

Matematica Senza Frontiere

Prova d'allenamento

7/2/1995

Le risposte ai quesiti n. 3,6,8,10,11,13 non richiedono giustificazione;

ogni soluzione, anche se parziale, sarà considerata;

le risposte devono essere redatte su un foglio-risposta per ogni esercizio separatamente.

Esercizio n. 1 (10 punti)

La mappa incompleta

La risoluzione deve essere redatta nella lingua corrispondente al testo scelto.

■
Le baron de Münchhausen fut remercié de ses exploits par l'attribution de terres. Il fit faire un plan sur lequel furent dessinés son château et la frontière séparant sa propriété de celle du roi. Le Géomètre Royal confirma l'exactitude de ce plan.

Lors d'une révolte de paysans, le château fut incendié et il ne resta plus que le document ci-contre. D'après ce fragment de carte, le villageois prétendent que leur village n'appartient pas au domaine du baron et ils refusent maintenant de lui payer l'impôt. Le baron est d'un avis contraire.

Qui a raison? Expliquer la réponse.

■
Baron Münchhausen was awarded land for his bravery. He had a map drawn up indicating his castle and the boundary separating his land from the King's. The Royal Surveyor confirmed that the map was correct.

During a peasants' revolt, after the castle was burnt to the ground, all that remained was the following document. According to the fragment that was left, the peasants claim that their village doesn't belong to the Baron's estate and now they refuse to pay him any taxes. The Baron is of a different opinion...

Who is right? Explain your answer.

■
El barón de Münchhausen recibió propiedades de terreno en agradecimiento por sus hazañas. Mandó hacer un plano en el se dibujaron su castillo y la frontera que separaba su propiedad de la del Rey. El Geómetra Real confirmó la exactitud de dicho plano.

Durante una revuelta de paisanos, el castillo fue incendiado y al barón no le quedó más que el documento adjunto.

Según este fragmento de carta, los lugareños dicen que su pueblo no pertenece al dominio del barón y se niegan ahora a pagarle el impuesto. La opinión del barón es opuesta. ¿

Quién tiene razón? Explicar la respuesta.

■
Baron Münchhausen wurde für seine Heidentaten mit Grundbesitz belohnt. Er ließ einen Plan machen, auf dem sein Schloß und die Grenze gezeichnet waren, die seinen Besitz von dem des Königs trennte. Der Geometer des Königs bestätigte, daß dieser Plan richtig sei.

Während eines Bauernaufstandes brannte das Schloß nieder; nur das abgebildete Dokument blieb übrig. Für die Einwohner des Dorfes ist dieses Kartenstück der Beweis, daß ihr Dorf nicht dem Baron gehöre, und sie wollen ihm nun keine Steuern bezahlen. Der Baron ist nicht damit einverstanden.

Wer hat Recht? Begründe deine Antwort



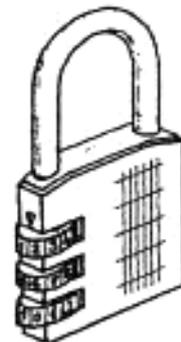
Esercizio n. 2 (5 punti)

Vuoto di memoria

Chantal ha dimenticato la combinazione di tre cifre dell'antifurto del lucchetto che la sua amica le ha prestato.

Allora si arma di pazienza e con tentativi successivi procede con metodo per ritrovare la combinazione corretta. Impiega circa due secondi per ogni tentativo: può ragionevolmente sperare di trovare la combinazione corretta in meno di trenta minuti?

Motivare la risposta.



Esercizio n. 3 (10 punti)

Un grazioso gioiello

Per ricompensare sua figlia che ha superato brillantemente gli esami, un professore di matematica decide di regalarle una spilla d'oro a forma di concoide. Ecco come ottenere la forma del gioiello:

su una circonferenza C di raggio $r = 3,5$ cm fissare un punto A ;

- per ogni punto M della circonferenza si considerino i punti P e P' della retta AM tali che: $MP = MP' = r$
- la concoide è allora la curva descritta dai punti P e P' quando M descrive la circonferenza C .

Tracciare questa concoide sul foglio risposta.

Esercizio n. 4 (5 punti)

16 Alberi

Un campo ha forma di trapezio rettangolo. Sui bordi sono stati piantati 16 alberi, regolarmente spazati di un decametro, in modo che ci sia un albero in ogni vertice. Su ogni lato c'è un diverso numero di alberi.

