Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Accoglienza 2019 - 2020

Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) **Bike and Run**

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.

Lucille corre ai 5/4 della velocità di Chloé mentre Chloé pedala ai 5/4 della velocità di Lucille.
Per arrivare insieme su un percorso di 27 km Lucille deve, quindi, correre per 15 km e pedalare per 12 km.
Chloé, invece, deve correre per 12 km e pedalare per 15 km.

Tempo totale: **2 ore e 15 minuti**.

Chloé e Lucille possono organizzarsi in vari modi (spezzettare le tratte, conglobarne alcune, cambiarne l'ordine).

Alcuni esempi:

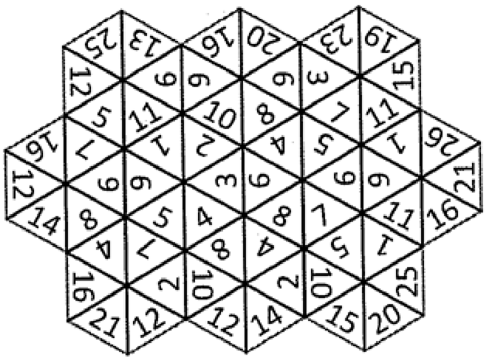
C	15 km in bici	45'	12 km a piedi	1h 30'
L	15 km a piedi	1h 30'	12 km in bici	45'

C	10 km in bici	30'	12 km a piedi	1h 30'	5 km in bici	15'
L	10 km a piedi	1h	12 km in bici	45'	5 km a piedi	30'

C	8 km a piedi	1h	10 km in bici	30'	4 km a piedi	30'	5 km in bici	15'
L	8 km in bici	30'	10 km a piedi	1h	4 km in bici	15'	5 km a piedi	30'

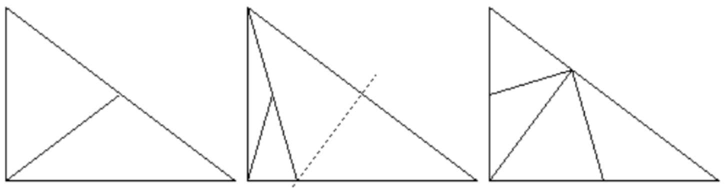
Esercizio n. 2 (5 punti) **Il 12 è focale**

Riconoscere che i numeri superiori a 11 devono trovarsi all'esterno comporta un vantaggio:



Esercizio n. 3 (10 punti) **Suddivisione guidata**

1 . La mediana tracciata dall'angolo retto permette di suddividere il triangolo in due triangoli isosceli.
2 . L'asse dell'ipotenusa permette di determinare un triangolo isoscele e uno rettangolo che potrà essere diviso in due isosceli come nel caso precedente, ottenendo tre triangoli isosceli.
3 . L'altezza relativa all'ipotenusa permette di ottenere due triangoli rettangoli che potranno essere divisi ciascuno in due triangoli isosceli ottenendo perciò in totale quattro triangoli isosceli.



Come approfondimento in classe, dopo la correzione, si propone:

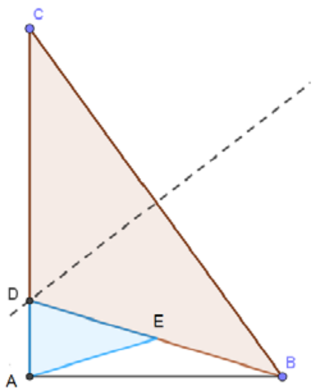
Partizione guidata

I due gemelli Alice e Roberto frequentano la terza media e stanno studiando i segmenti notevoli di un triangolo (mediana, bisettrice, altezza e asse).
Con grande soddisfazione Alice dice a Mara, sorella maggiore, di saper dividere un triangolo rettangolo in modo da formare due triangoli isosceli mentre Roberto è in grado di scomporre un triangolo rettangolo in altri due triangoli, uno isoscele e uno rettangolo.
"Allora potete suddividere un triangolo in un qualsiasi numero di triangoli isosceli" esclama Mara.

