

Matematica senza frontiere

Prova di allenamento 1992 - 93

La classe seconda risponda solo ai primi dodici quesiti. Ogni risposta, anche parziale, sarà considerata. Si utilizzi un solo foglio-risposta per quesito.

Esercizio n. 1(punti 10) - Non così veloce!

Si risponda al quesito scegliendo la lingua straniera più nota

■

Henry roule en voiture sur une route à quatre voies où la vitesse est limitée à 110 km/h. Il observe que:

- lorsque le compteur kilométrique marque 351,4 , la montre digitale affiche 10^h10 ;
- lorsque le compteur kilométrique marque 369,4 , la montre digitale affiche 10^h19 .

Henry fait alors un rapide calcul mental pour en déduire qu'il roule à 120 km/h de moyenne... Pourtant Henri a fait très attention: l'aiguille de son compteur de vitesse n'a jamais dépassé le 110 .

Exposer d'abord le calcul qu'a fait Henri.

Expliquer ensuite pourquoi il est possible qu'Henri n'ait pas fait d'excès de vitesse, bien que les instruments de bord fonctionnent parfaitement.

■

Henry fährt mit dem Auto auf einer vierspurigen Straße, auf der die Geschwindigkeit auf 110 km/h begrenzt ist. Er stellt folgendes fest:

- Steht der Kilometerzähler auf 351,4 , so zeigt die Digitaluhr 10^h10 ;
- Steht der Kilometerzähler auf 369,4 , so zeigt die Digitaluhr 10^h19 .

Henri rechnet schnell aus, daß er 120 km/h fährt... Und doch hat er teuflisch aufgepaßt, der Zeiger des Tachometers ging nie über 110 hinaus.

Zeige zunächst, wie Henri auf 120 km/h kam!

Erkläre, warum Henri möglicherweise die Geschwindigkeitsbegrenzung nicht überschritten hat, obwohl die Instrumente am Armaturenbrett völlig in Ordnung sind.

■

Henry is driving on a four-lane road on which the speed is limited to 110 km per hour. He notices that:

- When the speedometer reads 351,4 , the digital watch reads 10.10 am ;
- When the speedometer reads 369,4 ; the digital watch reads 10.19 am .

Henry then makes a quick mental calculation and concludes that he is driving at an average speed of 120 km/hour. Yet Henry has been very careful: the speedometer had never went beyond 110 .

First expose Henry's calculation.

Then explain why it is possible that Henry may not have been speeding, although the dashboard instruments are all in perfect working order.

■

Enrique circula en coche sobre una carretera de cuatro vías donde la velocidad está limitada a 110 km/h. Observa que:

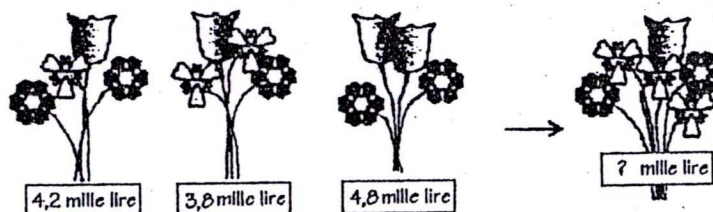
- Cuando el cuentakilómetros marca 351,4 , el reloj digital marca 10^h10 ;
- Cuando el cuentakilómetros marca 369,4 , el reloj digital marca 10^h19 .

Enrique hace entonces un cálculo mental rápido para deducir que su velocidad media es de 120 km/h... Sin embargo Enrique ha estado muy atento: la aguja de su contador nunca pasó el 110 .

Exponer primero le cálculo que hizo Enrique.

Explicar luego por qué es posible que Enrique no haya hecho un exceso de velocidad, aunque los instrumentos de bordo funcionan perfectamente.

Esercizio n.2 (5 punti) - Ditelo con i fiori



Qual è il prezzo del quarto mazzo di fiori?

Esercizio n.3 (5 punti) - Intersezioni

Si traccino due cerchi e un rettangolo in modo ¹ che abbiano, a due a due, 18 punti di intersezione. Si tracci un disegno abbastanza grande per evitare ogni possibile ambiguità.

