

Prova d'allenamento 1997 (3-8 febbraio 1997)

- Solo le risoluzioni degli esercizi 4, 6 e 7 non richiedono giustificazioni.
- Ogni risposta, anche se parziale, sarà considerata.

- La cura sarà apprezzata
- Ogni soluzione deve essere riportata su fogli-risposta separati.

Esercizio n. 1 (punti 10)

Rivelatore di bugie

con risposta da redigere nella lingua scelta

■ Sur la planète MB52 il n'y a que deux tribus: la tribu de ceux qui disent toujours la vérité et celle de ceux qui mentent toujours.

Un voyageur spatial cherche un guide parmi ceux qui disent toujours la vérité pour lui faire visiter MB52. Il demande au premier habitant rencontré: «A quelle tribu appartiens-tu?»

Celui-ci répond évidemment: «Je dis toujours la vérité».

Dans le doute, le voyageur l'envoie demander à un autre autochtone à quelle tribu ce dernier appartient. Le premier habitant revient et dit au voyageur: «Il m'a répondu qu'il disait toujours la vérité».

Le voyageur peut-il prendre comme guide le premier habitant rencontré sur la planète MB52? Expliquer la réponse.

■ On planet MB52 there are only two tribes: one tribe that is always telling the truth and one tribe who is always lying.

A space traveller is looking for a guide among those who are always telling the truth in order to visit the MB52. He asks the first inhabitant he meets: «Which tribe do you belong to?»

Of course the man answers: «I am always telling the truth».

In doubt the traveller sends him to ask another native which tribe he belongs to. The first inhabitant comes back and tells the traveller: «He told me he is always saying the truth».

Can the traveller take the first inhabitant met on planet MB52 as a guide or not? Explain your answer.

■ En el planeta MB52, solamente existen dos tribus: la tribu de los que siempre dicen la verdad y la de los que siempre mienten.

Un viajero espacial busca una guía entre los que siempre dicen la verdad para que le muestre MB52. Este pregunta al primer habitante que se encuentra: «¿ A qué tribu perteneces tú?»

Por supuesto, éste responde: «Yo siempre digo la verdad».

En la duda, el viajero le manda preguntar a otro autóctono a qué tribu pertenece éste último. El primer habitante regresa y dice al viajero: «Me ha contestado que él siempre dice la verdad».

¿ Puede el viajero coger como guía el primer habitante que ha encontrado en el planeta MB52? Explique su respuesta.

■ Auf dem Planeten MB52 leben nur zwei Stämme. Die Mitglieder des einen Stammes sagen immer die Wahrheit, während die Mitglieder des anderen Stammes stets lügen.

Ein Astronaut, der MB52 besuchen möchte, sucht einen Reiseführer unter den Bewohnern, die stets die Wahrheit sagen. Er fragt den ersten Eingeborenen, den er trifft: «Zu welchem Stamm gehörst du?»

Dieser antwortet natürlich: «Ich sage immer die Wahrheit».

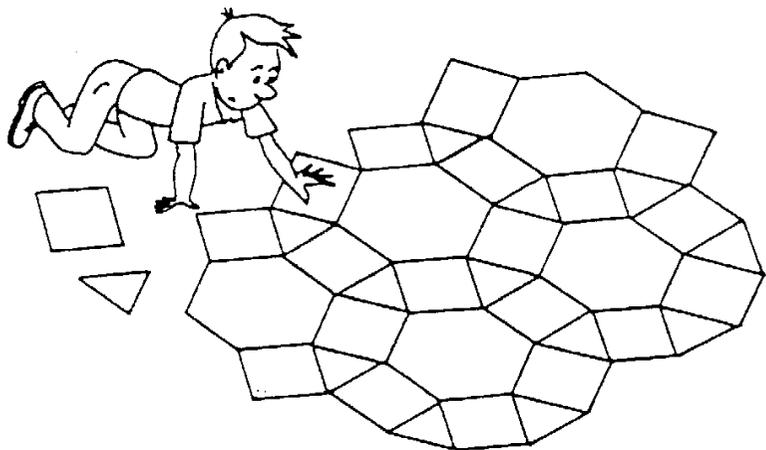
Da er zweifelt, schickt ihn der Raumfahrer zu einem anderen Bewohner, um zu fragen, zu welchem Stamm er gehöre. Bei seinem Rückkehr berichtet er: «Er hat geantwortet, daß er die Wahrheit sagt».

