

# Matematica senza frontiere

Prova di allenamento 5 - 12 febbraio 2003

NOTA BENE

Per tutti gli esercizi sono richieste spiegazioni, giustificazioni o illustrazioni.

Sarà esaminata ogni risoluzione, anche parziale. Si terrà conto dell'accuratezza.

Ogni foglio-risposta deve essere utilizzato per un singolo esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione.

Attenzione : in presenza di foglio risposta con soluzioni a più esercizi o in presenza di più soluzioni allo stesso esercizio la prova sarà annullata.

## Esercizio n. 1

7 punti

Senza perdere la faccia

Risoluzione da formulare nella lingua prescelta (francese, inglese, spagnolo o tedesco) con un minimo di 30 parole.

Die Abbildung zeigt ein Möbiusband. Seine geometrischen Eigenschaften überraschen.

Um ein Möbiusband aus einem rechteckigen Papierstreifen ABCD herzustellen, musst du die Seite AD an die Seite BC kleben. Aber Achtung: A muss mit C und B mit D zusammenfallen.

Stelle ein solches Band her und male eine Seite farbig an. **Was hast du bemerkt ?**

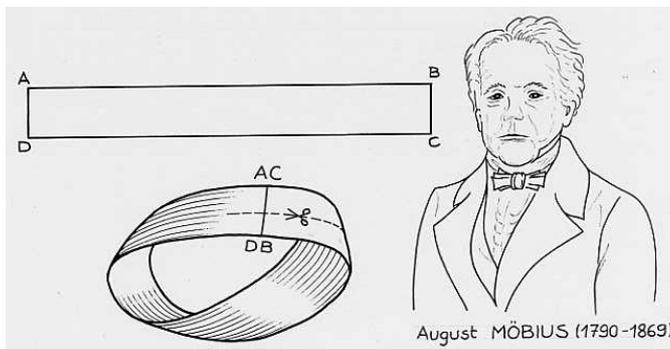
Zeichne nun die Mittellinie des Bandes ein und schneide das Band entlang dieser Linie. **Was stellst du fest ?**

The Möbius strip is presented in the figure. It has got amazing geometric properties.

To make such a Möbius strip with a rectangular band of paper ABCD, you must link side AD to side BC... but be careful A must coincide exactly with C and B with D.

Now cut out such a Möbius strip. Color one side. **What do you observe ?**

Draw the median line of the strip. Cut the strip on that line. **What do you notice ?**



El dibujo nos muestra la cinta de Möbius. Esta cinta tiene propiedades geométricas sorprendentes.

Para fabricar una cinta de Möbius con una tira de papel rectangular ABCD, hay que unir el lado AD con el lado BC... pero cuidado A debe coincidir con C y B con D.

Construya una cinta así. Coloree una cara. **¿ Qué observas ?**

Trace la línea mediana de la cinta. Corte la cinta siguiendo esta línea. **¿ Qué constatas ?**

Le ruban de Möbius est présenté sur la figure ci-dessous. Il possède des propriétés géométriques surprenantes.

Pour fabriquer un ruban de Möbius avec une bande de papier rectangulaire ABCD, il faut raccorder le côté AD avec le côté BC... mais attention A doit coïncider avec C et B avec D.

Fabriquer un tel ruban. Colorier une face. **Que remarque-t-on ?**

Tracer la ligne médiane du ruban. Découper le ruban en suivant cette ligne. **Que constate-t-on ?**

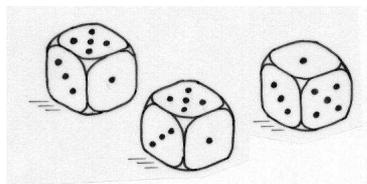
## Esercizio n°2

5 punti

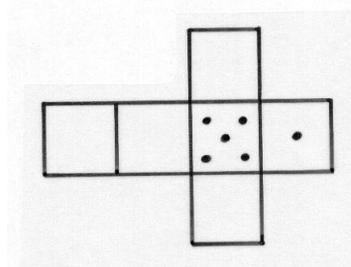
Qualche piccola differenza

Perché un dado sia omologato la somma dei numeri segnati su facce opposte deve sempre essere uguale a 7.

Malgrado questa esigenza ci si può imbattere in numerosi modelli di dadi diversi, come per esempio:



Disegnare le varianti di tutti i dadi omologabili completando di volta in volta il seguente sviluppo.



