

Prova di allenamento

5-6 febbraio 1998

- Solo le risoluzioni degli esercizi 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12 non richiedono giustificazioni
- Ogni risposta, anche se parziale sarà considerata.
- La cura sarà apprezzata.
- Ogni soluzione deve essere riportata su fogli-risposta separati

Esercizio n. 1 (10 punti)

Rivelatore di bugie

con risposta da redigere nella lingua scelta

■

David le magicien entre en scène et présente au public trois grosses boîtes.

Sur l'une sont dessinés deux lapins, sur une autre sont dessinées deux colombes et sur la troisième un lapin et une colombe.

Les yeux bandés, David demande à un spectateur de placer deux lapins dans une boîte, deux colombes dans une autre et enfin un lapin et une colombe dans la dernière boîte de façon que le contenu de chaque boîte ne corresponde pas à son dessin.

David déclare alors qu'il lui suffit de sortir un seul animal d'une seule des trois boîtes pour trouver le contenu de chaque boîte.

Expliquer son raisonnement.

■

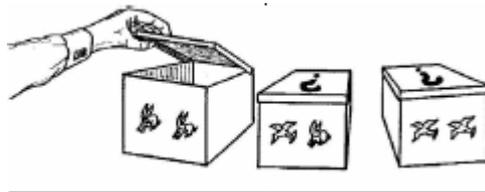
David the magician is going on stage and is showing the audience three big boxes.

There are two rabbits drawn on one of the three boxes, two doves on another one and a rabbit and a dove on the last one.

Blindfolded David asks one of the member of the audience to put two rabbits into one box, two doves into another box and finally a rabbit and a dove into the last box so that the content of each box does not correspond to its drawing.

Then David announces that taking one single animal out of only one of the three boxes is enough for him to find out the content of each box.

Explain his reasoning.



■

David el mago sale a escena y presenta al público tres cajones gruesos.

Sobre el primero ha dibujado dos conejitos, sobre el segundo dos palomas, y sobre el tercero un conejito y una paloma.

Vendados los ojos, David la pide a un espectador que ponga dos conejitos en un cajón, dos palomas en otro y por fin un conejito y una paloma en el último cajón, de tal manera que lo que contiene cada cajón no corresponda con el dibujo.

Entonces David declara que no le hace falta sacar más de un animal de un solo cajón para saber lo que contiene cada cajón.

Explicad su razonamiento.

■

David, der Zauberer betritt die Bühne und zeigt dem Publikum drei Kisten. Auf eine dieser Kisten sind zwei Kaninchen gemalt, auf eine andere zwei Tauben, auf die dritte eine Taube und ein Kaninchen.

Mit verbundenen Augen bittet David einen Zuschauer, in eine Kiste zwei Tauben, in eine andere zwei Kaninchen und in die letzte ein Kaninchen und eine Taube zu setzen. Dabei soll das Bild auf der Kiste in keinem Fall mit dem Inhalt übereinstimmen.

Nun behauptet David, daß es ihm genüge, nur eine der drei Kisten ein einziges Tier zu entnehmen, um den Inhalt aller Kisten herauszufinden.

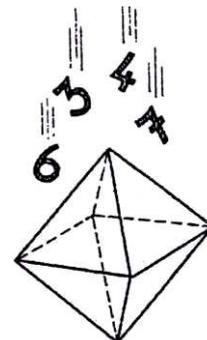
Erkläre, was sich der Zauberer dazu überlegen muß.

Esercizio n. 2 (5 punti)

Platonico

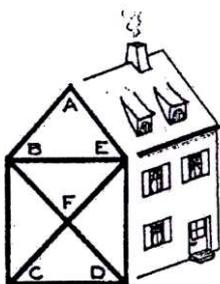
L'ottaedro regolare è uno dei cinque solidi di Platone.

Si costruisca un ottaedro regolare e si numerino facce da 1 a 8 in modo che la somma dei numeri delle quattro facce attorno ad ogni vertice sia uguale a 18.



Esercizio n. 3 (10 punti)

Architettiamo un percorso



Anna cerca di disegnare le travi del fianco della sua casetta senza staccare la matita dal foglio e senza ripassare sulla stessa traccia.

Ci riesce abbastanza facilmente e dopo aver contato il numero dei segmenti tracciati da ognuno dei punti contrassegnati con la lettera sulla figura, capisce che ci sono solo due punti possibili per l'inizio o la fine del tracciato.

