Mathématiques SANS Frontières

Ufficio Scolastico per la Lombardia

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore - classe prima

Competizione 25 Febbraio 2016

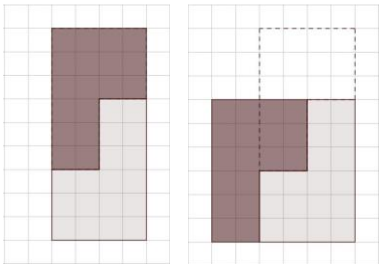
Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) La cioccolata calda

E' sufficiente che uno dei ragazzi non voglia la cioccolata calda perché la risposta sia NO.

- **Anatole non risponde NO,** quindi vuole la cioccolata, ma non sa se Benjamin e Chloé la vogliano e, quindi, risponde ”**non lo so**”.
- **Benjamin non risponde NO ,** quindi vuole la cioccolata, ma non sa se Chloé la voglia e, quindi, risponde ”**non lo so**”.
- **Chloé**, che desidera la cioccolata calda, ha ascoltato e capito le risposte dei fratelli e, quindi, può rispondere “**SI**”.

Esercizio n. 2 (7 punti) Fare quadrato



Si può calcolare l'area del rettangolo per conoscere il lato del quadrato e, poi, individuare il taglio richiesto.

Esercizio n. 3 (10 punti) L'Asilo Pinky's Garden in Nepal

Se c è il contributo deciso per ognuno, la somma raccolta è pari a 62 c;
la cifra che Enrico aggiunge al contributo è pari al 38% di 1 000 € e, quindi,

essendo $1\,000\text{ €} = (62\,c + 1\,000 \cdot 38\%)\text{ €}$ $c = 10\text{ €}$

Esercizio n. 4 (7 punti) Carte affiancate

D 5	D 1	D 2	D 6	**A 6**	A 5	**A 1**	A 2
B 5	**B 1**	B 2	**B 6**	C 6	**C 5**	C 1	**C 2**
B 8	B 4	**B 3**	B 7	**C 7**	C 8	**C 4**	C 3
A 8	**A 4**	A 3	A 7	D 7	**D 8**	D 4	**D 3**

Esercizio n. 5 (10 punti) Il cono mitico

Ipotesi di base: si considera il cono con bordo regolare a forma, appunto, di cono pieno raso senza sporgenze.
$V_{cono} = 65{,}4\ cm^3$ $V_{supercono} = 1/3\ \pi R^2 H$ $V_{supercono} \approx 85{,}02\ cm^3$

Se si applica il teorema di Talete alla schematizzazione dei due triangoli simili (sezione del cono e del supercono) si ha che $R = H/4$ per cui da $1/3\ \pi\ (2{,}5)^2 \cdot 10 \cdot 1{,}3 = 1/3\ \pi \cdot 1/16 \cdot H^2 \cdot H$

si ha che $H \approx 10{,}9$ cm

Esercizio n. 6 (5 punti) Per la golosona

Si deve tenere presente che 1 cl (unità di misura non ufficiale, ma tollerata nel registro della lingua culinaria) corrisponde a $10\ cm^3$.

Domanda	Risposta	Spiegazione
a	$V_{torta} = 12\ 000\ cm^3$ $V_{torta} = 12 \cdot 10^3\ cm^3$	$V_{torta} = 40 \cdot 30 \cdot 10\ cm^3$
b	$N_{fettine} = 48$	$V_{fettina} = 5 \cdot 5 \cdot 10\ cm^3$ $N_{fettine} = 12 \cdot 10^3\ cm^3 / 250\ cm^3$
c	$V_{strato} = 180$ cl Il volume della torta aumenta del 15%	$V_{strato} = 40 \cdot 30 \cdot 1{,}5$ $V_{strato} = 1\ 800\ cm^3$ $V_{strato} / V_{torta} = 1\ 800/12\ 000$

Esercizio n. 7 (10 punti) Sciarpa e cappello: che bello!!

Poiché ogni sciarpa può abbinarsi ad ogni cappello, si tratta di individuare tutte quelle coppie di fattori il cui prodotto è 60.

1) Tra tutte le coppie possibili quelle che interessano sono solo 2: 15x4 e 30x2, (il primo fattore indica il numero di sciarpe). Provando ad aggiungere progressivamente unità di sciarpe si trova che o si aggiungono 2 sciarpe nella prima ipotesi ottenendo 17x4= 68, oppure se ne aggiungono 4 alla seconda ottenendo 34x2 = 68.
   Pertanto il numero minimo richiesto è 2.
2) Il prezzo è sconosciuto, lo indichiamo con P e, nel caso di 2 sciarpe è pari a 2P. Elisa acquisterà 4 sciarpe spendendo: $P+P/2+P/4+P/8 = 15/8\ P < 2P$.

Se Elisa acquistasse 3 sciarpe spenderebbe: $P+P/2+P/4 = 7/4\ P < 2P$ ma non esiste nessun fattore che moltiplicato per 3 dia come risultato 8. Sceglierà, pertanto, di acquistarne 4 poiché per mantenere fisso il numero di abbinamenti, pari a 68 può abbinare 34 sciarpe e due cappelli.

Esercizio n. 8 (5 punti) Numeri in fila

I°….6°	7°....12°	13°….18°
1234	**2134**	3124
1243	2143	3142
1324	2314	**3214**
1342	2341	……..
1423	2413	…….
1432	2431	……..

Osservando la successione crescente si rileva che con la cifra 1 iniziano i primi 6 numeri per cui il 7° comincia con 2 e corrisponde al numero 2 134.

Proseguendo nel ragionamento si deduce che il 13° numero inizia con 3 e, quindi, il 15° è 3 214.

Esercizio n. 9 (7 punti) Suddivisione perfetta

Le tre figure sono equivalenti perché hanno area uguale a $75\ \pi\ cm^2 \approx 235{,}5\ cm^2$.

La figura (racchiusa dalle 4 semicirconferenze) che ricorda la scure è, appunto, chiamata dal greco, Pelecoide e gode delle seguenti proprietà:

- il suo perimetro ha lunghezza pari alla lunghezza della circonferenza di diametro AB
- il rapporto tra la sua superficie e quella del cerchio è pari a quello tra EF e AB.

Queste due proprietà vengono usate per risolvere il problema di dividere un cerchio in un dato numero n di parti uguali tra loro in superficie e contorno.

Se si richiamano, pertanto, le due suddette proprietà non è necessario calcolare l'area delle tre parti per poter affermare che sono equivalenti; è sufficiente riprendere dal testo che EF è un terzo del diametro, quindi l'area della scure è un terzo del cerchio, di conseguenza equivalente a ciascuna delle altre due parti che sono la metà di 2/3 del cerchio.

Esercizio n. 10 (5 punti) In pista

La 1ª corsia è lunga 400 m, le sue curve (semicirconferenze) hanno raggio $R_1 = 100/\pi$

$400 = 2 \cdot 100 + 2\pi R$

La 2ª corsia è lunga $2\pi(R_1+1) + 200$ cioè $2\pi R_1 + 2\pi + 200$ $\quad l = 2\pi \cdot 100/\pi + 2\pi + 200$ $\quad l = 400 + 2\pi$

Quindi la 2ª corsia è più lunga di 2π metri rispetto alla prima ed è questa la misura dello spostamento in avanti della linea di partenza, all'incirca 6,28 metri. Analogamente si dimostra che lo spostamento in avanti è lo stesso per ciascuna delle altre corsie rispetto alla precedente.