

Matematica Senza Frontiere

Prova d'allenamento

1/2/1996

Alle classi Seconde sono assegnati gli esercizi dall'1 al 10; alle classi Terze dall'1 al 13;

*la durata della prova è per tutte le classi di 90 minuti dopo la distribuzione del testo e dei fogli risposta;
gli esercizi prevedono risposte singole su fogli risposta separati.*

Esercizio n. 1 (10 punti)

Sale e Zucchero

La risposta deve essere redatta nella lingua corrispondente al testo scelto

■

Dans la cuisine chez Paul, un sucrier et une salière sont rangés côte à côte. Ces deux récipients ont la même taille, la même forme et leurs contenus atteignent le même niveau.

Paul, qui est un petit farceur, prélève une cuillerée de sucre du sucrier, la vide dans la salière et mélange bien le tout.

En entendant arriver sa mère, il se hâte de transvaser une cuillerée du mélange dans le sucrier pour rétablir le même niveau dans les deux récipients.

Y a-t-il maintenant plus de sel dans le sucrier que de sucre dans la salière? Expliquer.

■

In Paul's kitchen a sugar bowl and a salt bowl are placed side by side. These two containers have the same size, the same shape and their contents reach the same level.

Paul, who is a bit of joker, takes a full spoon of sugar from the sugar bowl and puts it into the salt bowl. Then he mixes the whole.

On hearing his mother's coming, quickly he puts a spoon of this mixture in the sugar bowl, in order to have the same level in each of the containers.

Is there now more salt in the sugar bowl than sugar in the salt bowl? Explain your answer.

■

En la cocina de Pablo, una azucarera y un salero están puestos uno al lado del otro. Estos dos recipientes tienen el mismo tamaño, la misma forma i sus contenidos alcanzan el mismo nivel.

Pablo, que no es muy serio, saca una cucharada de azúcar de la azucarera, la hecha en el salero y mezcla bien.

Cuando escucha llegar a su madre, el se apresura para reembazar una cucharada de la mezcla en la azucarera para reestablecer el mismo nivel en los dos recipientes.

¿En este momento, hay más sal en la azucarera que azúcar en el salero? Explique su respuesta.

■

In Pauls Küche steht eine Zuckerdose neben einer Salzdose. Beide Dosen haben dieselbe Größe, dieselbe Form und beide sind gleich hoch gefüllt.

Paul, der kleine Schelm, holt einen vollen Löffel Zucker aus der Zuckerdose heraus, leert ihn in die Salzdose und mischt beide fleißig.

Da hört er seine Mutter kommen. Schnell gießt er einen Löffel dieser Mischung in die Zuckerdose zurück, sodaß die beiden Dosen wieder gleich gefüllt sind.

Ist nun mehr Salz in der Zuckerdose als Zucker in der Salzdose? Erkläre deine Antwort.



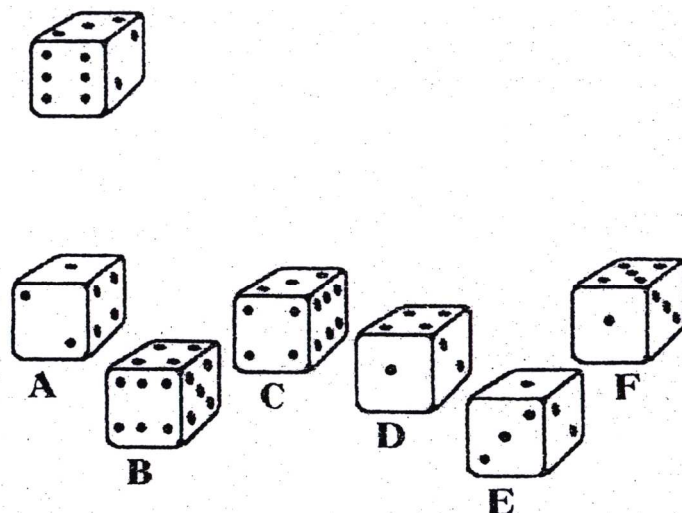
Esercizio n. 2 (5 punti)

Dadi

Su ogni faccia dei dadi da gioco sono disegnati dei punti da uno a sei e la somma dei punti di due facce opposte è sempre uguale a sette.