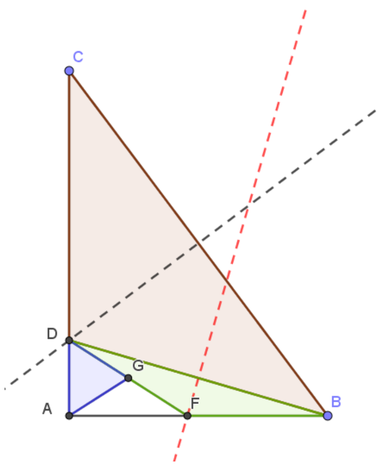
Spiegate come sia possibile scomporre un triangolo in 3 e in 4 triangoli isosceli.
Come si potrebbe generalizzare ad un qualsiasi numero di triangoli?

Proposta di soluzione

Considerato il triangolo ABC rettangolo in A, si tracci l'asse di CB fino ad incontrare uno dei cateti in D.
Il triangolo BCD è isoscele e il triangolo ABD è rettangolo. In questo ultimo si tracci ora la mediana AE relativa all'ipotenusa BE. I triangoli AED e ABE sono isosceli.



Si ripeta il procedimento sul triangolo rettangolo ABD.
Questo risulterà diviso in 3 triangoli isosceli e quindi il triangolo ABD sarà diviso in 4 triangoli isosceli.



E' possibile iterare questo procedimento e ottenere una suddivisione del triangolo di partenza in un numero (n>=3) qualsiasi di triangoli isosceli.

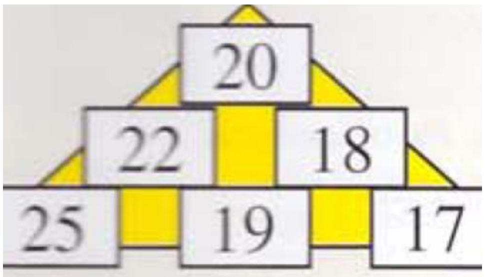
Esercizio n. 4 (7 punti) **La gara campestre**

Si deduce dal testo che Dennis cammina al ritmo di un miglio in sette minuti e mezzo mentre Mike dovrebbe andare al ritmo di un miglio in otto minuti.

Mike percorrerebbe, infatti, 4 miglia in 32 minuti ma avendo un handicap di 2 minuti, il suo punteggio finale sarà pari a quello di Dennis che percorre 4 miglia in 30 minuti.

Esercizio n. 5 (5 punti) **Le medie degli anni**

La soluzione è unica:



Esercizio n. 6 (10 punti) **La fidelizzazione del cliente**

Il problema è aperto e come tale nella soluzione devono essere formulate delle ipotesi.

La prima ipotesi è sulla verifica che nelle due campagne non ci siano poi vincoli del tipo "paghi 1, non paghi quello a minor prezzo", "Paghi 2, non paghi quello a minor prezzo". Per poter effettuare, quindi, un confronto si deve ipotizzare che non ci siano ulteriori condizioni imposte.

Ciò premesso, la prima campagna comporta che se i due articoli costano uguale, di fatto si paga il 50% dell'importo dovuto teoricamente; se i due articoli costano in modo differente, si paga più del 50% dell'importo dovuto teoricamente. Nella prassi di queste campagne gli articoli s'intendono uguali.

La seconda campagna comporta che se i due articoli costano uguale si pagano i due terzi dell'importo teorico dovuto.

A conclusione, la prima campagna è più conveniente della seconda.

Mentre le prime due campagne risultano determinate, i rispettivi vantaggi sono determinabili.

Il vantaggio della terza promozione dipende dal potere d'acquisto del cliente perché quanto più gli articoli sono costosi e quanta minore è la differenza del costo del terzo, tanto maggiore è la percentuale di risparmio.

La quarta promozione di fatto comporta il pagamento di 3/4 ma condizionata all'acquisto successivo di uno stesso articolo.

Da controllare, poi, la scadenza della campagna promozionale!!