Kann der Astronaut den ersten Planetbewohner als Reiseführer einstellen? Erkläre die Antwort.

Esercizio n. 2 (punti 5)

Una buona stima

Il barone di Münchhausen ha deciso di pavimentare a mosaico il salone della sua dimora. Il motivo scelto, rappresentato qui sotto, è un assemblaggio di esagoni regolari circondati da quadrati, che a loro volta sono collegati da triangoli equilateri.



Il barone incarica il suo maggiordomo di ordinare 1 200 esagoni, e lascia a lui l'incombenza di valutare quanti quadrati e quanti triangoli siano necessari per realizzare il mosaico.

Stimare approssimativamente il numero di quadrati e quello dei triangoli, giustificando la risposta.

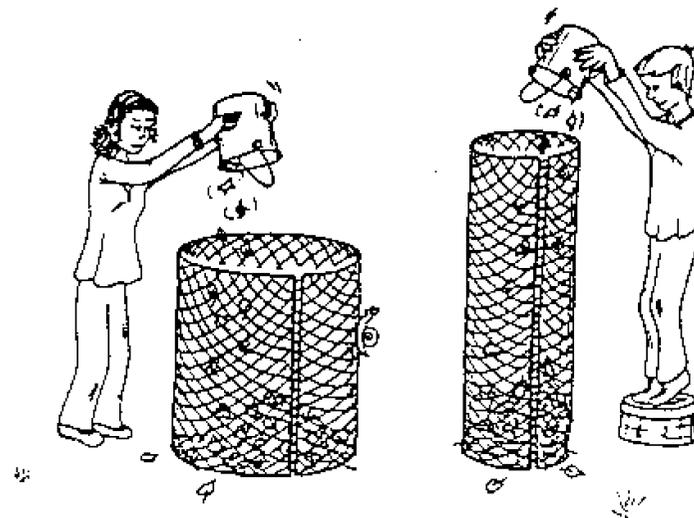
Esercizio n. 3 (punti 10)

Passare al verde

Il sig. Ortolani ha deciso: non brucerà più i rifiuti del giardino né li butterà via, ma li composterà. Per questo utilizza un pezzo rettangolare di rete metallica, di $2,70 \text{ m}^2$ di superficie.

Con qualche gancio unisce due lati opposti ed ottiene un contenitore cilindrico verticale, la cui altezza corrisponde alla lunghezza del rettangolo.

La sua vicina gli fa notare che, se avesse scelto di unire gli altri due bordi della rete metallica il suo cilindro sarebbe stato meno alto, ma più capiente.



Il sig. Ortolani, dapprima incredulo, prende le misure necessarie e fa qualche calcolo. Poi disfa la prima costruzione e constata con soddisfazione che il suo nuovo contenitore ha un volume che supera il precedente del 20%.

Qual è il nuovo volume?

Esercizio n. 4 (punti 5)

Conto sumerico

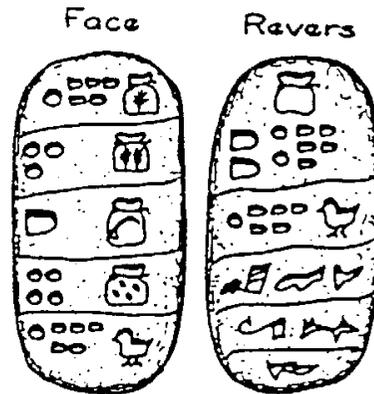
La figura rappresenta le due facce di una tavoletta sumerica. Secondo le usanze di circa 5 000 anni fa lo scriba ha inciso con la sua punta di canna nell'argilla fresca i particolari di una transazione commerciale.

Sulla faccia anteriore, ogni riga indica la quantità e la natura del prodotto. Si leggono così dall'alto verso il basso il numero dei sacchi d'orzo, di grano, di fagioli, di lenticchie, e il numero dei volatili.

Le quantità sono indicate usando l'unità, rappresentata da una tacca sottile \square , la decina, rappresentata da un segno circolare \circ , e da una quantità non precisata, rappresentata da una tacca spessa \triangleright .

Sulla faccia posteriore si vede una ricapitolazione: la prima riga indica il numero totale dei sacchi, la seconda riporta il numero dei volatili, poi ci sono le firme del compratore e del venditore.

Quante unità rappresenta la tacca spessa \triangleright ?



