

Prava
13 Marzo 2003

- Per tutti gli esercizi, tranne per i numeri 4, 6 e 8, sono richieste spiegazioni, giustificazioni o illustrazioni
- Sarà esaminata ogni risoluzione, anche parziale.
- Si terrà conto dell'accuratezza.
- Ogni foglio-risposta deve essere utilizzato per un singolo esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.

Esercizio n°1 7 punti

Pausa caffè

Soluzione da redigere con un minimo di 30 parole in francese o inglese o spagnolo o tedesco.

Cuatro estudiantes desean cada uno tomar un café durante el recreo y sólo tienen poca moneda. Un café cuesta 35 centimos de euros. La máquina de café ya no tiene cambio. Los responsables vienen para vaciarla.

Alberto tiene una moneda de 1 euro y una de 5 centimos.

Bernardo tiene una moneda de 50 centimos y una de 5 centimos.

Claudia tiene una moneda de 20 centimos y dos de 10 centimos.

Daniela tiene dos monedas de 20 centimos.

Cada uno quiere su café y la vuelta de su moneda. La máquina sólo sirve a una persona a la vez y sólo vuelve monedas cuando las tiene.

¿ Como se las van a arreglar ?

Vier Studenten haben Kaffeedurst, aber leider zu wenig Kleingeld. Ein Kaffee kostet 35 Cent. Der Kaffeeautomat kann im Moment kein Wechselgeld zurückgeben, weil er eben erst geleert wurde.

Albert hat eine 1-Euro-Münze und ein 5-Cent-Stück.

Bernhard hat eine 50-Cent- und eine 5-Cent-Münze.

Claudia hat eine Münze zu 20 Cent und zwei zu 10 Cent.

Daniela hat zwei 20-Cent-Münzen.

Jeder möchte seinen Kaffee und sein Wechselgeld. Der Automat kann nur eine Person auf einmal bedienen und kann nur Wechselgeld herausgeben, wenn er welches hat.

Wie gehen sie vor ?

Quatre étudiants souhaitent chacun prendre un café pendant leur pause et n'ont que très peu de monnaie. Un café coûte 35 centimes d'euros. La machine à café n'a plus de monnaie, les responsables viennent de la vider.

Albert a une pièce de 1 euro et une de 5 centimes.

Bernard a une pièce de 50 centimes et une de 5 centimes.

Claudia a une pièce de 20 centimes et deux de 10 centimes.

Danièle a deux pièces de 20 centimes.

Chacun veut son café et sa monnaie. La machine ne sert qu'une personne à la fois et ne rend la monnaie que quand elle en a.

Comment vont-ils s'arranger ?

Four students wish to have a cup of coffee during their break and have very little change. A cup costs 35 euro cents. The machine has no change left, the people in charge have just come to empty it.

Albert has a 1 euro coin and a 5 cents coin.

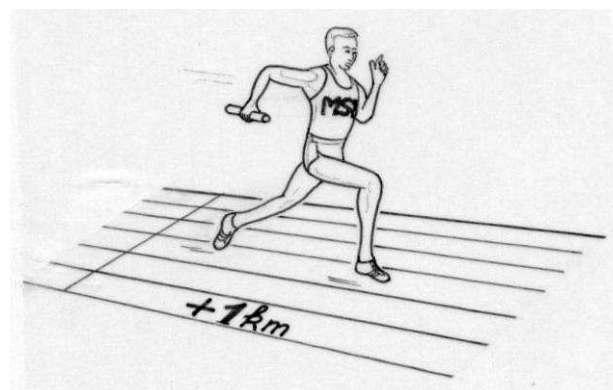
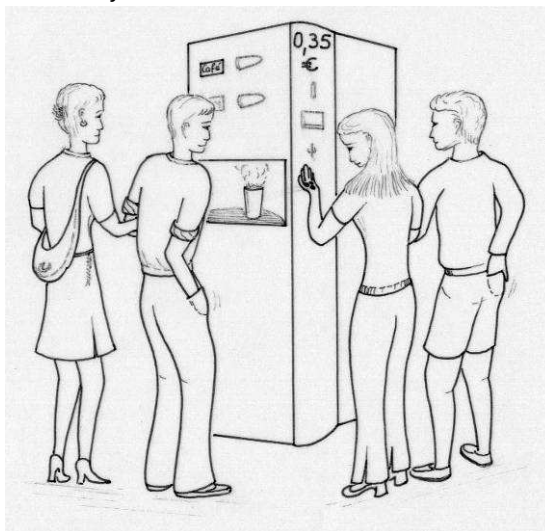
Bernard has a 50 cents coin and a 5 cents coin.