Rispettando le regole del gioco di Anna, si mostri che è possibile disegnare le travi del fianco della seconda casetta. Si forniscano le tappe del tracciato.



Esercizio n. 4 (5 punti)

In parti uguali

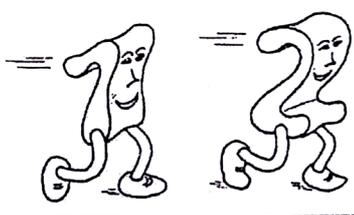
Nicola Chuquet scrisse nel 1484 il primo libro di algebra redatto in francese. In un problema, chiede di suddividere tra tre persone 21 botti di vino di cui sette piene, sette vuote e sette mezze piene, in modo che ogni persona abbia lo stesso numero di botti e la stessa quantità di vino senza aprirne alcuna.

Si fornisca una possibile suddivisione.



Esercizio n. 5 (5 punti)

Per primo a 20



Totò ed Elena giocano alla "corsa a 20". Totò comincia scrivendo a piacere 1 o 2, Elena aggiunge al numero di Totò 1 o 2 e scrive la somma ottenuta. Poi Totò aggiunge 1 o 2 all'ultimo numero scritto da Elena e così di seguito proseguono giocando a turno. Il primo che arriva a 20 ha vinto!

Totò afferma che vi è una strategia che permette di vincere a colpo sicuro a chi gioca per primo.

Si spieghi la strategia di Totò.

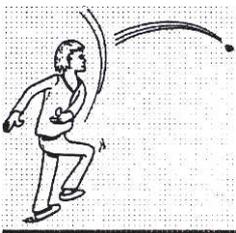
Esercizio n. 6 (5 punti)

Disegnami: sono un triangolo



Esercizio n. 7 (10 punti)

Piega e spiega



Appena il professore ha terminato la spiegazione uno studente gli domanda:

"Quale è la traiettoria descritta da un sasso che lancio davanti a me?"

Il professore gli risponde: "Domanda intelligente. È una parabola ed ecco un procedimento semplice per ottenerla: fissa un punto F sull'asse principale di simmetria di un foglio a 4 cm dal bordo superiore AB, scegli un punto M su AB e sovrapponi M a F, marca la piega e riapri il foglio, poi ricomincia spostando M su AB.

Dopo aver ottenuto un certo numero di pieghe, scoprirai che le tracce di queste pieghe inviluppano una parabola".

Lo studente è soddisfatto, ma il prof aggiunge. "Il buon studente non si accontenta di ciò e cerca una costruzione geometrica con riga e compasso delle tracce di ogni piega".

Si pieghi il foglio risposta secondo le istruzioni del docente e si tracci la parabola. Si spieghi, quindi, come disegnare con riga e compasso le pieghe.

Esercizio n. 8 (5 punti)

Orrore!



Enrico è alla lavagna per semplificare la frazione $\frac{2666}{6665}$: "Facile", dice,

"tolgo un 6 al numeratore e un 6 al denominatore, scrivo $\frac{266}{665}$, poi

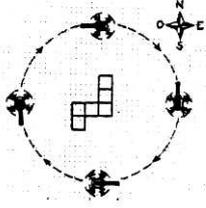
ricomincio. Ottengo $\frac{26}{65}$ e infine $\frac{2}{5}$ che è irriducibile".

Con grande stupore dei compagni Enrico non scatena le ire del suo professore che dice: "Tutte le frazioni che hai scritto sono uguali, ma che metodo strano!".

Si determini una frazione della forma $\frac{abbb}{bbbc}$, uguale a $\frac{1}{2}$ che si possa semplificare con la tecnica di Enrico.

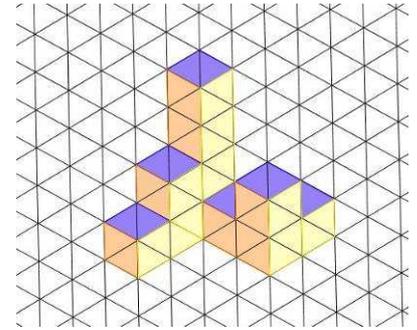
Esercizio n. 9 (10 punti)

ELI 3D



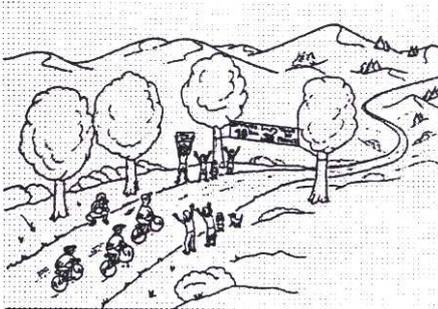
Un elicottero gira sopra un edificio per eseguire delle foto aeree. L'edificio è formato da undici cubi; si può qui vedere una vista da Nord-Ovest.

