Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Competizione 10 marzo 2022

Proposta di soluzione

Esercizio n. 1 (7 punti) **Pensa e indovina**

E' un esercizio di logica, risolvibile in modo semplice con il ricorso a una tabella del tipo:

mano D	mano S	2 mano D	3 mano S	somma
p	d	p	d	d
d	**p**	p	p	p

dove p = pari, d = dispari

Si deduce, quindi, che Emma in base alla somma individua la mano contenente le pedine in numero pari: se la somma è pari, la mano ricercata è la sinistra, se è dispari, la mano ricercata è la destra.

Esercizio n. 2 (5 punti) **Lotteria "fortunata"**

22 02 2022

Non tutte sono necessarie.

Dato, infatti, che deve corrispondere a una data, il numero è sicuramente di 8 cifre e poiché dal testo si deduce anno 2022 ed è palindromo. Le informazioni a), d) sono superflue.

Esercizio n. 3 (10 punti) **Sulla scalinata**

Può essere utile ricorrere a una schematizzazione del tipo:

Laura	Michele	
n_L	n_M	passi
$2n_L$	$3n_M$	gradini

Dal testo è noto che

$$\begin{cases} n_L = n_M + 250 \\ 2n_L = 3n_M \end{cases}$$

da cui si ricava che $n_M = 500$, $n_L = 750$ e si conclude che quando Laura s'incontra con Michele sono saliti entrambi di **1 500 gradini**.

Esercizio n. 4 (7 punti) **Ordiniamo i biscotti!**

Detto x il numero di scatole da 8 confezioni si ha: $8x + 6(38 - x) = 262$ $2x = 34$ $x = 17$

17 è il numero di scatole da 8 confezioni. (21 scatole da 6 confezioni).

La soluzione può essere individuata anche per tentativi ragionati. In questa ottica si riportano in sintesi alcuni esempi di risoluzione emersi dalla correzione:

- Può essere utile ipotizzare che il numero delle scatole da 6 confezioni sia uguale a quello da 8 confezioni, si avrebbe: 19•6 + 19•8 = 266 che supera di 4 il numero totale delle confezioni.
  Occorre, quindi, togliere due confezioni di biscotti da ciascuna di due scatole da 8 confezioni che diventano così 17 mentre quelle da 6 diventano 21.

- Si supponga che tutte le scatole siano da 6 confezioni per un totale di 38•6 =228 confezioni.
262 – 228 = 34. Occorre sostituire delle scatole da 6 con quelle da 8, ma le scatole da 8 confezioni contengono due confezioni in più di quelle da 6 confezioni. Le scatole da 8 confezioni sono, quindi, 34**:**2 = 17 (e quelle da 6 confezioni sono 21).

- Si può provare a individuare la soluzione tramite opportune considerazioni di quoziente e resto di divisioni.
262**:**2 = 131. Dividendo 131 per 6 si ottiene quoziente 21 e resto 5. Dividendo invece 131 per 8 si ottiene quoziente 16 e resto 3. I quozienti rappresentano le scatole mentre i resti le confezioni.
Sommando i due resti si ottiene una scatola da 8 confezioni. Le scatole da 8 confezioni sono, quindi, 17 (e quelle da 6 confezioni sono 21).

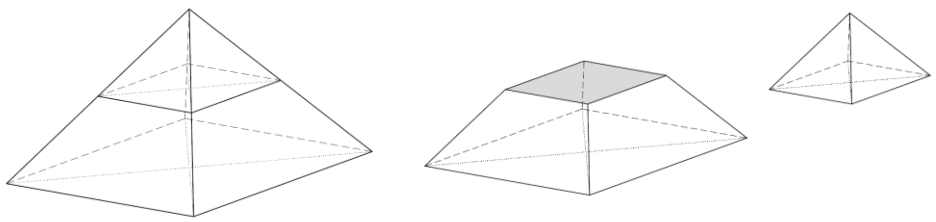
Esercizio n. 5 (5 punti) Operazione con numeri primi

$$\frac{3+5+7+11+13+17+19}{2} = 37{,}5$$

Si individuano i numeri primi inferiori a 20, cioè 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.
Riflettuto sul fatto che 1 non è primo, la somma massima si ottiene utilizzando come denominatore 2, il minore dei numeri primi, e inserendo nella somma tutti gli altri numeri individuati. Si ottiere 37,5.