Il disegnatore, volendo rappresentare il primo dado in altre posizioni, si è sbagliato più volte.

Si descrivano le anomalie visibili.



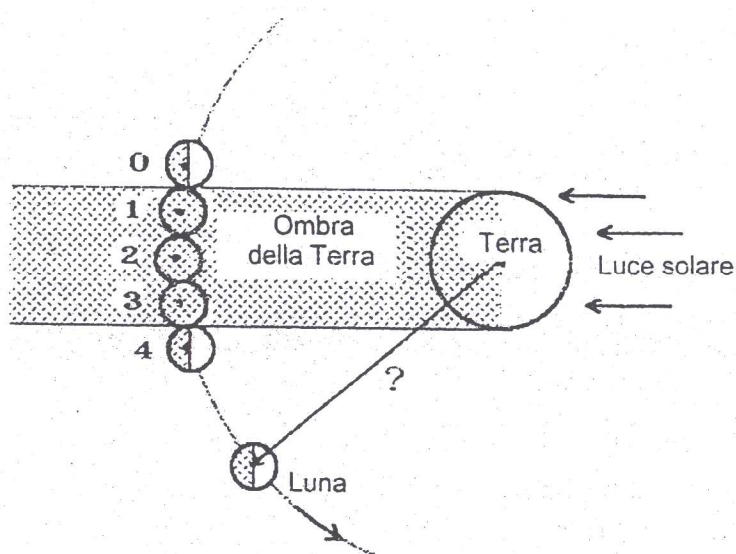
Esercizio n. 3 (10 punti)

Dalla Terra alla Luna

Nel 3° Secolo a.C., Aristarco di Samo ha fornito una buona approssimazione del diametro lunare, partendo dalla osservazione d'una eclisse lunare.

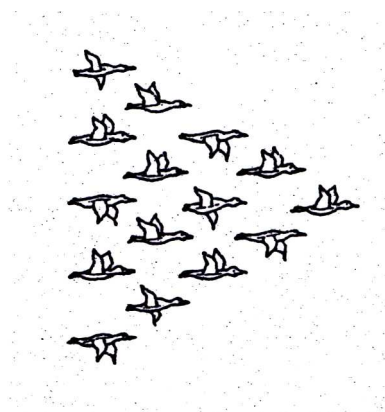
Osservando la Luna quando entra nella ombra della Terra, Aristarco ha misurato che la Luna impiega un'ora a percorrere una distanza pari al suo diametro (vedi posizioni 0-1 della figura).

In seguito attraversa questa ombra in circa, due ore. (da 1 a.3).



Aristarco ne ha dedotto che il diametro della Luna è circa uguale a un terzo del diametro terrestre.

Supponendo che la Luna descriva con velocità costante una circonferenza attorno alla Terra in 27 giorni, si utilizzino queste osservazioni per fornire una stima della distanza dalla Terra alla Luna in diametri terrestri.

Esercizio n. 4 (5 punti)**Anatre indisciplinate**

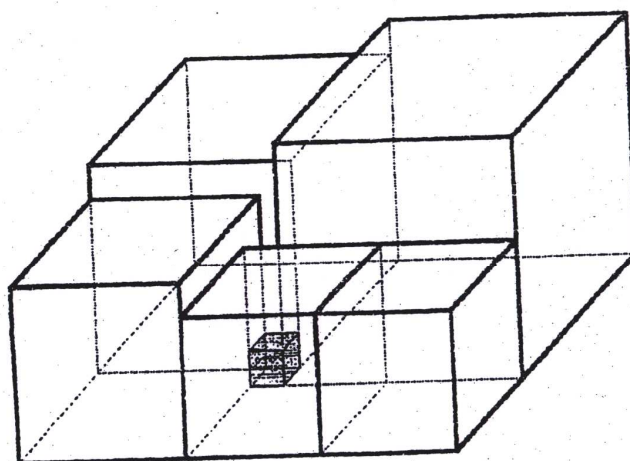
“Accipicchia”, dice Antonio fra sé, “come sono ordinate! Ci sono da 100 a 150 anitre che seguono il loro capo stormo in una formazione perfetta” Antonio sta osservando il volo delle anitre che migrano verso Sud, disposte in un triangolo equilatero come nella figura.