Esercizio n. 5 (punti 10)

Storia di seccature

Nelly vuole far seccare 3 kg di frutti freschi. La quantità d'acqua contenuta in questi frutti rappresenta il 99% della massa totale. Dopo un periodo di evaporazione la quantità d'acqua nei frutti rappresenta solo il 98% della nuova massa.

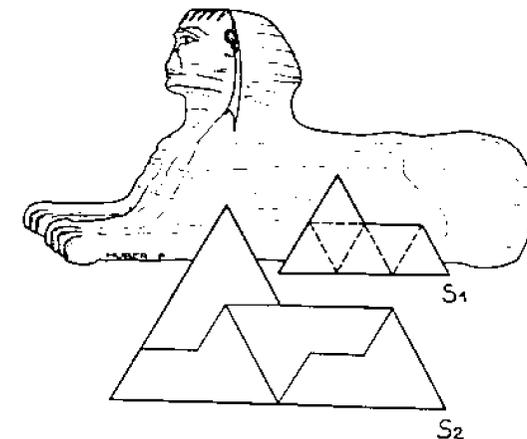
Quanto pesano in quel momento i frutti? Giustificare la risposta.

Esercizio n. 6 (punti 5)

La Sfinge

La sfinge S_1 è la figura formata da sei triangoli equilateri disposti come in figura. La sfinge S_2 è composta da quattro sfingi S_1 , di cui alcune invertite.

Sul foglio risposta costruire una sfinge S_3 , composta da nove sfingi S_1 .



Esercizio n. 7 (punti 10)

Altalena in Borsa

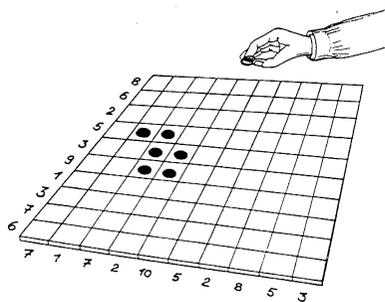
Tutti sanno che la Borsa non è uscita dalla crisi. Così le azioni della Società Gilberti S.p.A. si comportano in modo strano. Da un giorno all'altro salgono e scendono alternativamente:

- se ieri il loro valore è aumentato, oggi scenderà del 10% rispetto a quello di ieri.
- se ieri il loro valore è diminuito, oggi aumenterà del 10% rispetto a quello di ieri.

Dopo due settimane l'azione Gilberti, rispetto al valore iniziale: è aumentata; è diminuita; è rimasta costante?
Spiegare la risposta.

Esercizio n. 8 (punti 5)

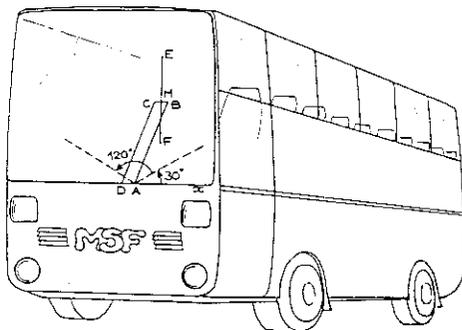
Bianco e nero



Questo gioco si fa con pedine bianche e pedine nere, una su ogni casella. Alla fine della partita la scacchiera è ricoperta di tante pedine bianche quante nere. Paolo ha segnato davanti ad ogni riga e sotto ogni colonna il numero di pedine nere presenti.
Ricopiare sul foglio risposta la scacchiera e completarla con le pedine bianche e nere.

Esercizio n. 9 (punti 10)

Ancora seccature



L'autista non aveva mai fatto particolare caso tutte le volte che la spazzola del tergicristallo puliva il vetro dell'autobus. Ma questa sera, alla luce dei fari, una domanda lo assilla: qual è la superficie spazzata dal tergicristallo tra le sue due posizioni estreme?
Sul foglio risposta disegnare questa superficie in scala 1/10 e colorarla.

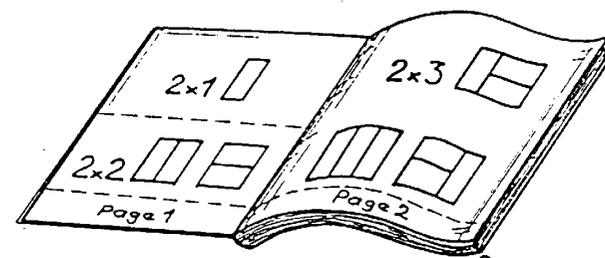
Dati: il braccio è un parallelogramma articolato ABCD, che ruota intorno a due punti fissi A e D. Il punto di collegamento M è il punto medio del lato BC e della spazzola EF. L'angolo BME è sempre retto. Nella posizione d'arresto l'angolo $B\hat{A}x$ è uguale a 30° , e varia durante il movimento tra 30° e 150° . Il vetro è piano.

