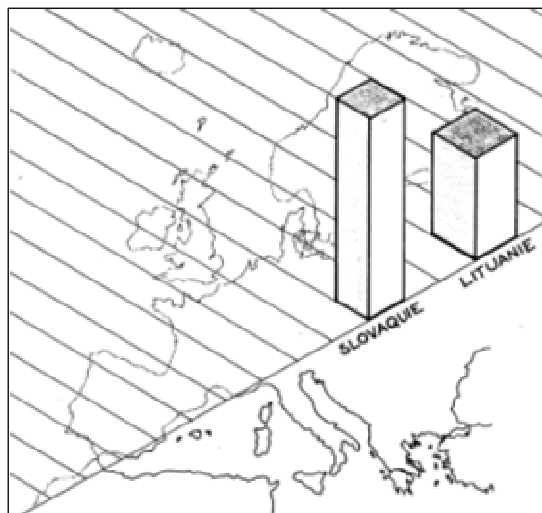
Esercizio n. 13 - 10 punti

Benvenuti!

In un articolo sull'estensione dell'Unione Europea, Giuliano ha trovato la seguente tabella riguardante i 10 nuovi paesi membri. Egli si propone di rappresentare ogni paese con un parallelepipedo a base quadrata tale che:

- l'area della base di ogni parallelepipedo sia proporzionale alla superficie del paese che esso rappresenta
- il suo volume sia proporzionale alla popolazione del paese stesso.

Egli prende un quadrato di 1 cm di lato per rappresentare una superficie reale di $10\,000 \text{ km}^2$ e 1 cm^3 di volume per rappresentare 100 000 abitanti



- Calcolare le dimensioni dei parallelepipedi per Cipro, Estonia, Repubblica Ceca, Polonia e Malta.
- Disegnare in prospettiva i parallelepipedi rappresentanti Cipro, Estonia, Repubblica Ceca e Polonia.
- Quale caratteristica demografica è rappresentata dalle altezze dei parallelepipedi di Giuliano?

Paesi	numero d'abitanti	superficie in km^2
Cipro	800 000	9 251
Estonia	1 380 000	45 227
Ungheria	10 320 000	93 036
Lettonia	2 390 000	64 589
Lituania	3 620 000	65 300
Malta	390 000	316
Polonia	38 660 000	312 683
Repubblica Ceca	10 310 000	78 864
Slovacchia	5 420 000	49 032
Slovenia	1 940 000	20 256