Claudia has a 20 cents coin and two 10 cents coins.

Daniela has two 20 cents coins.

Each of them wants his coffee and his change. The machine serves one person at a time and gives back change only when it has some.

How are they going to manage ?



Esercizio n°2 5 punti

Avanti un altro!

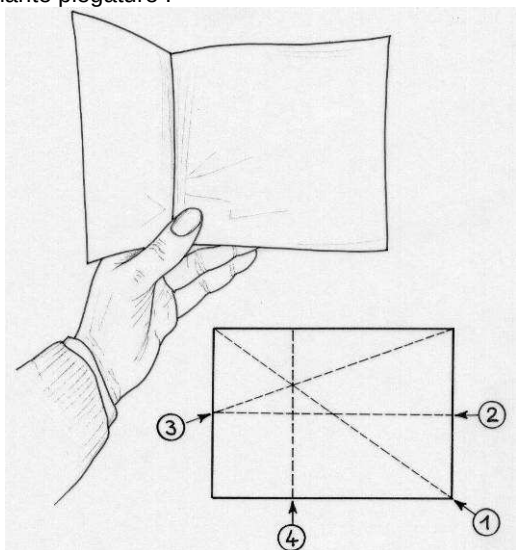
Una corsa a staffetta di 40 km è praticata in modo che ciascun membro della squadra percorra un numero intero di chilometri. Inoltre, allorché un corridore riceve il testimone, deve correre 1 km in più di quello che glielo consegna.

Determinare la distanza percorsa da ciascun membro della squadra.

Esercizio n°3 7 punti

Chi fa da sé...fa in tre

Ecco un metodo che permette di determinare un terzo della lunghezza di un foglio di carta rettangolare unicamente mediante piegature :



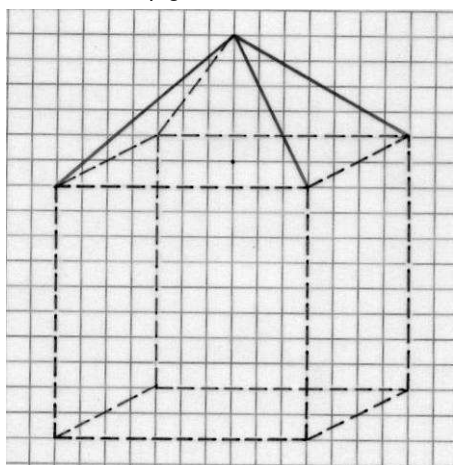
Piegare successivamente il foglio secondo la diagonale 1, la mediana 2, poi secondo le pieghe 3 e 4 come indicato in figura. La piega 4 fornisce, quindi, un terzo della lunghezza.

Giustificare questo metodo.

Esercizio n°4 5 punti

A rombi

La figura rappresenta un cubo sormontato da una piramide regolare a base quadrata di altezza uguale alla metà dello spigolo del cubo.



Se si costruisce una piramide di questo tipo su ciascuna faccia del cubo, si osserva che le facce di questa piramide sono a due a due sullo stesso piano e si uniscono per formare delle losanghe. Queste 12 losanghe sono facce di un solido chiamato dodecaedro rombico.

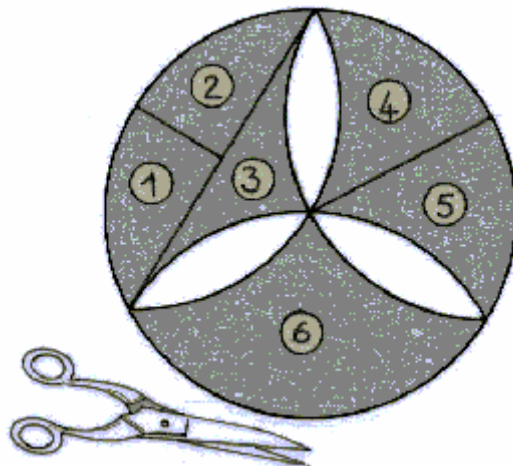
I suoi 14 vertici sono gli 8 del cubo e i 6 della piramide.
Disegnare il dodecaedro rombico ottenuto a partire da un cubo uguale a quello della figura. Colorare le facce visibili del dodecaedro

Esercizio n°5 7 punti

Non è π

Qui sotto è disegnato un Orsone costruito a partire da un esagono regolare.