**Esercizio n.3****7 punti****Chi va piano va sano**

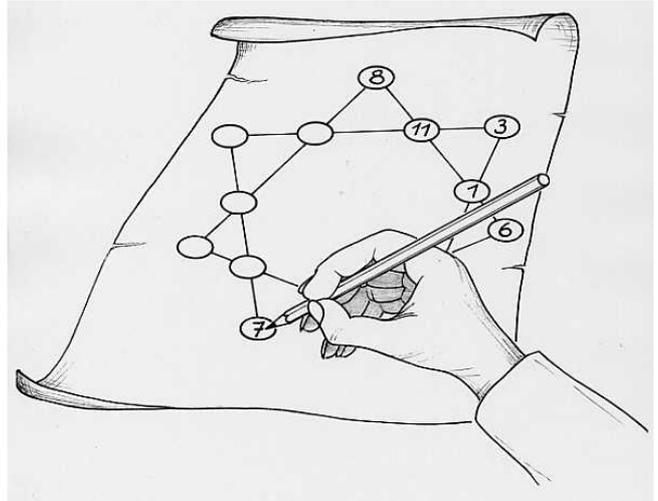
4 persone usano per lavoro la stessa automobile ed effettuano a turno il medesimo tragitto di 24 Km ogni giorno della settimana. Silvia, prudente, guida con tranquillità e impiega sempre il medesimo tempo; Cristina impiega 6 minuti di meno; Michele guida troppo velocemente e impiega 6 minuti meno di Cristina. Antonio è un irresponsabile ed impiega 6 minuti meno di Michele. In tal modo la velocità di Antonio è doppia di quella di Cristina.

*Calcolare la velocità media di ciascun membro dell'equipaggio.*

**Esercizio n.4****5 punti****Ettagono magico**

Maurizio si impegna a tracciare una stella magica a sette punte nella quale egli colloca tutti i numeri interi da 0 a 13 in modo che la somma dei quattro numeri allineati sia sempre la stessa.

*Completare la stella di Maurizio e rappresentarla sul foglio risposta.*

**Esercizio n. 5****7 punti****Controllo continuo**

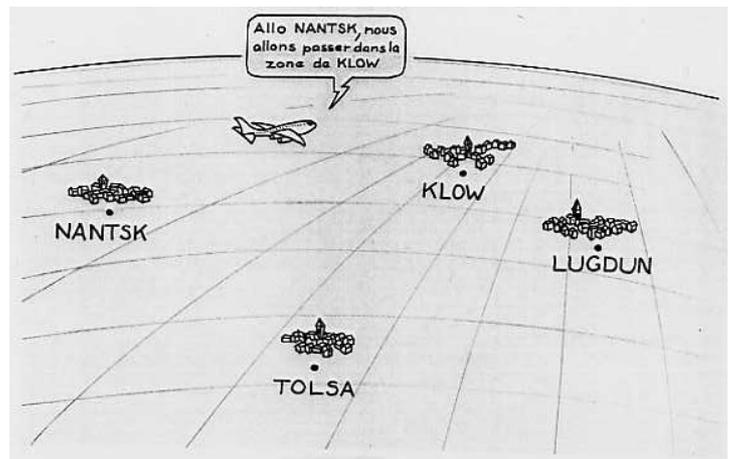
Verso la fine del ventesimo secolo, la Sildavia si è dotata di quattro centri di controllo del suo spazio aereo. Questi sono stati installati a Nantsk, Klow, Lugdun, e Tolsa. Per coordinare il lavoro di questi quattro centri, le autorità sildave hanno enunciato una semplice regola:

**"Ogni aereo che sorvola il paese dovrà essere sorvegliato dal centro di controllo più vicino alla sua posizione."**

Lo spazio aereo sildavo si trova così suddiviso in quattro zone. *Rappresentare sul foglio risposta le posizioni relative dei quattro centri di controllo considerando 1 cm pari a 50 Km. Evidenziare le quattro zone con quattro colori dopo aver ben tracciato le loro frontiere.*

Il messaggio riportato nella figura è: "Nantsk ti comunico che possiamo nella zona di Klow,"

Le distanze sono: KT = 600 km, KL = 350 km, NK = 350 km, TL = 400 km, NT = 450 km.

