

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Accoglienza 2013 - 2014

- Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Sono richieste spiegazioni o giustificazioni per gli esercizi 1, 2, 4, 6, 7, 10, 11, 12 e 13
- Saranno considerate tutte le risoluzioni ragionate anche se incomplete.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.
- L'esercizio 1 richiede soluzione in lingua, pena l'annullamento.

Esercizio 1 (7 punti) I fratelli Dalton

La soluzione deve essere redatta con un minimo di 30 parole in una delle lingue proposte.

Die Dalton-Brüder sind vier gefürchtete Banditen aus dem Wilden Westen.

Drei von ihnen, Bill, Grat und Emmett, werden gefangen genommen. Jeder wird alleine in eine der 12 abgebildeten Gefängniszellen gesperrt. Jede Zelle hat nur ein einziges Fenster.

Der vierte Dalton, Bob, verfügt über folgende Hinweise um seine Brüder zu befreien:

- Das Fenster von Bills Zelle ist nach Süden ausgerichtet.
- Bill befindet sich im Stockwerk oberhalb von Grat.
- Das Fenster von Grats Zelle ist nach Osten ausgerichtet.
- Emmett, der im 2. Stock eingeschlossen ist, befindet sich in einer Zelle, die weiter im Westen liegt als Grats Zelle.
- Eine der Zellen befindet sich direkt unter Bills Zelle.

Auf der Abbildung sieht man den Gefängniswärter. Seine Position wird wie folgt angegeben: (2 ; A ; II).

Helf Bob seine Brüder zu befreien, indem ihr ihm die Positionen von Bill, Grat und Emmett angebt. Begründet eure Antwort.

The Dalton Brothers are four ruthless outlaws from the Wild West. Three of the four, Bill, Grat and Emmett, have been imprisoned. Each one is locked up on his own in one of the 12 cells of the prison shown here. Each cell has only one window.

In order to set his brothers free the fourth brother, Bob, uses this information :

- The window of Bill's cell faces south.
- Bill is on the floor above Grat.
- The window of Grat's cell faces east.
- Emmett is on the 2nd floor in a cell which lies more to the west than Grat's cell.
- There is just one cell beneath Bill's.

On the diagram you can see the prison warder at position (2 ; A ; II).

Help Bob set his brothers free by finding the position of each brother. Justify your answer.

Los hermanos Dalton son cuatro temibles bandidos del Oeste.

Tres de ellos, Bill, Grat y Emmett fueron hechos prisioneros. Cada uno está encerrado por separado en una de las 12 celdas de la cárcel representada aquí arriba. Cada celda tiene sólo una ventana.

Para liberar a sus hermanos, el cuarto hermano Dalton, Bob, dispone de las siguientes indicaciones:

- La ventana de la celda de Bill está orientada hacia el sur.
- Bill está en el piso de encima del de Grat.
- La ventana de la celda de Grat está orientada al este.
- Emmett, encerrado en el segundo piso, se encuentra en una celda más al oeste que la celda de Grat.
- Hay una celda justo debajo de la celda de Bill.

En el dibujo, vemos al guardia de la prisión. Su posición se denota por (2, A, II).

Ayuda a Bob a liberar a sus hermanos indicando la posición de cada uno de ellos. Justifica la respuesta.

Les frères Dalton sont quatre redoutables bandits du Far-West.

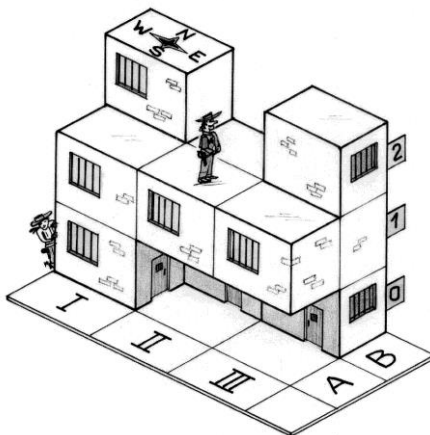
Trois d'entre eux, Bill, Grat et Emmett sont faits prisonniers. Chacun est enfermé séparément dans l'une des 12 cellules de la prison représentée ci-. Chaque cellule n'a qu'une seule fenêtre.

Pour libérer ses frères, le quatrième Dalton, Bob, dispose des indications suivantes :

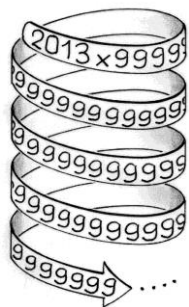
- La fenêtre de la cellule de Bill est orientée au sud.
- Bill se trouve à l'étage au-dessus de celui de Grat.
- La fenêtre de la cellule de Grat est orientée à l'est.
- Emmett, enfermé au 2^e étage, se trouve dans une cellule plus à l'ouest que celle de Grat.
- Il existe une cellule juste en dessous de celle de Bill.

Sur le dessin, on voit le gardien de la prison. On note sa position par (2 ; A ; II).