Esercizio n.4 (10 punti) - Neocubismo

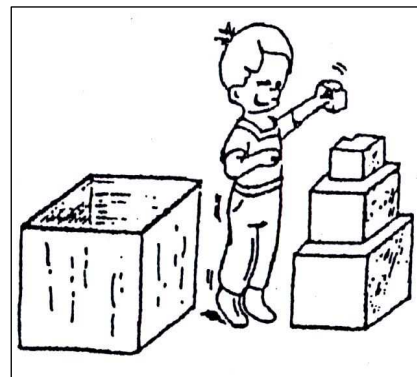
Uno dei giochi di Paolo è una scatola cubica piena di cubetti di 5 cm di lato.

Paolo è riuscito, utilizzando tutti i cubetti, a costruire la composizione di tre cubi sovrapposti come nella figura.

Salendo da un piano all'altro lo spigolo diminuisce di un cubetto.

Quando Paolo è in piedi, supera la composizione di 30 cm.

Quale è l'altezza di Paolo?



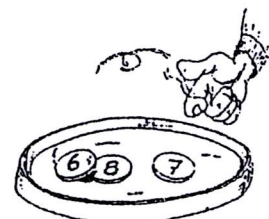
Esercizio n. 5 (5 punti) - I gettoni

Si hanno a disposizione tre gettoni con inciso un numero inferiore a 10 su ciascuna faccia. I sei numeri sono consecutivi.

Dopo un lancio si ha la seguente configurazione.

La somma dei tre numeri è 21; ripetendo i lanci si ottengono come somme 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23.

Quali sono i numeri scritti sulle tre facce nascoste cioè sotto il 6? sotto il 7? sotto 8?



¹ Per ragioni di chiarezza è meglio sostituire l'espressione "Si traccino due cerchi e un rettangolo in modo che abbiano, a due a due, 18 punti di intersezione." con "Si traccino due cerchi e un rettangolo in modo che ci siano 18 punti in cui due di essi si intersecano."

Esercizio n. 6 (10 punti) - Esercizio “due stelle”

Nel libro “Vita e misteri dei numeri” l'autore François-Xavier Chaboche cita la costruzione con l'aiuto della riga e del compasso, di un eptagono quasi regolare:

“Tracciate tre circonferenze C_1, C_2, C_3 di cui la seconda C_2 con un raggio triplo di quello della prima C_1 , e la terza C_3 con un raggio triplo della seconda C_2 .

Tracciate, quindi, da un punto N qualsiasi della circonferenza C_3 , una tangente alla circonferenza C_1 che prolungherete fino ad intersecare C_2 , in U . Da questo punto tracciate una nuova tangente a C_1 , che prolungherete fino ad intersecare C_3 in Z .

Ripetete la stessa operazione fino ad ottenere una doppia stella., È sufficiente unire i vertici delle stelle per ottenere l'eptagono desiderato.”

Si realizzi questa costruzione.

Esercizio n. 7 (5 punti) - Capricci a due

Tre amici Enrico, Marco e Anna partecipano a una escursione in autocorriera con tre posti riservati nella medesima fila: il posto n. 1 è vicino alla finestra, il n. 2 e il n. 3 sono ai lati del corridoio centrale; il posto n. 2 è di fianco al n. 1.

Ognuno esprime la propria preferenza:

- se Enrico occupa il posto n. 1, Marco vuole il n. 2;
- se Enrico occupa il posto n. 2, Marco vuole il n. 3;
- se Marco non prende il posto n. 1, Anna vuole il n. 2;
- se Anna occupa il posto n. 3, Enrico vuole il n. 1.

Come fare per accontentarli?

Esercizio n. 8 (10 punti) - In battello

In alta stagione un battello parte da Laveno ogni quarto d'ora per Ascona e un altro parte contemporaneamente da Ascona per Laveno. La traversata si effettua nei due sensi in due ore

Un passeggero osserva di aver incrociato più di dieci battelli di questa linea.

Quanti ne avrà incrociati dalla partenza all'arrivo?.

Esercizio n. 9 (5 punti) - In aereo

Degli studenti di Strasburgo inviano dei libri sull'Alsazia a dei loro colleghi di una città straniera a sud di Strasburgo.

Il trasporto aereo costa 3,50 ecu per pacco ogni 100 km, oltre a 1,95 ecu forfettari per pacco.'

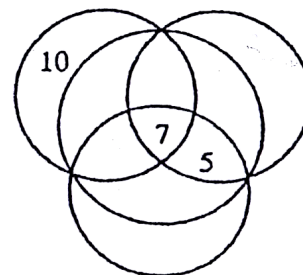
I loro coetanei inviano loro, in cambio, lo stesso numero di pacchi di libri sulla loro città. Ciò costa loro 4 ecu per pacco per ogni 100 km. senza aggiunta.

