

# Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Accoglienza 2016 - 2017

- Usate un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Attenzione alle richieste di spiegazioni o giustificazioni.
- Saranno esaminate tutte le risposte ragionate anche se incomplete.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.

## Esercizio n. 1 (7 punti) Più o meno

**Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.**

Peter hat auf den Tisch sechs Karten gelegt, die völlig gleich aussehen. Auf der anderen Seite trägt jede von ihnen jeweils eine der Zahlen +1, +2, +3, -1, -2, -3. Peter schlägt seinem Freund Paul das folgende Spiel vor: beide drehen gleichzeitig eine Karte um. Ist das Produkt der beiden Zahlen positiv, so ist Paul der Gewinner. Wenn das Produkt negativ ist, gewinnt Peter. Nach einigen Runden stellt Paul fest, dass Peter öfter gewinnt. Um seine Chancen zu erhöhen, schlägt er vor, eine der Karten mit einer negativen Zahl aus dem Spiel zu entfernen und mit fünf Karten weiterzuspielen.

**Hat Paul recht? Begründe die Antwort.**

Pedro ha colocado sobre la mesa seis cartas que presentan un verso idéntico. En el anverso de cada una de ellas figuran respectivamente los números +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Pedro propone entonces a su amigo Pablo el siguiente juego : cada uno levante simultáneamente una carta ; si el producto de los dos números que aparecen es positivo, Pablo gana ; si el producto es negativo, Pedro es el ganador.

Tras algunas partidas, Pablo se da cuenta de que Pedro gana más a menudo que él. Así, para aumentar sus posibilidades, propone a Pedro que quite una carta que tenga un número negativo y que retome el juego con las cinco cartas restantes.

**¿Tiene Pablo razón? Justifique su respuesta.**

Peter put six cards down on the table. All of them have an identical back and on the other side they respectively show +1, +2, +3, -1, -2, -3.

Then Peter suggests the following game to his friend Paul: they both simultaneously turn up one card. If the product of the two numbers is positive, Paul wins. If the product is negative, Peter is the winner.

After a few games, Paul notices that Peter wins more often. So, in order to increase his chances of success, he proposes that Peter should take away one card with a negative number and then start the game again with the five cards.

**Is Paul right? Justify your answer.**

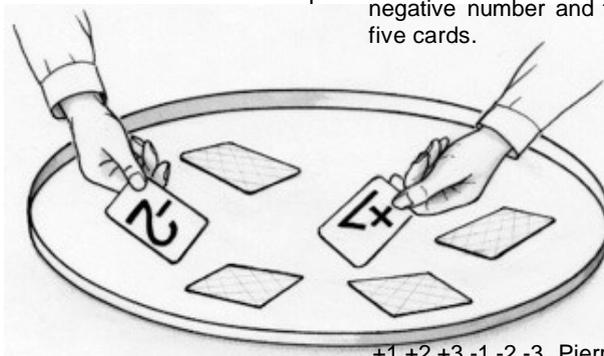
Pierre a posé sur la table six cartes présentant un verso identique.

Au recto de chacune d'elles, figurent respectivement les nombres

+1,+2,+3,-1,-2,-3. Pierre propose alors à son ami Paul le jeu suivant : ils retournent simultanément chacun une carte. Si le produit des deux nombres qui apparaissent est négatif, alors Pierre gagne, s'il est positif, c'est Paul qui gagne.

Après quelques parties, Paul observe que Pierre gagne plus souvent que lui. Aussi, pour augmenter ses chances de gagner, il propose à Pierre d'enlever une carte portant un nombre négatif et de reprendre le jeu avec les cinq cartes restantes.

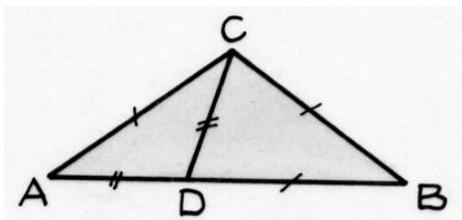
**Paul a-t-il raison? Justifier la réponse.**



### Esercizio n. 2 (5 punti) Angoli e triangoli

I tre triangoli ABC, BCD e ACD sono isosceli.