Aider Bob à libérer ses frères en indiquant la position de chacun d'eux. Justifier



Esercizio 2 (5 punti) Quanti nove!



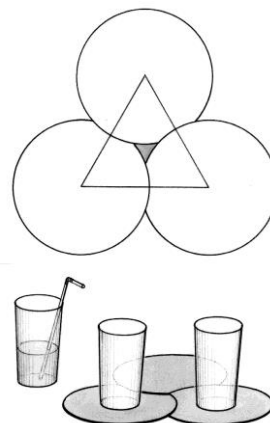
$2013 \times 999\ldots 999$
numero scritto con 2013 cifre
tutte uguali a "9"

Qual è la somma delle cifre del risultato di questa moltiplicazione? Motivate la risposta.

Esercizio 3 (7 punti) Geometria sotto vetro

Tre sottobicchieri aventi la forma di cerchi di 10 cm di diametro sono appoggiati sulla tavola di un ristorante. Giocando con i tre dischi li dispongo in modo che i loro centri siano i vertici di un triangolo equilatero. Li avvicino, poi, in modo che la zona grigia riprodotta nel disegno sparisca e che i tre centri siano ancora vertici di un triangolo equilatero.

Calcolate il valore del lato di questo triangolo.



Esercizio 4 (5 punti) Espandiamo!



Un'applicazione dello smartphone di Giacomo permette di visualizzare in scale differenti le immagini satellitari.

Giacomo ha visualizzato il suo quartiere con la sua casa in basso a sinistra e la scuola in alto a destra, situate in linea retta a 150 m l'una dall'altra.

Con due dita percorre una diagonale del suo schermo per ridurre l'immagine. Lo schermo presenta ora un'immagine satellitare più larga: Giacomo vede il suo villaggio per intero. In questo caso la diagonale dello schermo corrisponde a una distanza reale di 600 m.

Giacomo continua ad operare a più riprese e nello stesso modo sullo schermo dello smartphone fino a veder una parte estesa dell'Europa. Quest'ultima immagine, rappresentata qui a lato, presenta sulla diagonale le città di Berlino e di Madrid la cui

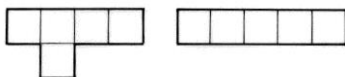
distanza in linea retta è di 1 860 Km.

Quante volte Giacomo ha dovuto ripetere questa operazione a partire dall'immagine del suo quartiere fino all'ultima? Motivate la risposta.

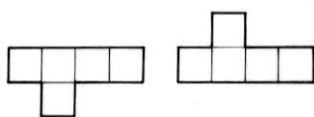
Esercizio 5 (7 punti) Un bell'invito

Un pentamino è un assemblaggio di 5 quadrati identici in modo che ogni quadrato abbia almeno un lato in comune con uno degli altri.

Eccone due esempi:



Due assemblaggi sovrapponibili, per rotazione o per simmetria, sono considerati identici, ad esempio:

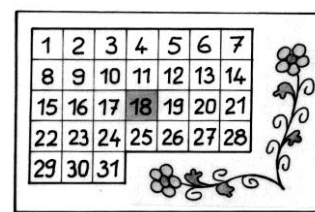


Esistono 12 pentamini differenti. **Disegnate i 12 pentamini.**

Carlotta compie gli anni il 18 gennaio.

Vuole preparare il biglietto d'invito usando 6 diversi pentamini in modo che nessuno ricopra il 18.

Aiutate Carlotta a realizzare il suo invito. Presentate una soluzione evidenziando con colori differenti i pentamini usati.



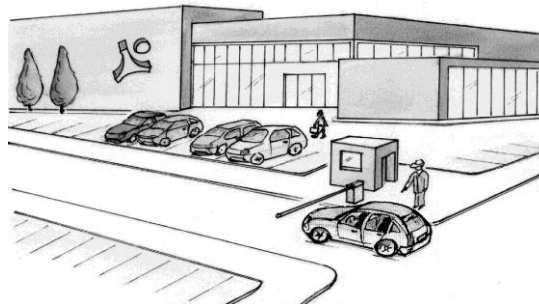
Esercizio 6 (5 punti) Lato dispari



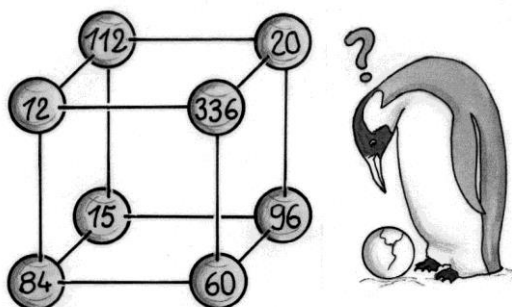
Esercizio 8 (5 punti) Risparmiamo viaggiando insieme!

Stamani il guardiano del parcheggio di una grande ditta vede arrivare tante autovetture con 3 passeggeri quante con 4 passeggeri e tante vetture con 2 passeggeri quante con il solo autista. Nessuna autovettura con più di 4 passeggeri.