All'arrivo dei libri, gli studenti di Strasburgo notano che i loro colleghi hanno speso la loro medesima cifra per il trasporto.

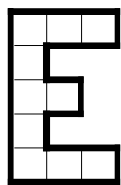
A quale distanza si trova la seconda città? Quale è? Si motivi la risposta

Esercizio n. 10 (5 punti) - Cerchi magici

Inscrivere nelle dieci regioni i numeri da 1 a 10 in modo che i numeri all'interno di ogni cerchio abbiano la stessa somma.



Esercizio n. 11 (15 punti) - E come Europa



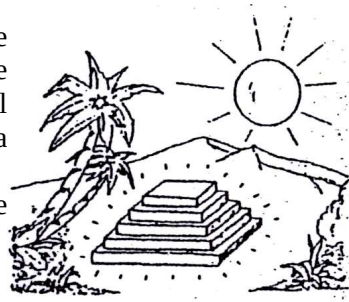
Si vuole scomporre in pezzi una lettera E costituita da dieci quadrati di lato unitario per formare un quadrato. Si calcoli il lato di questo quadrato.

Dopo aver tracciato su un cartoncino la E, la si scomponga in pezzi e si ricomponga, incollandolo sul foglio risposta, il quadrato richiesto.

Esercizio n. 12 (10 punti) - Passato brillante

A Nord-Est del Messico, il luogo archeologico Theothuacan raccoglie dei monumenti, costruiti in lode degli dei, che personificano varie forze della natura secondo la religione azteca. Uno di questi è la “piramide del sole”, costituita da una pila di parallelepipedi a base quadrata sovrapposti con la superficie esterna visibile dorata.

Si calcoli la superficie che gli Aztechi hanno dovuto ricoprire di placche d'oro.



Descrizione del Monumento

La base del monumento è un quadrato di 10 m di lato, il suo vertice un quadrato di 4 m di lato; l'altezza del monumento è 5 m.

I parallelepipedi hanno tutti la stessa altezza e i lati delle loro facce quadrate decrescono regolarmente (in altre parole, la loro differenza è costante).

Esercizio n. 13 (5 punti) - L'eredità

Un contadino, sentendo la sua fine prossima, pensa di suddividere tra i figli i suoi averi, costituiti da trenta mucche e sessanta vitelli, e caratterizzati da:

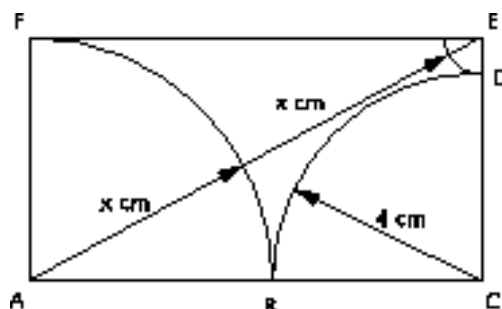
- 10 mucche bianche, ciascuna con 3 vitelli
- 10 mucche olandesi, ciascuna con 2 vitelli
- 10 mucche brune, ciascuna con 1 vitello.

Decide, quindi, la suddivisione con le seguenti condizioni:

- i tre figli avranno lo stesso numero di mucche e lo stesso numero di vitelli;
- ogni vitello non dovrà essere separato dalla madre;
- ogni figlio riceverà almeno una mucca di ogni colore;
- ogni figlio non avrà più della metà delle mucche di uno stesso colore.

Come si può effettuare questa suddivisione?

Esercizio n. 14 (10 punti) - Sconosciuta?



Sulla figura sopra riportata CD misura 4 cm. Si calcoli il valore della x.

Esercizio n. 15 (15 punti) - Il papiro di Rhind

Il papiro Rhind, scritto da Ahmès circa nel 1650 a.C., è attualmente esposto al British Museum di Londra. Deve il suo nome a M.A. Henry Rhind, un inglese che l'acquistò nel 1858 a Luxor e poi lo vendette al Museo.

Il problema n. 4 del papiro tratta della divisione: per esempio quella di 51 per 8 della figura.

Rappresentare con lo stesso metodo la divisione di 135 per 32.

Scrivere cioè $135/32$ sotto forma di una somma di un intero e degli inversi di interi.

