

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Competizione 22 febbraio 2018

Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) Esperti e maldestri

Occorreranno almeno 16 minuti affinché tutti abbiano attraversato considerando che la soluzione ottimale è:

- Aline e Pierre attraversano il fiume in 2 minuti
- Pierre (o Aline) ritorna in 2 minuti
- I tre maldestri (Hélène, Zoé et Jules) attraversano in 8 minuti
- Aline (o Pierre) ritorna in 2 minuti
- Pierre e Aline riattraversano in 2 minuti.

Esercizio n. 2 (5 punti) Matarte

Dato che i quadrati sono simili, si può affermare che:

A) Rapporto aree è 4 : 9 : 25

B) Rapporto volumi è 8 : 27 : 125

C) Denominando a, b c le misure dei lati dei quadrati dal più piccolo al più grande si ha:

$$2 : 3 = a : b \rightarrow b = 3/2 a \quad \text{e} \quad 2 : 5 = a : c \rightarrow c = 5/2 a$$

e si deduce, pertanto, che la misura del lato del terzo quadrato è pari alla somma della misura degli altri due.

Le aree dei quadrati sono rispettivamente a^2 ; $9/4 a^2$; $25/4 a^2$ e $25/4 a^2 \neq 9/4 a^2 + a^2$

Solo nel caso in cui i lati dei quadrati siano una terna pitagorica si verifica che l'area del quadrato più grande è uguale alla somma delle aree degli altri due quadrati.

Esercizio n. 3 (10 punti) Il Bombix mori

1. Per una cravatta occorrono 110 bozzoli, cioè $(1\,500 \times 110) \text{ m} = 165\,000 \text{ m}$

$$\frac{165\,000 \text{ m}}{4\,500 \frac{\text{m}}{\text{g}}} = 36,6666 \dots \text{ g} \quad \text{per cui sono necessari circa } 36,7 \text{ g.}$$

2. Per una camicia servono 630 bozzoli, cioè $(1\,500 \times 630) \text{ m} = 945\,000 \text{ m}$

$$\frac{945\,000 \text{ m}}{4\,500 \frac{\text{m}}{\text{g}}} = 210 \text{ g}$$

D'interesse l'approfondimento storico sulla bachicoltura e la seta, ad esempio i nostri studenti conoscono l'origine del soprannome di Ludovico Sforza detto il Moro (in una delle interpretazioni più ricorrenti)?

Oppure, d'interesse culturale internazionale, il confronto di resa media di un bozzolo italiano e uno cinese, oppure, d'interesse scientifico, la resa in termini di prodotto lineare e di qualità del cosiddetto bozzolo doppio.

Esercizio n. 4 (7 punti) Lettura della pompa

Si può ricorrere ad una semplice equazione:

Indicato con l il numero dei litri, la condizione richiesta si traduce in

$1,032 l - l = 1$ da cui $l = 1/0,032$ cioè 31,25 litri.

Pertanto il quadrante si presenta come nella figura a lato.

0	3	2	,	2	5	€
0	3	1	,	2	5	litri
1,032 € per litro						

Nel caso in cui la risoluzione sia effettuata per tentativi occorre, naturalmente, procedere comunque con approssimazione corretta ma si potrebbero verificare dei casi in cui gli studenti abbiano effettuato troncamento, sempre a 10^{-2} .

Fermo restando il rispetto del vincolo della differenza tra prezzo e volume di 1, la visualizzazione prevista potrebbe non essere unica ma accettabile

- nel caso di approssimazione **$31,10 \leq l \leq 31,40$**

- nel caso di troncamento **$31,25 \leq l \leq 31,56$** (individuabile studiando la seguente disequazione: $1 \leq l \cdot 0,032 < 1,00999$)

Esercizio n. 5 (5 punti) Incubatrice per pulcini

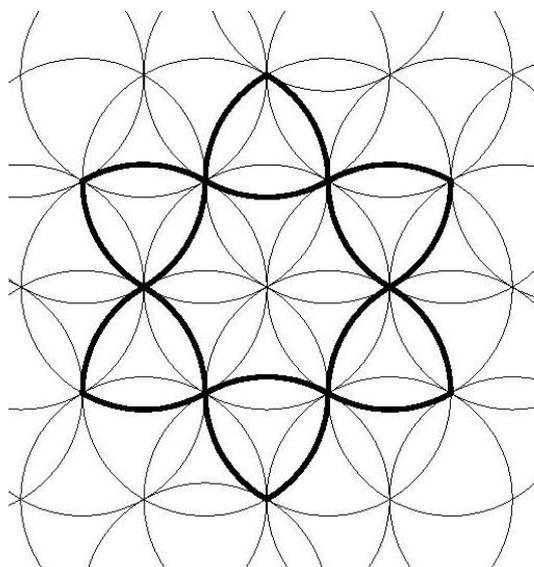
La difficoltà della soluzione è l'individuazione dell'inizio; per esempio: se nella prima colonna le tre lampade non possono occupare che 4 posti e non 7, si può procedere speditamente.