**Calcolate la misura dei loro angoli.**



### Esercizio n. 3 (7 punti) Il cubo che rotola

La somma dei numeri sulle facce opposte di un dado è uguale a 7.

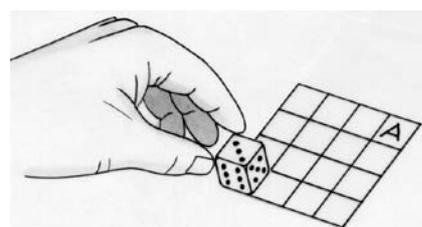
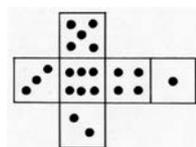
Un dado a 6 facce è posto su una griglia 4x4 come mostrato in figura.

La faccia a contatto della griglia è 4. Le caselle della griglia hanno le dimensioni di una faccia del dado.

Il dado ruota di casella in casella lungo gli spigoli in sei movimenti, fino a quando arriva alla casella A. I diversi percorsi sono 20.

Ogni percorso corrisponde alla somma dei punti delle facce del dado che sono state a contatto con la griglia.

**Individuate un percorso che corrisponda alla somma minore e un altro corrispondente alla somma maggiore.**

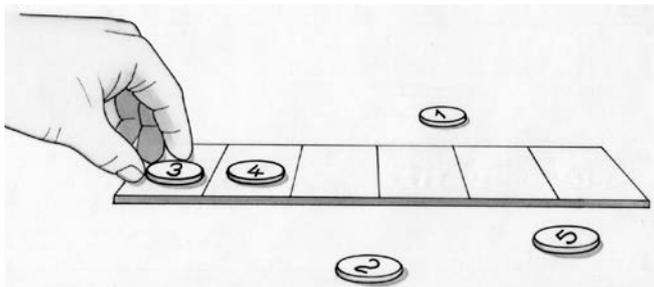


### Esercizio n. 4 (5 punti) Richiamo all'ordine

Su una striscia di sei caselle si collocano cinque gettoni recanti un numero da 1 a 5, diverso per ognuno.

Il gioco consiste nel disporre i gettoni, da sinistra a destra, in ordine crescente, spostandoli in base alle seguenti regole:

- in ogni casella ci può essere un solo gettone
- ogni gettone deve essere spostato una sola volta
- un gettone deve saltare uno o più gettoni
- alla fine del gioco la casella libera deve essere l'estrema a destra.



**All'inizio del gioco il gettone 3 è sulla prima casella a sinistra e il gettone 4 è sulla seconda casella. Individuate le possibili posizioni iniziali degli altri tre gettoni.**

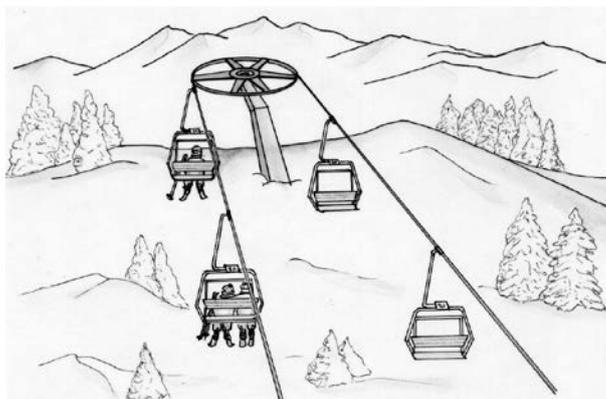
### Esercizio n. 5 (7 punti) La seggiovia

Durante una vacanza sulla neve, Oscar è seduto sul seggiolino 110 di una seggiovia e incrocia il 130.

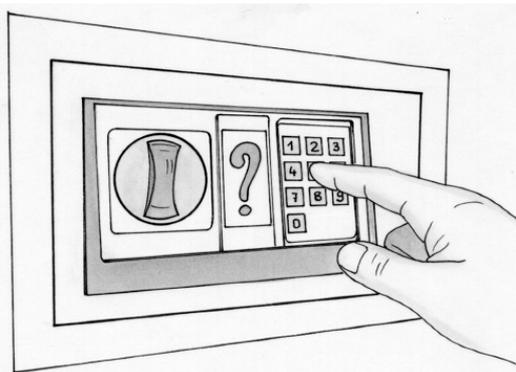
Contemporaneamente, sua sorella Eloïse, che è seduta sul 290, incrocia il seggiolino 250.