Ma prima che abbia il tempo di contarle, il “bang” di un aereo supersonico scompiglia lo stormo. Dopo lo spavento, tutte le anitre si raggruppano in due nuovi triangoli equilateri di cui uno contiene circa il doppio di anitre dell'altro.

Quante anitre ci sono in ciascuno dei due triangoli?

Esercizio n. 5 (10 punti)**Il gioco dell'incastro**

Un cubetto di 1 cm^3 è stato inserito tra grossi cubi. Si calcoli il volume del cubo più grande.

**Esercizio n. 6 (5 punti)****Calcio senza frontiere**

Luigi vuole organizzare un torneo di calcio tra 8 squadre europee: Belgio, Francia, Germania, Italia, Polonia, Scozia, Svizzera e Ungheria.

Questo torneo si svolgerà in sette giornate: in ogni giornata le otto squadre si incontreranno a due a due (per un totale di quattro incontri a giornata).

Durante questo torneo ogni squadra giocherà contro ognuna delle altre sette una sola volta.

Si fornisca a Luigi un possibile schema organizzativo per il torneo.

Esercizio n. 7 (10 punti)

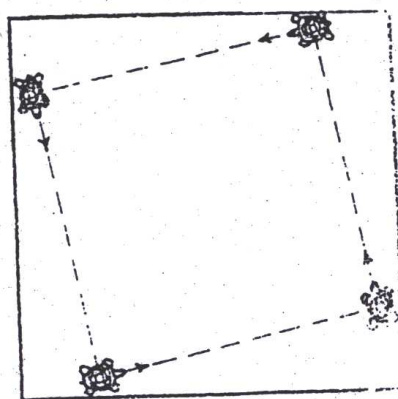
A piccoli passi

Arianna, Bacco, Cloe e Dafne sono quattro tartarughe disposte ai quattro vertici di un quadrato di 4 m di lato. Arianna è attratta da Bacco, Bacco da Cloe, Cloe da Dafne e Dafne da Arianna. Le tartarughe procedono alla velocità costante di 40 cm al minuto.

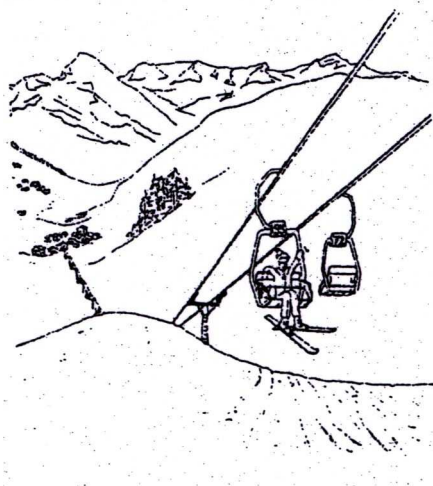
Alla partenza ciascuna di esse punta sulla sua preferita poi avanza per mezzo minuto mantenendo la direzione

Ogni 30 secondi le tartarughe alzano la testa, correggono la direzione e riprendono il cammino.

Si traccino sul foglio-risposta, in scala 1/20, le traiettorie delle quattro tartarughe nei primi nove minuti del loro balletto.



Esercizio n. 8 (5 punti) Brivido in seggiovia



Aldo e Bernardo stanno salendo in seggiovia quando improvvisamente questa si ferma per alcuni istanti.