Esercizio n. 6 (10 punti) La piramide di Cheope

Si tiene conto che in solidi simili i volumi sono proporzionali al cubo delle altezze e si ricava, quindi, il volume della parte da costruire che risulta $\frac{1}{8}$ di quello di partenza, cioè il 12,5%.



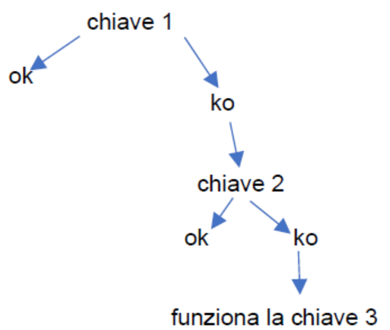
Altrimenti, si eseguono tutti i passaggi a partire dal calcolo del volume della "punta", parte finale della piramide (piramide simile a quella intera).

L’altezza h della “punta” è pari alla metà dell’altezza della piramide.
Il lato di base b della “punta” è pari alla metà del lato di base della piramide.
L'area di base della "punta" risulta un quarto dell’area di base della piramide
per cui il volume della parte ancora da costruire è $\frac{1}{8}$ del volume dell’intera piramide, cioè il 12.5%.

Esercizio n. 7 (7 punti) Il mazzo di chiavi giusto

Quesito risolvibile con uno schema ad albero.

Tentativi sulla **prima serratura:**



Conseguenti tentativi sulla **seconda serratura:** dopo aver aperto la prima serratura resta sempre un tentativo usando le due chiavi rimanenti.

In conclusione per la prima serratura avete al massimo due tentativi fallimentari e un altro per la seconda serratura.
Al massimo eseguirete tre tentativi fallimentari.

Esercizio n. 8 (5 punti) **La deforestazione dell'Indonesia**

1) Indicato con x il numero di ettari perduti nel 1999 si costruisce la serie storica

Anno	Deforestazione (in ettari di terreno)
1999	x
2000	x + 47 600
2001	x + 2 · 47 600
2002	x + 3 · 47 600
2003	x + 4 · 47.600
…..	…..
2012	x + 13 · 47 600

da cui x + 13 · 47 600 = 840 000
segue x = 221 200 ettari perduti nel 1999.

2) Per il 2003 si ottiene 411 600; quindi 411 600 : 840 000 = 100 : x → x = 204,08.
L'incremento sarà, pertanto, del 104,08%.

3) Gli ettari perduti nel 2010 sono pari a 744 800, nel 2011 sono 792 400, nel 2012 sono 840 000.
La media aritmetica è pari, quindi, a 792 400 ettari.

4) L'andamento è crescente in progressione aritmetica; la media trovata è relativa all'ultimo triennio, pertanto, fortunatamente, non è rappresentativa per l'intero periodo.

5) Nel 2012 il Brasile ha perso 420 000 ettari.

Esercizio n. 9 (10 punti) **In pista**

Occorre rilevare dalla osservazione attenta della figura che la differenza di allineamento delle partenze è dovuta alla differenza tra le lunghezze degli archi delle semicirconferenze percorse.

Si può scrivere
$a = \pi \cdot r_B - \pi \cdot r_A$ $\quad a = \pi(r_B - r_A)$ $\quad a = \pi \cdot 1{,}2$ m
analogamente $\quad b = \pi(r_C - r_B)$ $\quad b = \pi \cdot 1{,}2$ m.

A conclusione $a = b =$ **3,77 m**.

Esercizio n. 10 (7 punti) **Al convegno ITALMATICA**

1. 18 possibilità → P = 1/18

   AB ➔ CCAB, ACCB, ABCC
   BA ➔ CCBA, BCCA, BACC
   AC ➔ BBAC, ABBC, ACBB
   CA ➔ BBCA, CBBA, CABB
   BC ➔ AABC, BAAC, BCAA
   CB ➔ AACB, CAAB, CBAA

2. 4s x 18 = 72s → 1 minuto e 12 secondi
3. Al massimo 2 volte: 72s x 2 = 2 minuti e 24 secondi < 3 minuti