Esercizio n. 7 (7 punti) **Sei cifre**

Per ottenere un numero di tre cifre che rispetti i vincoli i possibili prodotti devono essere del tipo:

?4 x 3 oppure ?3 x 2 oppure ?3 x 4 oppure ?2 x 3 (? indica la cifra delle decine e non può essere 1)

Procedendo nel controllo di tutte le combinazioni si ottiene l'unica soluzione **54 x 3 = 162**

Esercizio n. 8 (5 punti) **Quanti indumenti posso mettere in lavatrice?**

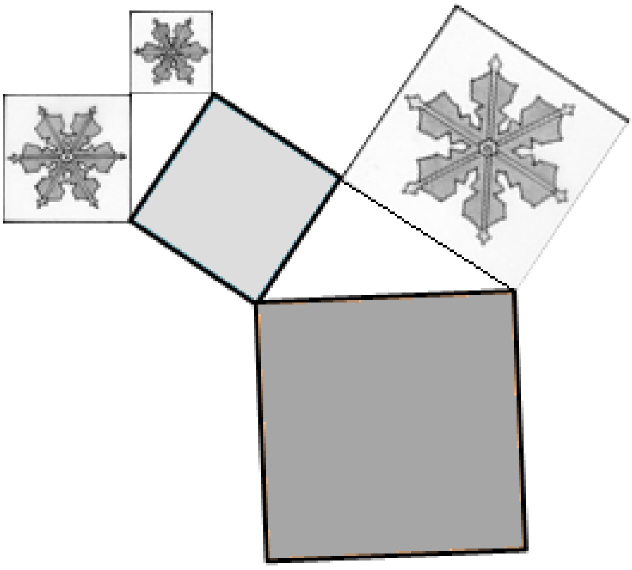
La risposta alla prima domanda è immediata: 3 lavaggi uno per tipo, in quanto sommando le masse dei vari capi suddivisi per tipologia di tessuto non si raggiunge mai la portata indicata . Nella realtà chi effettua il lavaggio dovrà decidere dove collocare i jeans, ma ciò afferisce alla buona pratica.

Il volume del cestello è di circa 38 659,68 cm^3 per cui può contenere al massimo 38 litri di acqua corrispondenti a una massa di 38 kg.

Il quesito permette di affrontare vari aspetti, al di là dello stimolo alla risoluzione, del contesto reale quali la considerazione dei vincoli di spazio, di massa, le condizioni a garanzia del risparmio energetico nonché la riflessione sui flussi d'acqua che attraversano il cestello.

Colpisce, infatti, l'ordine di grandezza della massa d'acqua rispetto alle dimensioni del cestello; ciò permette di riflettere sul fatto che l'acqua fluisce entrando e uscendo nelle diverse fasi del lavaggio.

Esercizio n. 9 (10 punti) **Da tre a uno**

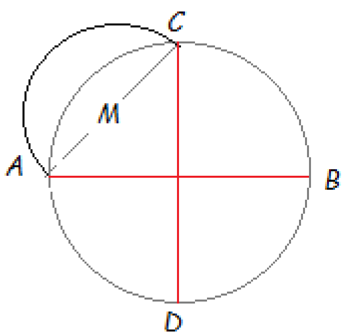


Si applica il teorema di Pitagora.

Il quadrato grigio chiaro è equivalente alla somma di due tra i tre quadrati dati (nella figura i più piccoli) e il quadrato grigio scuro ha, quindi, l'area pari alla somma delle aree dei tre quadrati proposti.

Esercizio n. 10 (7 punti) **Segnaposto**

AC = $3\sqrt{2}$ cm



Area del semicerchio di diametro AC:

$$\frac{\left(\frac{AC}{2}\right)^2 \pi}{2} \sim 7{,}07\, cm^2$$

Area del segmento circolare di corda AC:

$$\frac{3^2\pi}{4} - \frac{9}{2} \sim 2{,}57\ cm^2$$

L'area di ciascun "orecchio" misura, pertanto (7,07- 2,57) cm^2 ~ 4,5 cm^2