Arrivati in cima, Bernardo fa notare ad Aldo che al momento dell'arresto era seduto sul seggiolino n. 248 e si trovava a fianco del n. 279.

Aldo replica che nello stesso momento lui, invece, occupava il n. 95 ed era a fianco del 72.

Naturalmente i seggiolini sono regolarmente distanziati lungo il cavo e sono numerati in ordine progressivo a partire dal n. 1.

Di quanti seggiolini è composta l'intera seggiovia? Si spieghi la risposta.

Esercizio n. 9 (10 punti)

Trisezione

La trisezione è la suddivisione di un angolo in tre angoli uguali; ciò non è possibile, in generale, con la riga e il compasso.

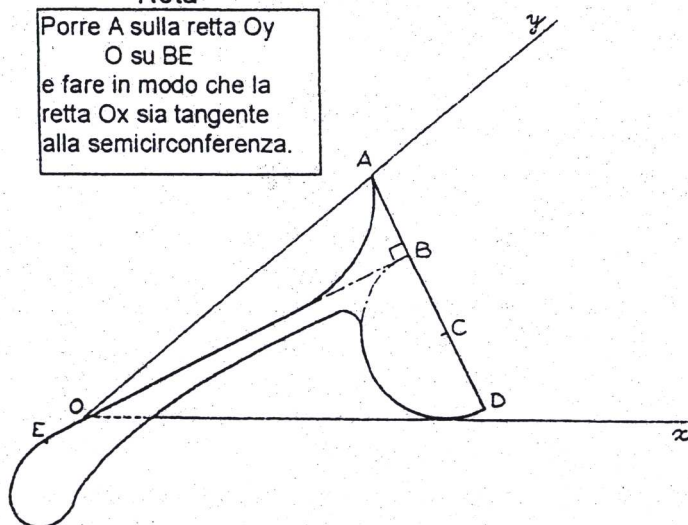
Tuttavia lo strumento rappresentato nella figura e descritto nel 1835 nel testo "Geometria applicata all'industria" permette in pratica questa operazione.

I punti A, B, C, D sono allineati, i segmenti AB, BC e CD misurano tutti 3 cm. Il segmento BD è il diametro di un semicerchio, BE è perpendicolare ad AD.

Per suddividere in tre parti un angolo xOy , si dispone lo strumento come in figura.

Nota

Porre A sulla retta Oy
O su BE
e fare in modo che la
retta Ox sia tangente
alla semicirconfenza.



Si disegni un angolo $x\hat{O}y$ di 50° sul foglio risposta. Si costruisca un trisetto di carta e lo si incollì nella posizione opportuna. Si dimostri quindi l'uguaglianza degli angoli $A\hat{O}B$, $B\hat{O}C$ e $C\hat{O}x$

Esercizio n. 10 (15 punti)