I seggiolini, regolarmente distanziati, sono appesi in ordine crescente di numerazione, a partire dal numero 1.

**Deducete dalle osservazioni riportate il numero totale dei seggiolini giustificando la risposta.**



### Esercizio n. 6 (5 punti) Lettere e cifre



Astrid ha scritto 5 equazioni con le lettere del suo nome per ritrovare, in caso di dimenticanza, il codice a 6 cifre della sua cassaforte:

$$A + S = T$$

$$R + I = A$$

$$A - S = D$$

$$D \times D = I$$

$$T : D = I$$

Ogni lettera del suo nome corrisponde a una cifra del codice.

Le 6 cifre sono tutte diverse.

Le 6 cifre sono scritte nello stesso ordine delle lettere del suo nome.

**Individuate il codice di Astrid. Giustificate la risposta.**

### Esercizio n. 7 (7 punti) Il labirinto dei troll

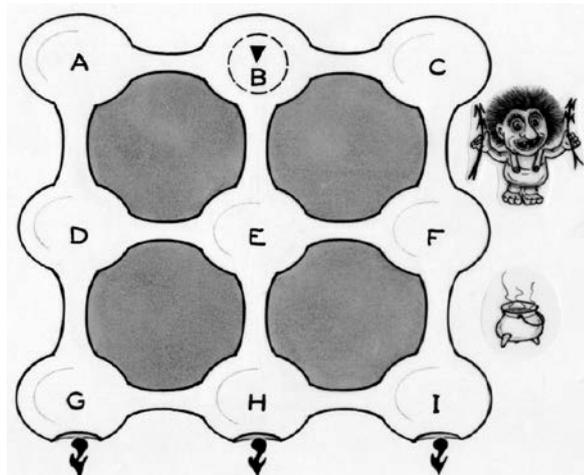
Siete caduti in un labirinto di stanze in cui vagano dei troll, creature ripugnanti e pericolose.

Dovete uscire senza essere scoperti!

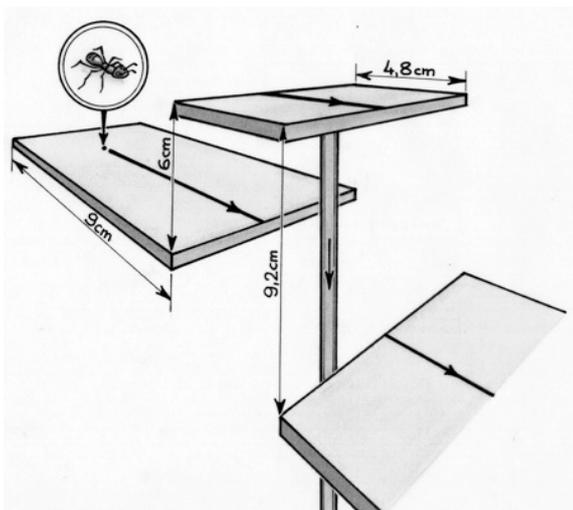
Per questo, avete una mappa dei locali, 20 pozioni magiche e informazioni preziose:

- ci sono 9 stanze per un totale di 72 troll di cui 11 nella sala C;
- la sala B, dove siete caduti, è vuota;
- la somma dei troll presenti in tre camere allineate, comprese quelle in diagonale, è sempre la stessa;
- ogni pozione immobilizza un unico troll;
- non si può uscire da una stanza senza aver immobilizzato tutti i troll che vi si trovano. Le uscite dal labirinto sono nelle stanze G o H o I.

**Quale percorso intendete effettuare per uscire da questo labirinto? Spiegate il vostro ragionamento.**



### Esercizio n. 8 (5 punti) Gioco di piattaforme



Una formica che si trova inizialmente sul bordo della piattaforma fissa di sinistra, lunga 9 cm, si muove a velocità costante lungo la mediana con l'intenzione di raggiungere la piattaforma fissa a destra.