Quali sono le misure dei lati del campo? Giustificare la risposta.

Esercizio n. 5 (10 punti)

Senza né capo né coda

In un'isola lontana un baldo giovane deve affrontare draghi con molte teste e molte code. Con un colpo di spada il cavaliere può tagliare una testa o due teste, oppure una coda o due code.

I draghi hanno poteri magici; tagliate loro una testa, ne rispunta immediatamente un'altra: tagliate loro una coda, ne rispunteranno due!

In compenso, se si tagliano due teste in un sol colpo non rispunta niente... ma due code tagliate in un sol colpo sono rimpiazzate da una nuova testa.

Naturalmente un dragone è veramente morto solo quando non ha più nessuna testa e nessuna coda.

Come procedere per uccidere un tremendo dragone con 5 teste e 7 code?

Esistono dei draghi immortali? Quali?

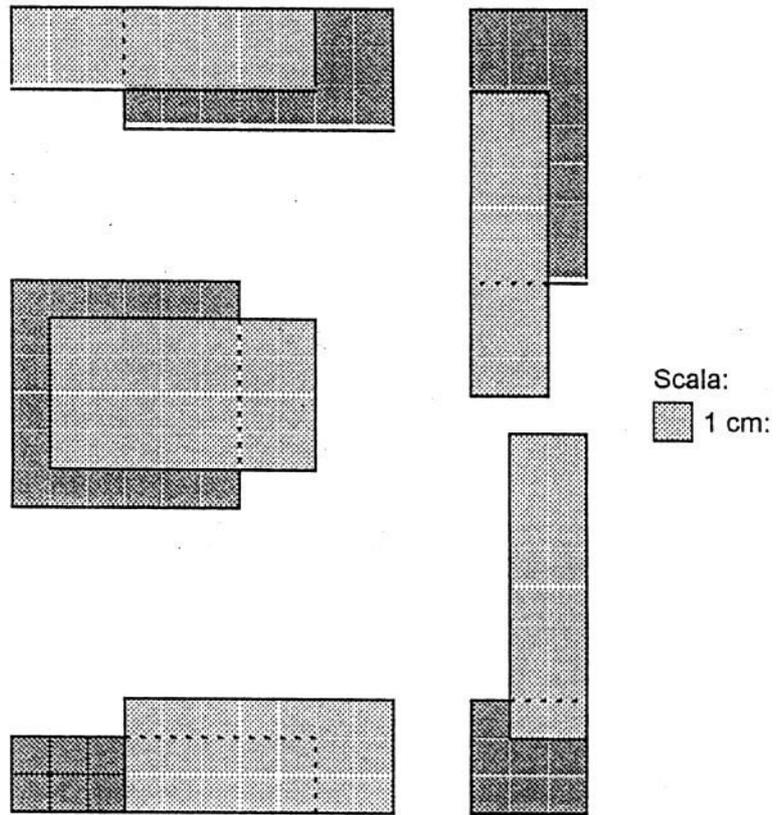
Esercizio n. 6 (5 punti)

La piscina

Ecco un puzzle con cinque pezzi, ciascuno dei quali formato da due rettangoli incollati l'uno sull'altro. Ogni pezzo ha dunque due strati dello stesso spessore.

Costruire e, poi, assemblare questi 5 pezzi in modo da ottenere due quadrati sovrapposti di lato 10 cm.

Incollare il prodotto sul foglio-risposta.



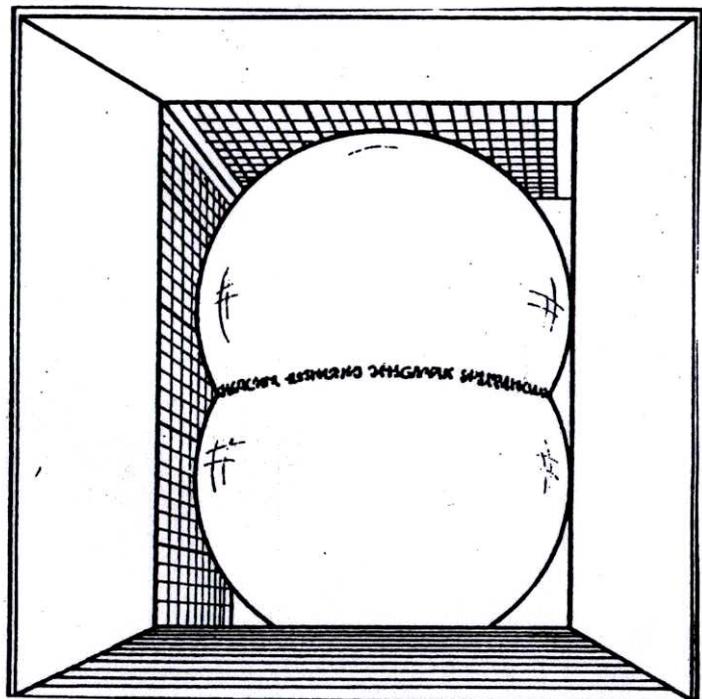
Esercizio n. 7 (10 punti)