Per calcolare l'area della superficie grigio scuro, si può tagliarlo in 6 pezzi come indicato nel disegno. Con questi 6 pezzi si può comporre un rettangolo.



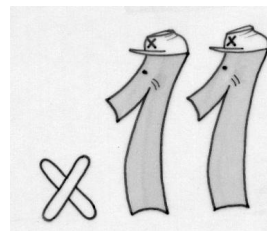
Realizzare il puzzle a partire da un cerchio di raggio 6 cm. Incollare il rettangolo sul foglio risposta. Calcolare l'area della superficie grigio scuro.

Esercizio n°6 5 punti

Alla conquista dell' 11

Un intero è multiplo di 11 se e solo se la somma algebrica alternata delle sue cifre è essa stessa un multiplo di 11, eventualmente negativo o nullo. Ad esempio:

- 1 958 è un multiplo di 11 perché $1 - 9 + 5 - 8 = -11$
- 2 002 è un multiplo di 11 perché $2 - 0 + 0 - 2 = 0$
- 94 919 è un multiplo di 11 perché $9 - 4 + 9 - 1 + 9 = 22$
- ma 1 989 non è un multiplo di 11 perché $1 - 9 + 8 - 9 = -9$.



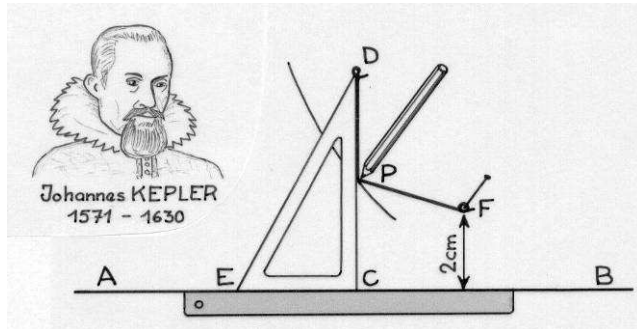
Determinare il massimo multiplo di 11 scritto con 10 cifre diverse.

Esercizio n°7 7 punti

Alla corda

L'astronomo tedesco Keplero ha pubblicato un metodo che permette di tracciare una parabola utilizzando un righello, una squadra, una cordicella, uno spillo e una matita.

Si posa il righello lungo una retta (AB) e si punta lo spillo in un punto F. Scelta una cordicella di lunghezza uguale allo spigolo della squadra CD, se ne fissa una estremità in D e l'altra in F. La punta P della matita mantiene la cordicella tesa lungo la squadra il più lontano possibile, come mostra il disegno.



Se si fa scivolare il lato EC della squadra sulla retta (AB), il punto P descrive allora una parabola.

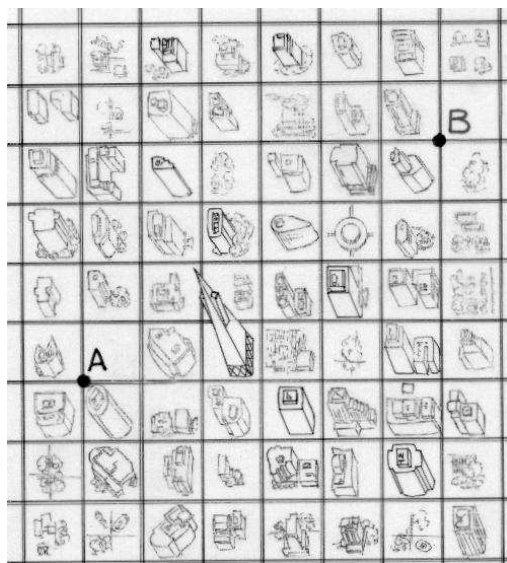
Giustificare l'uguaglianza $PF = PC$.