Tra le due piattaforme fisse ce n'è una terza, lunga 4,8 cm, mobile che scende a velocità costante e che, nella situazione considerata e rappresentata in figura, si trova sopra quella di sinistra di 6 cm e sopra quella di destra di 9,2 cm.

La formica può avanzare solo sulla superficie delle piattaforme e sempre lungo le rispettive mediane.

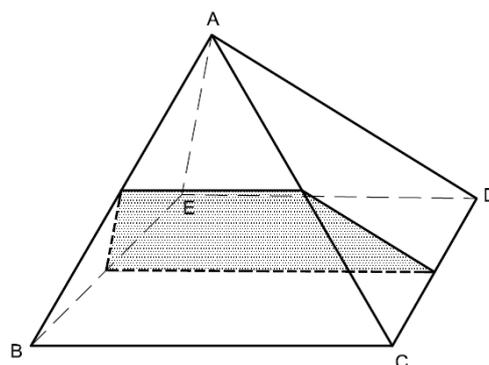
**Secondo voi, la formica può raggiungere la piattaforma di destra senza cadere nel vuoto? Giustificate la risposta.**

**Esercizio n. 9 (7 punti) Due da uno**

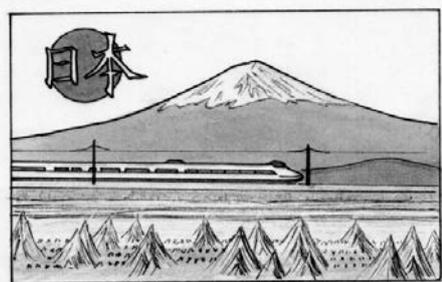
Una piramide retta, di vertice A, avente per facce laterali triangoli equilateri e per base il quadrato BCDE, è tagliata con un piano che passa per i punti medi degli spigoli CA, CD, BA, BE.

Si ottengono due solidi: un esaedro e un pentaedro.

**Disegnate lo sviluppo di questi due solidi.**

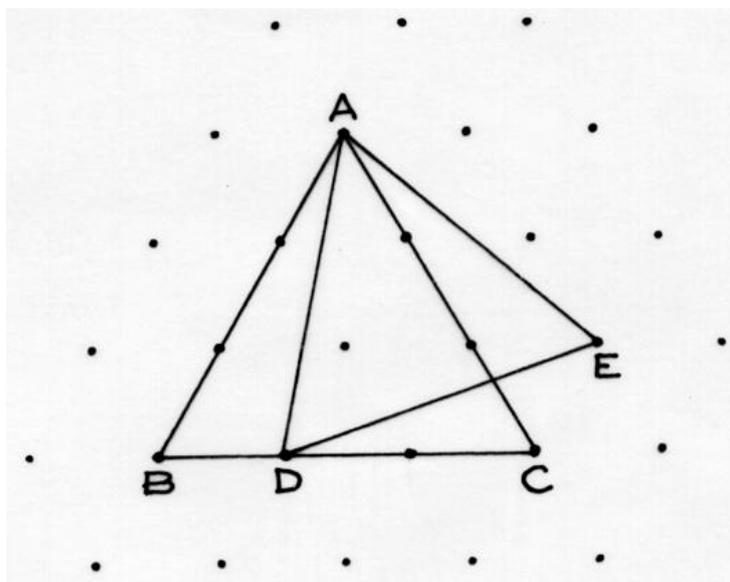


**Esercizio n. 10 (10 punti) Rapporto puntiglioso**



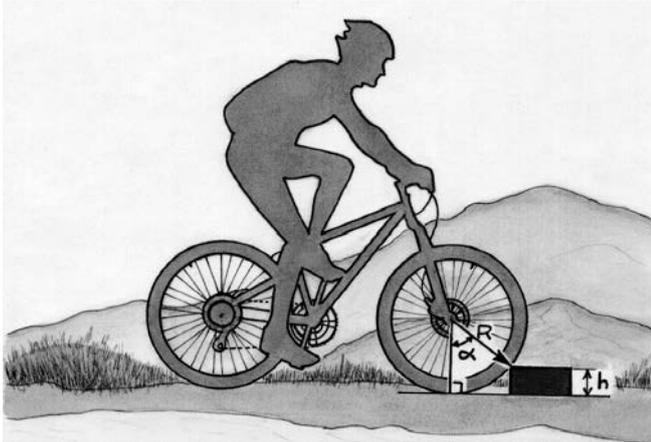
Si sono tracciati i triangoli equilateri ADE e ABC in un reticolo di equilateri.