Il grande buco

Il grande Arco della "Defense" a Parigi è simbolo di speranza e di apertura verso il futuro, Ma sembra che la volta del grande spazio vuoto susciti un senso di angoscia in alcune persone. Un architetto ha pensato allora di riempire questo spazio a forma di parallelepipedo alto 90 m e largo 70 m con due enormi palloni a forma di sfere tronche e di scrivere un messaggio di fraternità lungo la circonferenza di intersezione.

Questo insieme sarebbe tangente in 6 punti alle 4 facce interne della costruzione.

Calcolare la lunghezza della circonferenza d'intersezione.

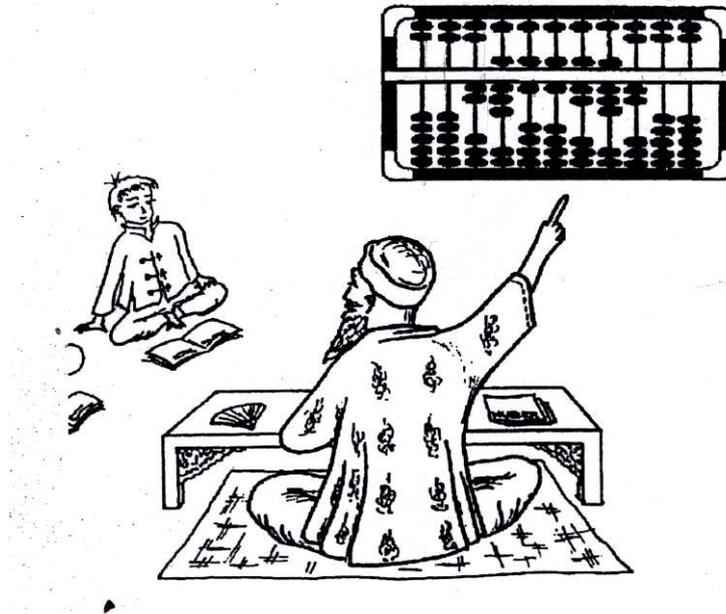


Esercizio n. 8 (5 punti)

Abaco cinese

I cinesi usano ancora oggi degli abachi come calcolatrice. Sanno fare addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e anche divisioni ed estrazioni di radice quadrata!

Ecco un abaco che riporta il numero 286 678 200. Si disegni sul foglio di risposta un abaco che rappresenti il numero 31 41 5 926.



Esercizio n. 9 (10 punti)

Triangoli gemelli

Disegnare sul foglio-risposta un triangolo qualsiasi e una delle sue mediane. Dimostrare che questa mediana lo divide in due triangoli che hanno la stessa area.

Come tagliare uno di questi triangoli in due parti che, diversamente disposte, permettano di ricostruire l'altro triangolo?

Indicare il segmento lungo cui tagliare e realizzare la ricostruzione, che deve essere incollata sul foglio-risposta.

Esercizio n. 10 (5 punti)

Codice MSF

Mentre Gianni giocherella con il suo Minitel, vede apparire sullo schermo una successione di numeri. Intuendo che si tratti di un messaggio cifrato, dice, tra sé, "Ma certo! Hanno scelto un numero intero, poi hanno sostituito ad ogni lettera dell'alfabeto internazionale il numero che corrisponde al suo posto nell'ordine alfabetico, aumentato dell'intero scelto.

Scrivere il testo cifrato sul foglio risposta.