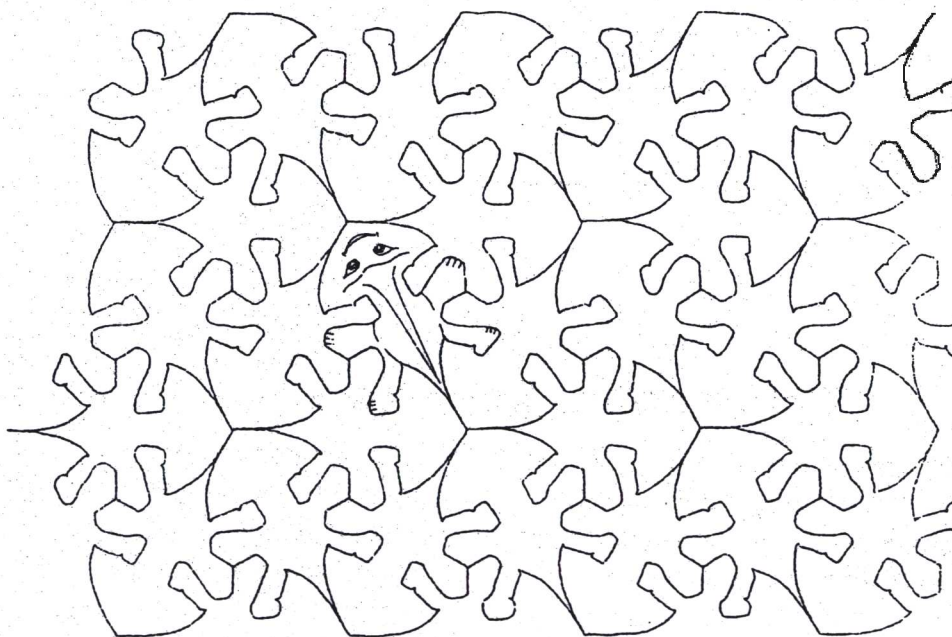
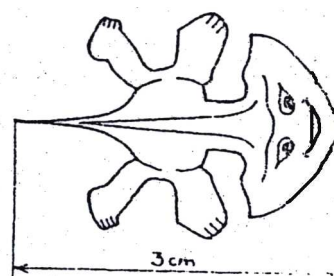
Area di famiglia

L'immagine presenta un nido di rettili di specie rara: il "*lacertus planus gregaris*".

Sono piatti, hanno tutti esattamente la stessa forma, le stesse dimensioni e la proprietà davvero notevole di potersi ammassare senza lasciare spazi vuoti.

L'esemplare con gli occhi aperti misura esattamente 3 cm dalla punta del mento all'estremità della sua coda affilata.

Si determini l'area di questo simpatico animaletto.



Classe III

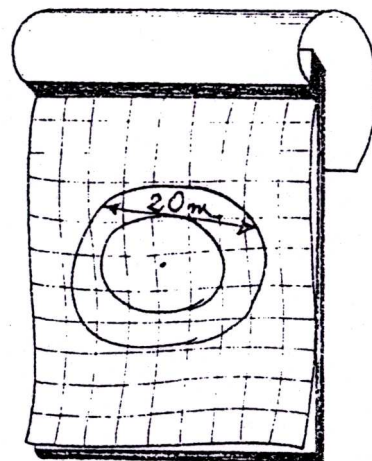
Esercizio n. 11 (5 punti)

Lo schizzo

Un imprenditore riceve una richiesta di messa in opera della pavimentazione di un corridoio circolare del Liceo "Arena".

Alla richiesta è allegato lo schizzo riportato.

Si calcoli, con l'approssimazione al centesimo, il prezzo del rivestimento del pavimento, sapendo che un metro quadrato è fatturato 30 000 lire, messa in opera e tasse comprese.



Esercizio n. 12 (10 punti)

Era ora!

La mia cucina a gas è fornita di un orologio.

Al passaggio dall'ora legale all'ora solare questo orologio indicava esattamente un'ora in più rispetto alla nuova ora. Nell'istante in cui esso indicava le 13 ho azionato l'unico pulsante che permette la regolazione, facendo scorrere l'indicatore dei minuti al ritmo di due al secondo.

Quando la cifra dei minuti passa da 59 a 00, quella delle ore aumenta automaticamente di 1.

Ho fermato la regolazione quando l'orologio ha indicato l'ora esatta con l'approssimazione di 1 minuto.

Quale era in quel momento l'ora esatta approssimata al secondo?

Esercizio n. 13 (15 punti)

Costruire un buco

Un quadrato di 12 cm di lato è tagliato secondo due perpendicolari passanti per il centro in quattro pezzi.

Questi 4 pezzi possono essere disposti in modo da ottenere un quadrato grande con al centro un piccolo buco di forma quadrata.

Si realizzi ciò in modo che l'area del buco centrale sia uguale a $\frac{1}{10}$ dell'area del quadrato grande.

Quindi si incolli la ricostruzione ottenuta sul foglio risposta.

Si fornisca il valore esatto del lato del quadrato grande.