BC = 10 cm CD = 85 cm EF = 80 cm

Esercizio n. 10 (punti 15)

Pavimenti, parte 2°

Nel suo castello il barone di Munchhausen vuole pavimentare un corridoio che misura 2 m di larghezza con pietre di 1 m di larghezza per 2 metri di lunghezza. L'impresa Leonardi gli mostra il suo catalogo Fibonacci con tutte le pavimentazioni possibili per rettangoli che abbiano una dimensione di 2 metri.



A pag. 1 si vede la sola pavimentazione possibile per un rettangolo di 2 per 1 e le due pavimentazioni possibili per un rettangolo di 2 per 2. A pag. 2 si trovano le tre pavimentazioni possibili per un rettangolo di 2 per 3.

Il barone ha trovato un metodo per calcolare il numero di pavimentazioni possibili senza fare tutti i disegni. Spiegare questo metodo e applicarlo a corridoi lunghi 4 m, 5 m e 6 m.

Esercizio n. 11 (punti 5)

Ricomposizione

Il re Artù decise un giorno di scegliersi un ciambellano fra molti aspiranti. Li riunì nella sala del Tesoro e disse loro:

«Guardate questo gioiello: è composto da monete d'oro numerate da 1 a 11 e saldate le une alle altre. Vi chiedo di fare una copia di questo gioiello, cambiando solo la disposizione dei numeri da 1 a 11. Quando verrà sovrapposta all'originale in qualsiasi modo, anche capovolta, almeno una delle monete della vostra copia dovrà portare lo stesso numero di quella dell'originale su cui essa poggerà. Il primo che troverà una disposizione corretta sarà il mio ciambellano».

Disegnare sul foglio risposta una soluzione che permetta ad uno degli aspiranti di essere scelto.



Esercizio n. 12 (punti 10)

Europa, sotto quale angolatura?

Ecco la definizione matematica della bandiera europea:

“Il vessillo è costituito da un rettangolo blu la cui lunghezza B misura una volta e mezza la larghezza C . I centri delle dodici stelle dorate sono disposti regolarmente su una circonferenza che ha centro nel punto d'incontro delle diagonali e raggio uguale a un terzo della larghezza. Ognuna delle stelle a cinque punte è inscritta in un cerchio il cui raggio è $1/18$ della larghezza”.

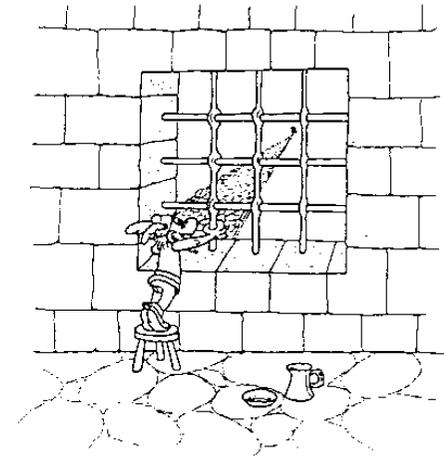
Sia O il centro della circonferenza (C) su cui stanno i centri delle stelle. (C_1) e (C_2) siano i cerchi di due stelle consecutive; (C_1) incontra (C) in due punti, di cui sia M il più vicino a (C_2) . (C_2) incontra (C) in due punti, di cui sia N il più vicino a (C_1) .

Calcolare l'angolo $M\hat{O}N$ a meno di $0,1^\circ$

Esercizio n. 13 (punti 15)

Occhio di lince

Nella sua prigione Asterix comincia a preoccuparsi: «Ma che fa dunque Obelix? Tra un quarto d'ora il centurione verrà a prendermi per darmi in pasto ai leoni del circo. Ah! Se solo avessi il mio filtro magico!».



Proprio in quel momento comincia a scorgere da lontano la sagoma di Obelix che si dirige verso il campo romano. Obelix arriverà in tempo? Giustificare la risposta.

Asterix ha una vista molto acuta: a 5 metri di distanza arriva a distinguere un particolare di 1,5 mm di altezza.