**Qual è il rapporto delle aree dei triangoli ADE e ABC?  
Giustificate la risposta.**



## Speciale terze

### Esercizio n. 11 (5 punti) Addio alle “piccole ruote”



Fino al 2012 il diametro di ruota VTT adulto era di 26 pollici. Dal 2015 tutti i produttori di VTT hanno abbandonato questo diametro.

Le biciclette sono ora dotate di ruote o da 27.5 pollici o da 29 pollici.

Quando la ruota di raggio  $R$  incontra un ostacolo di altezza  $h$ , il ciclista compie uno sforzo per superare questo ostacolo. Più l'angolo  $\alpha$  è grande più lo sforzo è significativo.

**Per un ostacolo con altezza di 8 pollici, calcolate l'angolo  $\alpha$  corrispondente alle misure dei diametri delle tre ruote.**

### Esercizio n. 12 (7 punti) Frazioni fantasiose

Ecco a destra una tabella che presenta due uguaglianze. La prima, numerica, è abbastanza sorprendente.

**Mostrate che è vera.**

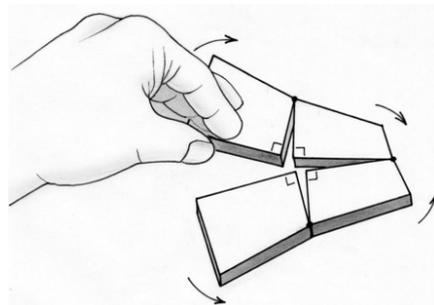
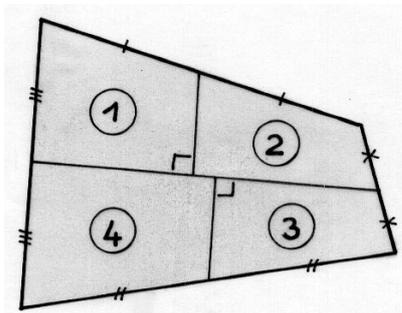
Nella seconda  $a, b, c$  rappresentano tre cifre.

**Mostrate che questa uguaglianza è vera per ogni valore delle cifre  $a, b, c$  con  $c$  diverso da zero.**

$$\begin{array}{|c|} \hline \frac{9}{5} + \frac{3}{5} = \frac{93}{55} + \frac{39}{55} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{ab}{cc} + \frac{ba}{cc} \\ \hline \end{array}$$

### Esercizio n. 13 (10 punti) Rilievo e misura



Come calcolare l'area di un qualunque quadrilatero convesso?

Il modo di operare che di seguito si descrive permette di evidenziare una formula.

“Disegnate un quadrilatero convesso e segnate il punto medio dei quattro lati. Con la matita rossa tracciate i segmenti che congiungono i punti medi di due lati opposti. Tracciate in verde il segmento perpendicolare al segmento rosso uscente da un altro punto medio e poi in blu il segmento perpendicolare al segmento rosso che passa per l'ultimo punto medio. Tagliate il quadrilatero in quattro parti seguendo i segmenti colorati. Assemblate i quattro pezzi in modo da ottenere un rettangolo di cui facilmente calcolerete l'area”.

**Verificate che la figura ottenuta è un rettangolo.**

**Incollate il rettangolo sul foglio risposta.**

**Disegnate un altro quadrilatero convesso qualunque. Dopo aver precisato quali segmenti di questo quadrilatero si debbano misurare, scrivete la formula che vi permette di calcolare l'area.**

**Foglio risposta - Esercizio n.**