Disegnare punto per punto una tale parabola sapendo che $CD = 14$ cm e che F si trova a 2 cm dalla retta (AB).

Esercizio n°8 5 punti

Geometria poliziesca

In alcune città, come per esempio New York o Torino, le strade formano una quadrettatura regolare. Jules e Jim sono a capo di due posti di polizia in una città di questo tipo: le loro posizioni sono chiamate A e B nella mappa seguente:

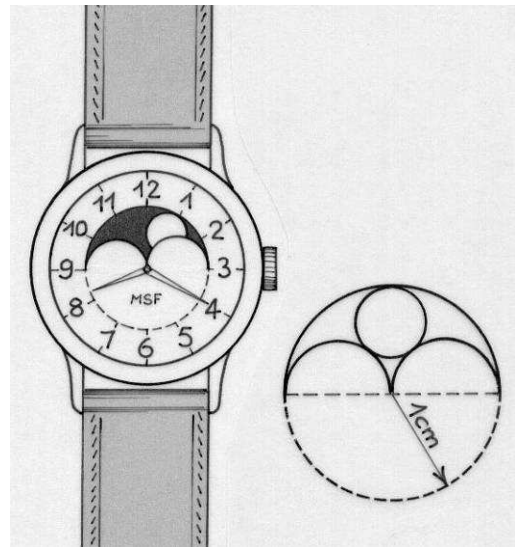


Riprodurre la quadrettatura sul foglio risposta. Colorare i punti della strada per le quali la distanza minimale da percorrere in auto per raggiungere il posto di Jules o il posto di Jim è la stessa.

Esercizio n°9 7 punti

Quadrante lunare

Un orologio indica meccanicamente le fasi lunari nel modo seguente:



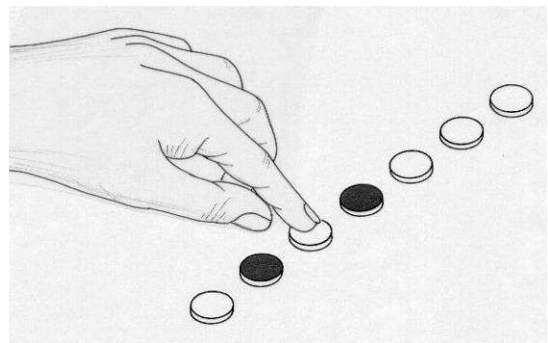
la luna è rappresentata da un disco. Questo è disegnato su una lamina circolare scura che ruota attorno allo stesso asse delle lancette e che si scorge in un'apertura delimitata da 3 semicerchi. Il diametro della luna è il massimo possibile perché la si veda interamente nell'apertura,

Calcolare tale diametro sapendo che il raggio del grande semicerchio è 1 cm.

Esercizio n°10 10 punti

Tasto nero Tasto bianco

Per giocare a questo gioco, si allineano dei gettoni con una faccia bianca e una nera. All'inizio, tutte le facce visibili sono bianche. Lo scopo del gioco è avere tutte le facce nere visibili rispettando la seguente regola:
" Si blocca un gettone con un dito e si rivoltta il gettone vicino se è uno solo, altrimenti i due vicini. Si ricomincia quante volte è necessario. "



Disegnare gli allineamenti di 2 gettoni, 3 gettoni, ecc fino a 15 gettoni. Per ogni allineamento che ha una soluzione, segnare con una croce i gettoni che devono essere bloccati. Altrimenti scrivere che quell'allineamento non ha soluzione. C'è una soluzione per un allineamento di 2003 gettoni? Giustificare la risposta.