Con la stessa tecnica di rappresentazione si disegni la vista da Sud-Est.



Esercizio n. 10 (15 punti)

Problemi di recupero



L'arrivo di una tappa del Giro di Francia è in cima al Balon d'Alsace.

Giulio supera lo striscione "Traguardo a 10 km" quattro minuti prima di Riccardo.

Trenta minuti dopo, Giulio raggiunge il traguardo sei minuti dopo Riccardo.

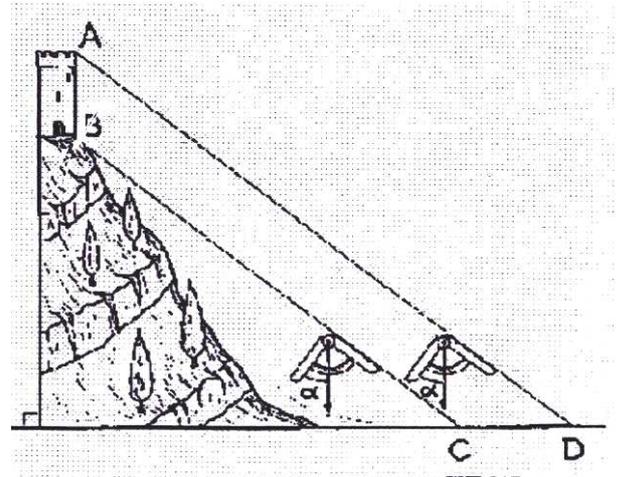
Supponendo che in questo intervallo di tempo le velocità di Giulio e Riccardo siano costanti, a quale distanza dal traguardo Riccardo ha superato Giulio?

SPECIALE TERZE

Esercizio n. 11 (5 punti)

Galileo Galilei

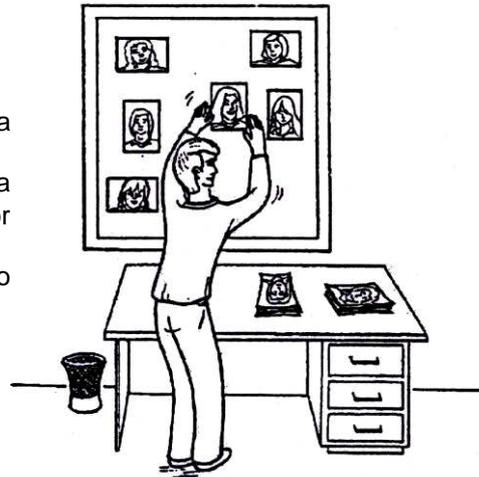
Con il suo "compasso di proporzione", Galileo calcolava le lunghezze che non poteva misurare con gli strumenti classici. Su questo schema ritrovato nei suoi archivi, il "compasso" forma un angolo retto e il suo filo a piombo permette di misurare l'angolo α . Si spieghi come Galileo, dopo aver misurato la distanza CD, ha proceduto per calcolare l'altezza AB della torre.



Esercizio n. 12 (10 punti)

Spazio ben sfruttato

Gaetano espone delle foto della premiazione di Matematica senza Frontiere su un pannello quadrato di 75 cm di lato. Ha a disposizione trenta foto da disporre in orizzontale e trenta in verticale, tutte del formato 9x13, e vuole esporne il maggior numero possibile. Si rappresenti una possibile disposizione in scala 1/5 sul foglio risposta e si indichi il numero di foto appese.



Esercizio n. 13 (15 punti)

Pietre maltagliate?

Per ottenere un pentagono regolare, i costruttori del Medio Evo utilizzavano il seguente procedimento: si tracciano un quadrato e le sue mediane, poi la circonferenza inscritta e quella circoscritta, infine i punti A, B, C, D, E sulla circonferenza inscritta come in figura. I punti A, B, C, D, E sono ugualmente distanziati su questa circonferenza?