**Esercizio n. 6****5 punti****Tutto aumenta!**

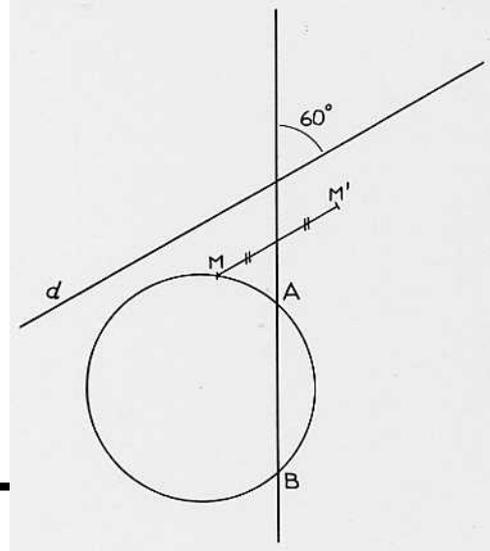
Ettore, oggi cinquantenne, apprende che la speranza di vita nel suo paese è attualmente di 78 anni e che tale speranza aumenta di due mesi ogni anno. *Se si verificasse questa evoluzione, in quale anno l'età di Ettore sarebbe uguale alla speranza di vita nel suo paese?*



**Esercizio n. 7**      **7 punti****Non conforme**

" Ancora ortogonale, la simmetria! Basta!" Giacomo vuole cambiare le regole di costruzione affinché una simmetria rispetto ad una retta non sia più ortogonale, ma obliqua. Perciò inventa la simmetria obliqua con le seguenti regole:  
Il punto  $M'$  simmetrico di  $M$  rispetto alla retta  $(AB)$  parallelamente alla direzione  $d$  è tale che :  
1°) le rette  $(MM')$  e  $d$  siano parallele  
2°) Il punto medio di  $[MM']$  appartenga alla retta  $(AB)$ .

*Riprodurre sul foglio risposta una figura analoga a quella proposta;*



*quindi costruire punto per punto l'immagine di una circonferenza secondo questa simmetria obliqua.*

*Le rette  $(AB)$  e  $d$  formano un angolo di  $60^\circ$ .*

**Esercizio n.8**      **5 punti****Il cuoco**

Un giorno il cuoco di un ricco signore, per accontentare tre ragazze del villaggio che gli chiedevano delle uova, disse loro: "Vi regalo tutto ciò che ho in questo momento". Alla prima diede la metà di tutto più mezzo uovo; alla seconda la metà di ciò che gli rimaneva più mezzo uovo. Continuando l'insolita spartizione regalò alla terza la metà di ciò che gli restava con mezzo uovo. Cosicché, alla fine, al cuoco non restò alcun uovo e non dovette nemmeno romperne alcuno.

*Come fece? E quante uova donò alla fanciulla?*

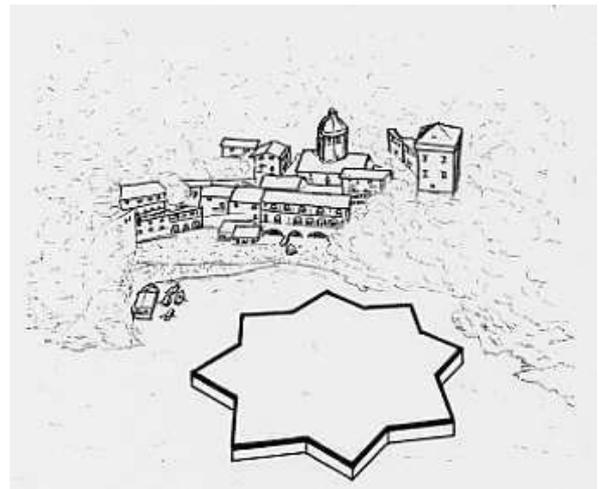
*( a cura di Davide Zugliani, studente classe V A IPC "Einaudi" Cremona, vincitore della Competizione "Angela Bernasconi" 2002)*

**Esercizio n. 9**      **7 punti****Pavimento ligure**

In occasione di scavi archeologici nel Monastero di San Fruttuoso, nei pressi di Genova è stato rinvenuto un pavimento formato da piastrelle di due tipi strettamente giustapposte in numero uguale.