Speciale classe terza

Esercizio n°11
5 punti

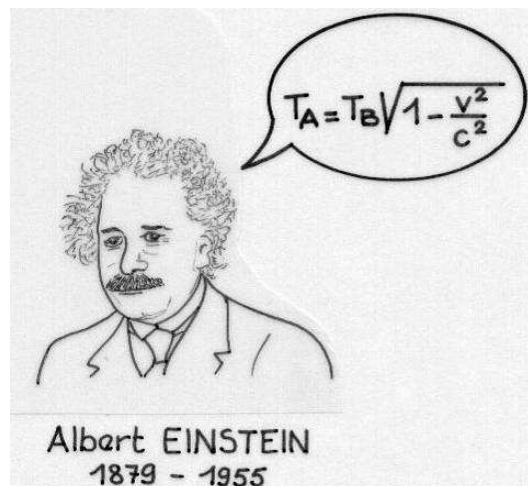
I viaggi ringiovaniscono

Albert Einstein ha stabilito che il tempo non è una grandezza assoluta e che non scorre nello stesso modo per un viaggiatore che si sposta a grande velocità e per un suo amico che rimane fermo. Se Alberto fa un viaggio nello spazio alla velocità v e se Bernardo resta fermo, Bernardo misurerà una durata T_B per questo viaggio, mentre Alberto registrerà un'altra durata T_A per lo stesso viaggio.

Secondo Einstein, si ha la relazione $T_A = T_B \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ dove c è la velocità della luce, cioè circa 300 000 km/s.

Alberto parte per un viaggio nello spazio all'età di 40 anni, quando suo figlio Bernardo ha 20 anni. Al ritorno tutti e due si ritrovano all'età di 60 anni.

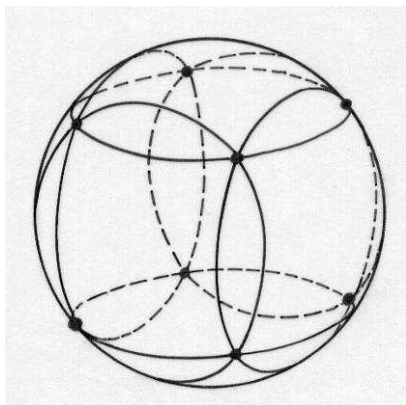
A quale velocità Alberto si è spostato? Fornire la risposta in km/s.



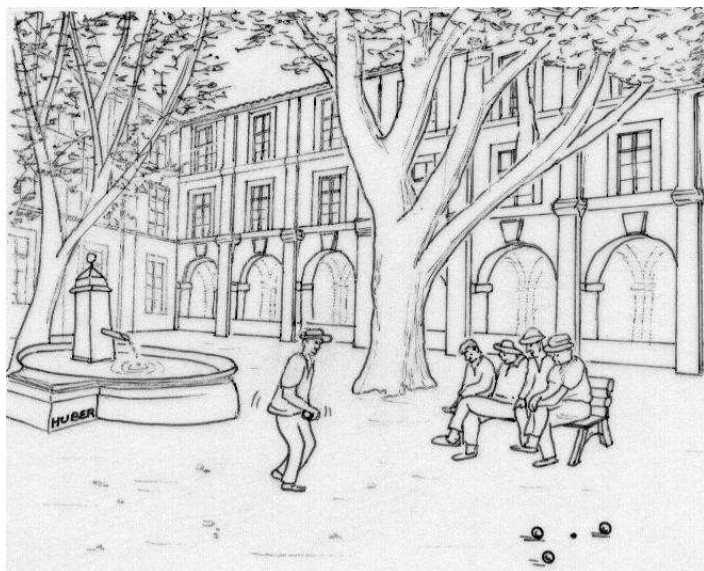
Esercizio n°12
7 punti

Partita di bocce

Su una boccia di raggio 37 mm si vogliono tracciare 6 circonferenze come indicato in figura. Gli 8 punti di intersezione sono i vertici di un cubo.



Calcolare il raggio delle circonferenze.



Esercizio n°13
10 punti

Quadratura

Ecco un programma di costruzione:

- disegnare un rettangolo ABCD di lato AB = 9 cm e AD = 3 cm;
- fissare su [AB] il punto B₁ in modo che la lunghezza AB₁ sia la media tra AB e AD;
- disegnare il rettangolo AB₁C₁D₁ in modo che sia equivalente al rettangolo ABCD.

Ripetere questa costruzione a partire dal rettangolo AB₁C₁D₁ per ottenere il rettangolo AB₂C₂D₂ equivalente e così di seguito.

Disegnare sul foglio risposta i primi 4 rettangoli. Come cambiano le dimensioni di tali rettangoli?