	3	1	3	1	2	2	1	2
3		↓	P	←		→	P	
1		P				P	P	←
2			→	P		↑		
1	→	P			P			
3			→	P	↑			↓
1	↓		P					P
1	P		↑				P	
3	→	P		P	←		↑	

In base alla scelta della prima colonna, l'unico riscaldamento della seconda colonna non ha che due posizioni possibili e i tre riscaldamenti della terza colonna obbligano a posizionare correttamente i riscaldamenti delle due prime colonne.

Esercizio n. 6 (10 punti) Geometrie ungheresi

a)



b) Si può osservare che ciascuno degli archi di circonferenza che compone la figura è pari a un sesto della circonferenza.

Poiché l'esagono è composto da sei archi, il suo perimetro sarà pari alla lunghezza della circonferenza, quindi il primo rapporto ha misura 1.

c) Similmente, ogni triangolo è formato da tre archi, quindi il secondo rapporto è pari a 2.

Esercizio n. 7 (7 punti) **Dipende dal giro!**

Detto x la misura del lato corto

$$V_1 = \pi x^2 \cdot 2x$$

$$V_2 = \pi 4x^2 \cdot x$$

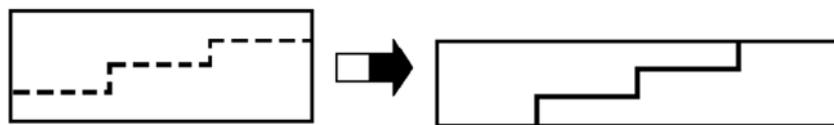
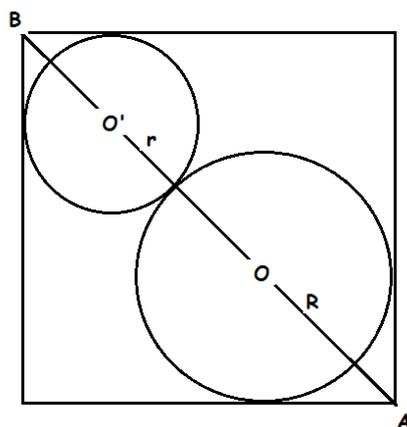
$$V_1 / V_2 = 1/2$$

Con le dimensioni assegnate il primo è il recipiente con il minor volume.

$V_1 \approx 3\,215,36 \text{ cm}^3$ corrispondenti a $3,21536 \text{ l}$ e poiché tale capacità è maggiore di 3 l , due bottiglie d'acqua non sono sufficienti.

Esercizio n. 8 (5 punti) **La suddivisione richiesta da Pacioli**

Una possibile soluzione è la seguente:

**Esercizio n. 9** (10 punti) **Gonna a ruota**

Il lato del quadrato è $1,8 \text{ m}$ e la sua diagonale $AB = 1,8\sqrt{2} \text{ m}$.

O, O' appartengono alla diagonale del quadrato; per le condizioni di tangenza risulta, quindi, che $AB = AO + OO' + O'B$ e, detti R e r i raggi dei due cerchi, avremo

$$AB = R + r + R\sqrt{2} + r\sqrt{2} \rightarrow AB = (R + r)(\sqrt{2} + 1) \quad R + r \approx 105 \text{ cm}$$

Da cui :

50 cm è la misura approssimata del raggio del cerchio minore

55 cm è la misura approssimata del raggio del maggiore.

Per la misura della gonna, dalla circonferenza vita si deduce la misura del raggio interno pari a $(62,8 \text{ cm} : 6,28) = 10 \text{ cm}$ per cui

Lunghezza gonne: 40 cm e 45 cm .

Esercizio n. 10 (7 punti) **Attenti all'IVA**

a) Lo sconto del 22% è applicato a 216 € mentre l'imposta del 22% viene applicata dopo lo sconto e quindi a una cifra inferiore; di conseguenza pagando

$$(216 \times 0,78) \times 1,22 \text{ €} \rightarrow \text{Costo} \approx 205,55 \text{ €}$$

pagherò meno del prezzo di cartellino e precisamente una cifra inferiore di $10,45 \text{ €}$.

b) Poiché $10,45/216 \approx 0,048$

lo sconto effettivo rispetto al prezzo indicato sul cartellino è circa del 5% .