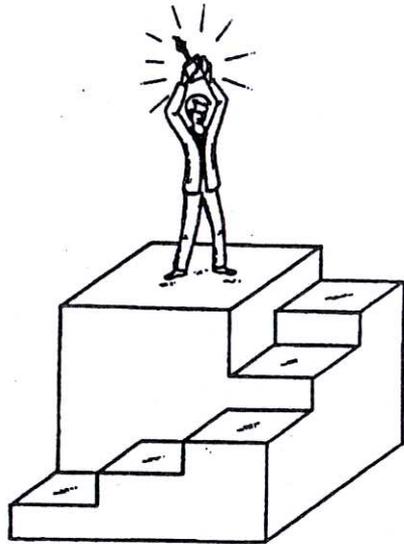
23-14-21 23-24-28-29-27-24 22-24-23-13-24
12-24-23-29-14-22-25-24-27-10-23-14-24 27-14-29-29-24
13-10 30-23-10 14-28-29-27-14-22-10
18-23-29-14-27-13-18-25-14-23-13-14-23-35-10 16-21-18
18-23-13-18-31-18-13-30-18 23-24-23
25-24-28-28-24-23-24 25-18-30
27-18-28-24-21-31-14-27-14, 13-10 28-24-21-18 21-10
22-10-16-16-18-24-27 25-10-27-29-14
13-14-18 21-24-27-24 25-27-24-11-21-14-22-18
15-18-27-22-10-29-24 13-10-21-10-18-21-10-22-10

Esercizio n. 11 (10 punti)

Montare sul podio

Il solido rappresentato qui sotto in prospettiva è il modellino di un podio. È stato ricavato in un blocco la cui base è un quadrato di 7,5 cm di lato e 6 cm di altezza; ogni gradino della scala è quadrato, largo 2,5 cm a altezza 1 cm.

Costruire uno sviluppo di questo modellino in un solo pezzo che non superi la superficie del foglio-risposta, e incollarlo per il fondo su questo foglio.



Esercizio n. 12 (15 punti)

Scopri la copertura

Alla fine della giornata di lavoro, degli operai devono coprire interamente un buco circolare fatto sulla strada. Per farlo hanno a disposizione delle assi quadrate di lato 1 metro.

Due assi non bastano, ma con tre senza sovrapposizioni si può farlo giusto giusto: il buco è quindi il massimo che può essere ricoperto dai tre quadrati.

Fate un disegno in scala 1:20, poi calcolate il diametro del buco

Classe III

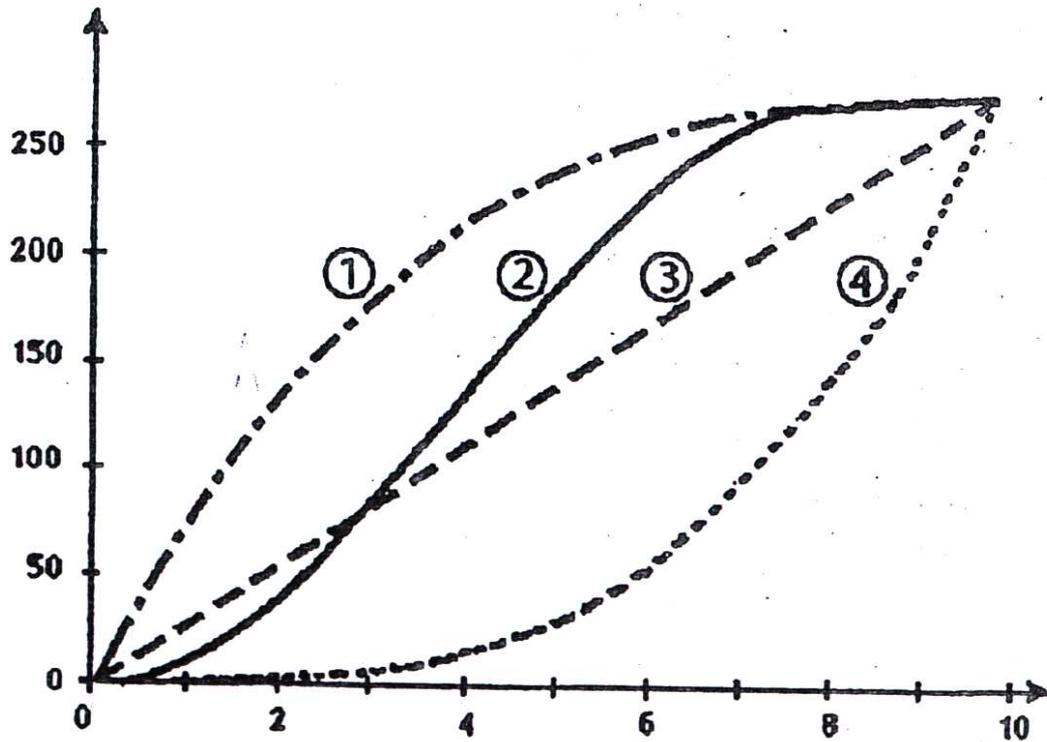
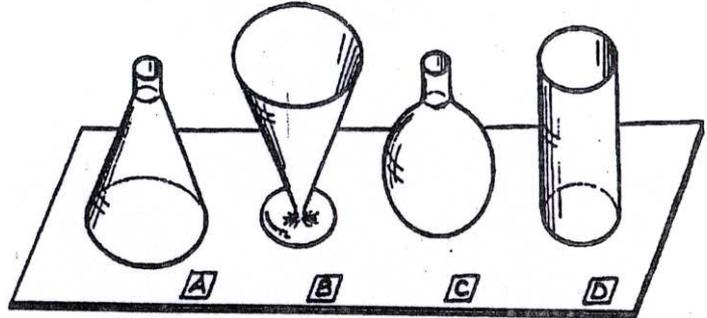
Esercizio n. 13 (5 punti)

