

# Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima  
Competizione 23 marzo 2021

Proposta di soluzioni

## Esercizio n. 1 (7 punti) La cena dell'Assemblea Internazionale

Si può procedere tramite una tabella inserendo le varie opzioni alcune delle quali cadono tenendo conto dei vincoli esplicitati nel testo.

Si ottiene, infine, la seguente ricostruzione:

**il brasiliano ha ordinato un'insalata**, la consorte delle lumache.

**Lo svizzero ha ordinato una tarte flambé**, la consorte un'insalata alsaziana.

**Il tedesco ha ordinato delle lumache**, la consorte una tarte flambé.

## Esercizio n. 2 (5 punti) Il dubbio di Mario

I possessori dei biglietti 908 e 806 potrebbero presentarsi col biglietto vincente semplicemente girando di 180° il proprio biglietto.

Si osserva che, con tale movimento, le cifre 0 e 8 non cambiano mentre le cifre 6 e 9 si scambiano di valore.

La cifra delle unità del numero considerato non può essere 0.

Tutte le coppie di biglietti che presentano lo stesso problema sono: 6 e 9 ; 66 e 99 ; 68 e 89 ; 86 e 98 ;

606 e 909 ; 608 e 809 ; 666 e 999 ; 668 e 899 ; 669 e 999 ; 686 e 989 ; 688 e 889 ; 696 e 969 ; 698 e 869 ;

806 e 908 ; 866 e 998 ; 868 e 898 ; 886 e 988 ; 896 e 968 ; 966 e 996

### Approfondimento didattico

Al fine di farne oggetto di riflessione durante la correzione in classe si riportano alcuni errori riscontrati che meritano evidenza per il sotteso d'illogicità: avere considerato numeri quali 69, 609, 699 e 906.

## Esercizio n. 3 (10 punti) Prezzi pazzi

a) Usufruento della promozione 1, il costo delle due magliette risulta

$$\frac{80}{100} 60 \text{ €} = 48 \text{ €}$$

Aggiungendo anche il costo della gonna, Cristina spenderebbe 108 €.

Usufruento della promozione 2 Cristina spenderebbe, invece, 105 €. Per Cristina è, quindi, più conveniente la seconda promozione.

b) Usufruento della promozione 1, lo sconto di 12 euro corrisponderebbe in percentuale a

$$\frac{12}{120} 100 = 10\%$$

Usufruento, invece, della promozione 2, lo sconto sul completo gonna + maglietta è di 15 € che in percentuale corrisponderebbe a

$$\frac{15}{120} 100 = 12,5\%$$

## Esercizio n. 4 (7 punti) Elezioni presidenziali 2020 negli USA

- 1) I Democratici hanno vinto dove hanno ottenuto più voti elettorali, quindi è sufficiente contare: voti D > voti R per individuare **28 stati**.

- 2) Il margine della vittoria, essendo dato dalla differenza tra i voti Democratici 306 e quelli necessari per vincere 270, è di **36 voti**.
- 3) I 5 Stati col maggior apporto per la vittoria dei Democratici sono quelli con il maggior numero di Grandi elettori "conquistati" e, a parità di numero di grandi elettori spettanti, quelli in cui la % dei votanti il partito vincente supera il 50%:

STATO	Voti elettorali per Stato
California	55
Illinois	20
Michigan	16
New York	29
Pennsylvania	20

- 4) P (di estrarre uno Stato che apporti almeno 25 voti elettorali) è 2/5.

### Approfondimento didattico

Il quesito di attualità è stato pensato soprattutto per l'occasione che può offrire al docente di matematica durante la correzione in classe, nei giorni successivi alla competizione, di sviluppare lezioni singole o concordate con il docente di storia e/o d'inglese per attività di educazione civica (disciplina trasversale nella scuola italiana dall'a.s.2020-21) a partire dalle regole di un determinato Governo rispetto alle elezioni presidenziali o più in generale con il confronto fra vari Stati.

Il testo dell'esercizio inizia con una brevissima introduzione per permettere l'approccio da parte di tutti gli studenti ma altri sono gli aspetti illustrabili, come ad esempio il concetto di elezione diretta/indiretta, di voto alternativo, la costituzione del Collegio elettorale, il cosiddetto "scenario 1824" degli USA ecc.

Oltre a ciò, basilare esercizio è la consultazione delle fonti, ad esempio, tramite i seguenti link

<http://www.electproject.org/2020g>  
<https://cookpolitical.com/2020-national-popular-vote-tracker>  
<https://www.archives.gov/electoral-college/2020>

anche per approfondire la normativa elettorale negli Stati del Nebraska e del Maine.

Sul versante statistico si riportano altre due possibilità d'approfondimento in classe.

- A) A proposito della questione 3, si potrebbe affrontare la domanda "Individuati i 5 Stati con il maggior peso, per ciascuno di essi calcolare, tramite un calcolo percentuale, il rapporto di coesistenza. L'interesse è l'introduzione dell'*indice statistico di coesistenza*. Se l'ammontare complessivo di una quantità (frequenza o intensità) viene classificato in più modalità o classi, il rapporto tra le quantità corrispondenti a due diverse modalità costituisce un rapporto di coesistenza.

Ad esempio, rispetto all'impiego il rapporto di coesistenza tra maschi e femmine nei dati Eurostat 2005 era

$$\frac{Nm}{Nf} 100 = 106$$

Nel nostro caso, il rapporto di coesistenza tra Democratici e Repubblicani c'informa della presenza tra i Grandi Elettori per ogni Stato di quanti Democratici ogni 100 Repubblicani:

per la California -  $D/R = 1110250 / 6006429 = 1,85$ ; moltiplicato per 100  $D/R = 185$   
 Ciò significa che per ogni 100 voti Repubblicani ce ne sono 185 Democratici.