Sapendo che le persone che arrivano in auto sono 100, determinate, riportando tutte le possibilità, il numero delle autovetture entrate nel parcheggio.



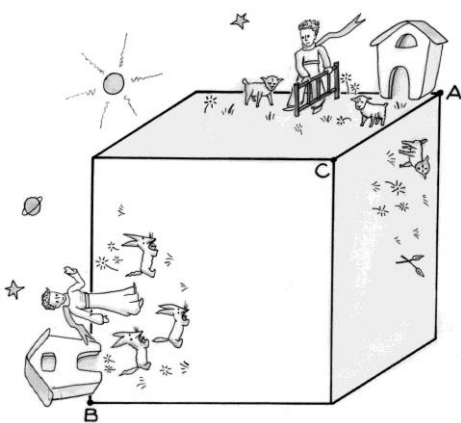
Esercizio 9 (7 punti) Algebra delle sfere



Nelle 8 sfere, riprodotte nella figura, si nascondono i numeri interi da 1 a 8. Ogni sfera contiene un solo numero. Queste otto sfere sono posizionate ai vertici del cubo. Sulla superficie di ciascuna sfera è stato scritto il prodotto dei numeri contenuti nelle tre sfere che sono collegate ad essa da uno spigolo.

Riproducete il cubo e identificate il contenuto di ogni sfera.

Esercizio 10 (10 punti) Felice separazione



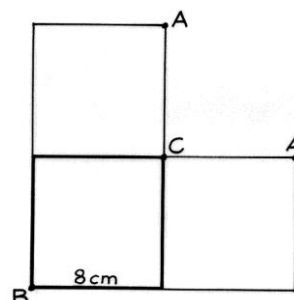
In una lontana galassia esiste un pianeta cubico dove vivono due specie di animali: agnelli allevati dal piccolo principe Arikara la cui fattoria è situata in A e volpi un po' selvatiche curate dalla principessa Bella la cui fattoria è in B. Per proteggere i suoi agnelli Arikara vuol mettere una recinzione che divida la superficie del pianeta in due terreni separati da una linea di frontiera che faccia il giro del pianeta. Questa linea deve avere la seguente caratteristica: se un agnello incontra una volpe in un qualsiasi punto di questa linea, entrambi devono essere a uguale distanza dalle rispettive fattorie (secondo la via più breve).

Riproducete lo sviluppo delle tre

facce visibili disegnate a lato. Indicate su questo sviluppo due punti di frontiera.

Costruite, quindi, la linea di frontiera sulla faccia anteriore dello sviluppo. Giustificate i passaggi di ragionamento effettuati.

Aiutate il piccolo principe a installare la recinzione tracciando la linea di frontiera sulle tre facce visibili del pianeta cubico rappresentato in prospettiva.



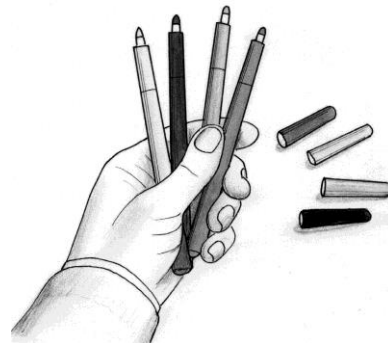
Speciale terze

Esercizio 11 (5 punti) Colori in disordine

Elia prende quattro pennarelli e toglie loro il cappuccio. Ogni cappuccio è del colore del pennarello corrispondente. Senza controllare rimette a caso il cappuccio ai pennarelli.

Qual è la probabilità che Elia metta ogni cappuccio sul pennarello corrispondente? Motivate la risposta.

Qual è la probabilità che nessun cappuccio sia sul pennarello corrispondente? Motivate la risposta.



Esercizio 12 (7 punti) Rassegna “Charlot”

In un liceo, durante la settimana del cinema, tutti gli allievi hanno visto “Tempi moderni”, “Il dittatore” e “Luci della città”, tre film di Charlie Chaplin.

Al termine di ogni proiezione tutti gli studenti hanno dovuto rispondere con un sì o con un no alla domanda: “vi è piaciuto il film?”

- Al 71% è piaciuto “Tempi moderni”
- Al 76% è piaciuto “Il dittatore”
- Al 63% è piaciuto “Luci della città”

Qual è la percentuale massima e quale la percentuale minima di alunni cui sono piaciuti i tre film? Spiegate come avete proceduto nella risoluzione.



Esercizio 13 (10 punti) Attenti a dove mettete il piede!

Ecco un triangolo isoscele particolare: uno dei suoi vertici è il punto medio del segmento che congiunge il piede di una altezza e il punto medio di un lato.

(In un triangolo ABC si chiama piede dell' altezza condotta da C il punto di intersezione di questa con la retta per AB).

Disegnate il triangolo. Se l'area di questo triangolo misura 1 dm^2 , determinate le misure dei tre lati, approssimazione al mm, riportando sul foglio risposta anche la procedura dei calcoli effettuati.