Il vaso colmo

I quattro recipienti qui sotto hanno la stessa altezza la stessa capacità quando sono riempiti fino all'orlo.

Per ognuno di essi si è tracciata la curva che rappresenta il volume di liquido versato in funzione dal livello raggiunto.

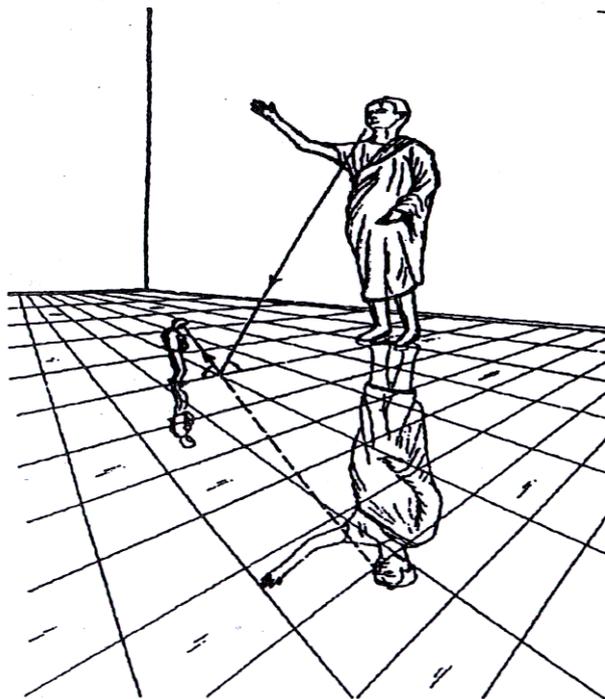
Assegnare ad ogni recipiente il numero della curva corrispondente.



Esercizio n. 14 (10 punti)

Riflessione

“Ah, come è grande!”, si dice Remy ammirando la statua di Talete. “mi sento un nano con i miei occhi a 1,72 m da terra...Toh, vedo il riflesso della sua testa nel marmo lucido del pavimento e, contando, posso affermare che il riflesso raggiunge la terza lastra, a 3m dal piede della statua e ad 80 cm dai miei piedi”.
Calcolare l'altezza della statua.



Esercizio n. 15 (15 punti)

Poligono stellato

Un allievo del Saggio Coseno gli disse un giorno:

-Maestro, ho trovato il modo di costruire, senza goniometro, un poligono regolare di nove lati.

-Un ennagono regolare?

-Sì, ed ecco il procedimento: traccio una circonferenza di centro O e di raggio r . A partire da un punto della circonferenza riporto otto volte col compasso una lunghezza pari a $\frac{9}{7}r$ sulla circonferenza stessa. Ottengo così i nove vertici di un poligono regolare stellato.

-Tu affermi dunque che $\frac{9}{7}$ del raggio è il lato di un ennagono regolare...? Permettimi di dubitarne!

Effettuare la costruzione proposta dall'allievo partendo da una circonferenza di 7 cm di raggio, e giustificare col calcolo le riserve espresse dal Saggio Coseno.