E calcolando in modo analogo si perviene a esplicitare il maggiore o minore peso in termini di rapporto di coesistenza:

185	–	142	–	105	–	162	–	103
Max				Min				
California				Pennsylvania				

- B) Altra questione da porre in classe potrebbe essere:

"Sempre con riferimento a questi 5 Stati, quale altro indice statistico a voi noto potrebbe considerarsi? Calcolare la media dei voti elettorali per Stato avrebbe significato?"

La media aritmetica non avrebbe senso perché il carattere Stato è nominale per cui si dovrebbe procedere con la determinazione della *moda* o *mediana*.

La più appropriata in questo contesto è la moda in corrispondenza della frequenza più alta:  
 Moda → California con una frequenza di 55.

**Esercizio n. 5 (5 punti) Gedeone pescatore spaccone**

Detta  $C$  la misura della coda, si ha che il corpo della trota misura  $C + 23$ ; si può, quindi, impostare l'equazione

$$C = 23 + \frac{C + 23}{2}$$

da cui si ottiene che la coda misura 69 cm e il corpo 92 cm.

La trota dovrebbe, quindi, avere una lunghezza totale di 184 cm.

**Esercizio n. 6 (10 punti) Piastrelle partenopee**

- a) Ogni maiolica esagonale può essere scomposta in tre parti: una congruente a una maiolica quadrata e due congruenti a due triangoli rettangoli isosceli di base  $l$ . L'area di ciascuno di questi triangoli è pari a un quarto dell'area della maiolica quadrata. Si ha quindi che l'area della maiolica esagonale è data da:

$$l^2 + 2 \cdot \frac{1}{4} l^2 = \frac{3}{2} l^2$$

Questo ottagono non è regolare; infatti quattro dei suoi lati hanno misura  $l$ , mentre gli altri quattro sono congruenti alla diagonale del quadrato e quindi misurano  $\sqrt{2}l$ .

**Esercizio n. 7 (7 punti) Il dolce nel forno**

In entrambe le due tortiere l'impasto deve essere contenuto almeno 2 cm al di sotto del bordo per evitare che durante la cottura debordi e tale limite dipenderà dal contenuto, ad esempio dalla quantità di lievito presente o dall'assenza.

Ma, poiché l'impasto è lo stesso, possiamo ipotizzare 2 cm o altro valore per entrambe.

Accettabile la soluzione anche con assenza di questa considerazione (vedasi tavola di valutazione).

Si calcolano i volumi delle due tortiere, rispettivamente

Ipotesi	$V_a$	$V_b$
Tortiera piena per tutta l'altezza	$\pi \cdot 864 \text{ dm}^3$ $\pi \cdot 122 \cdot 6 \text{ cm}^3 \sim 2 \ 713 \text{ cm}^3 \sim 2,7 \text{ dm}^3$	$\pi \cdot 761 \text{ dm}^3$ $\pi \cdot 7(11^2 - 3,5^2) \text{ cm}^3 \sim 2 \ 390 \text{ cm}^3 \sim 2,4 \text{ dm}^3$
Tortiera piena fino a 2 cm in altezza dal bordo	$\pi \cdot 12^2 \cdot 4 \sim 1 \ 809 \text{ cm}^3 \sim 1,8 \text{ dm}^3$	$\pi \cdot 5(11^2 - 3,5^2) \text{ cm}^3 \sim 1 \ 707 \text{ cm}^3 \sim 1,7 \text{ dm}^3$

e si deduce che in ogni caso è la prima tortiera che contiene più impasto.

**Esercizio n. 8 (5 punti) Basi di ceppi**

L'altezza totale dei ceppi ammonta a 350 cm.

Sono, quindi, necessari 5 basi formate ciascuna da ceppi di altezza totale 70 cm.

Le basi si compongono così: (60 + 10) cm ; (50 + 20) cm ; (40 + 30) cm ; (30 + 30 + 10) cm ; (30 + 20 + 20) cm.

**Esercizio n. 9 (10 punti) Un punto dopo l'altro nel 2021**

- a) Per il campione di  $100 \text{ cm}^2$  Anna ha utilizzato 18 g di lana, mentre per il quadrato da realizzare di superficie  $2 \ 500 \text{ cm}^2$  occorreranno

$$18 : 100 = x : 2 \ 500 \rightarrow x = 450 \text{ g di lana che corrisponde a}$$

$$450 \text{ g} : 50 \text{ g} = 9 \text{ gomitoli di un unico colore.}$$

- b) Si analizzano le varie situazioni:

- nel caso bicolore della scelta del primo schema saranno necessari  $9 \frac{2}{5} \rightarrow 3,6$  gomitoli bianchi e  $9 \frac{3}{5} \rightarrow 5,4$  gomitoli colorati per cui per l'acquisto 4 gomitoli bianchi e 6 colorati

- nel caso bicolore della scelta del secondo schema saranno necessari  $9 \frac{12}{25} \rightarrow 4,32$  gomitoli bianchi e  $9 \frac{13}{25} \rightarrow 4,68$  gomitoli colorati per cui per l'acquisto 5 gomitoli bianchi e 5 colorati.

In ognuno di questi casi, pertanto, ci vuole un gomitolo in più rispetto al monocolore.

**Esercizio n. 10** (7 punti) **I Dalton sono tornati**

Si considerano le possibili combinazioni che rispettino le prime due condizioni:

1,8,9   **2,7,9**   3,6,9   3,7,8   **4,5,9**   4,6,8   5,6,7

Di esse solo le due combinazioni:

**279** ( $9 \times 2 + 7 = 25 = 5^2$ ) e **459** ( $5 \times 9 + 4 = 49 = 7^2$ ) rispettano anche la terza condizione.