Le une hanno la forma di una stella regolare a 8 punte che si potrà ottenere sovrapponendo due quadrati di lato 1 dm aventi lo stesso centro. Le altre hanno un perimetro uguale a quello delle precedenti. Queste sono di complemento alle prime per permettere la realizzazione di una pavimentazione senza interstizi.

*Incollare sul foglio risposta in scala 1/2, una distribuzione di 6 piastrelle : 3 di ciascun tipo.*



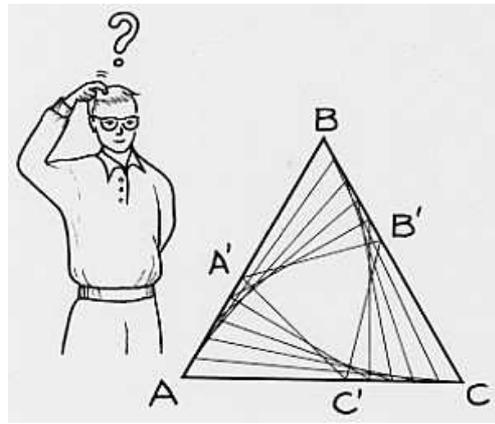
Esercizio n. 10

10 punti

Triangoli bloccati

ABC è un triangolo equilatero di 8 cm di lato.  
Si scelgono 3 punti A', B' e C', rispettivamente sui segmenti [AB], [BC] e [CA], in modo che  $AA' = BB' = CC'$ .

Come si può scegliere la distanza AA' in modo che i triangoli AA'C', BB'A' e CC'B' siano rettangoli, rispettivamente in A', B', C'? Giustificare la risposta.



Esercizio n. 11

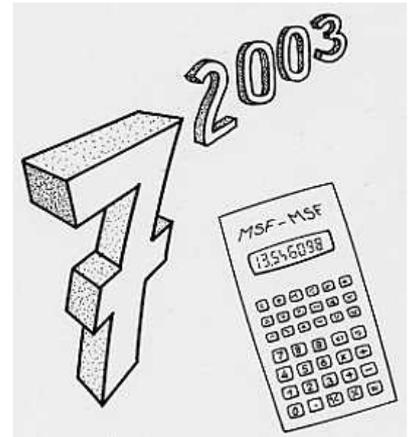
5 punti

Il fine giustifica i mezzi

Marco si diverte con la calcolatrice e dice che sa calcolare le ultime due cifre di qualsiasi potenza di 7.

Quali sono le ultime due cifre di  $7^{2003}$ ? Spiegare il procedimento.

Speciale terza



Esercizio n. 12

7 punti

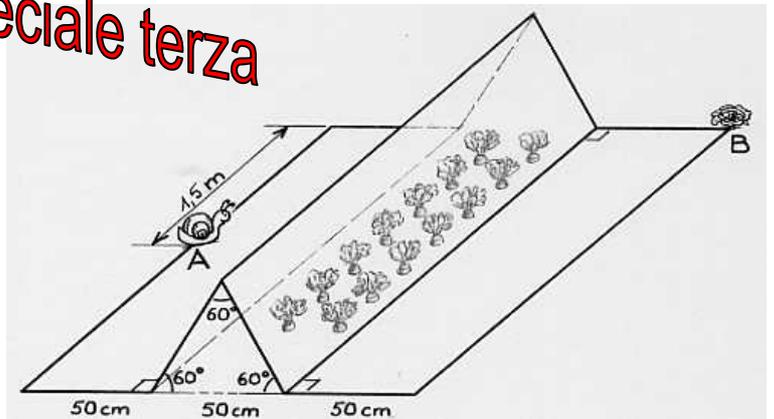
Che appetito!

Una lumaca vuole recarsi da un punto A a un punto B per la via più breve. Sul suo cammino, deve inerpicarsi su una serra a forma di prisma.

Le dimensioni sono indicate sulla figura qui accanto.

Calcolare la lunghezza del cammino. Spiegare il procedimento seguito.

Speciale terza



Esercizio n. 13

10 punti

Attenzione fragile

Una finestra quadrata di un metro di lato è chiusa da una vetrata qui rappresentata.

Le superfici di vetro sono delimitate da due quarti di cerchio centrati sui vertici inferiori del quadrato.

Determinare l'area dei quattro pezzi di vetrata.

Speciale terza

