

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Accoglienza 2017 - 2018

Proposta di soluzioni

Esercizio n. 1 (7 punti) Cronometro a stoppino

$$4 + (3 - 1) = 6.$$

Il custode del castello inizialmente accende tutte le tre candele.

Un'ora dopo la candela piccola si spegne. Egli spegne allora la media che ha quindi ancora due ore di possibile utilizzo.

Quando la candela da 4 ore si spegne, il custode riaccende la media per aggiungere altre due ore e andrà ad aprire la porta allo spegnimento di questa candela.

Esercizio n. 2 (5 punti) La cornice dorata

Il problema ha le caratteristiche di un problema aperto per cui occorre esaminare il contesto e considerare le variabili in gioco e quali d'interesse con, a esempio, un ragionamento tipo:

Variabili	Riflessione	Possibile deduzione
Dimensioni della cornice Numero di residui triangolari	Non assegnate Non noto	La domanda non considera la cornice per cui si può ipotizzare che: - la soluzione sia indipendente dalle sue misure - e, in funzione di queste, saranno utilizzati più residui
Misure dei lati dei due tipi di residui	Sono noti	
Misura della superficie disponibile con ogni residuo	Calcolabile	La domanda richiede un confronto
Ritagli/avanzi nell'utilizzo di un tipo di forma	Calcolabili solo se si conoscessero le dimensioni della cornice	Potrebbe essere utile ipotizzare un campo d'intervallo di dimensioni della cornice e...arrivando a evidenziare l'economicità delle scelte rispetto all'incidenza dei ritagli, ma nel restauro (basato sull'adesione della foglia per pressione) tutti si utilizzano per cui questa variabile, a livello del quesito posto, si può trascurare

A questo punto si calcolano le aree delle superfici dei due triangoli tipo che risultano uguali:

si può determinare in entrambi i casi la misura dell'altezza relativa al lato di base con il teorema di Pitagora:

per il triangolo ABC, $13^2 - 5^2 = 144$ 12 cm è la misura dell'altezza $\rightarrow (10 \times 12) / 2 = 60$ e 60 cm^2 misura l'area

per il triangolo DEF, $13^2 - 12^2 = 25$ 5 cm è la misura dell'altezza $\rightarrow (5 \times 24) / 2 = 60$ e 60 cm^2 misura l'area.

La conclusione è che, stante le ipotesi assunte, si può dedurre che la scelta di un tipo di ritaglio o dell'altro è a priori indifferente.

Esercizio n. 3 (10 punti) **Matematica vedica**

$$\begin{aligned}75^2 &= (7) * (7 + 1); 25 \\75^2 &= 56; 25 \\75^2 &= 5625 \\75 * 75 &= 7 * (7 + 1); (5 * 5) \\75 * 75 &= 7 * 8; 25 \\75 * 75 &= 56; 25 \\75 * 75 &= 5625.\end{aligned}$$

Esercizio n. 4 (7 punti) **I fratelli Dalton**

Le informazioni 2 e 3 permettono di individuare la posizione di Grat (0; B; III).

Le informazioni 1, 2 e 5 permettono d'individuare la posizione di Bill (1; A; I).

La posizione di Emmet (2; B; I) può essere individuata seguendo la 4^a informazione e la cella di Grat.

Concludendo:

Grat (0 ; B ; III) Emmet (2 ; B ; I) e Bill (1 ; A ; I).

Esercizio n. 5 (5 punti) **La canzone monotona**

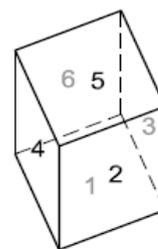
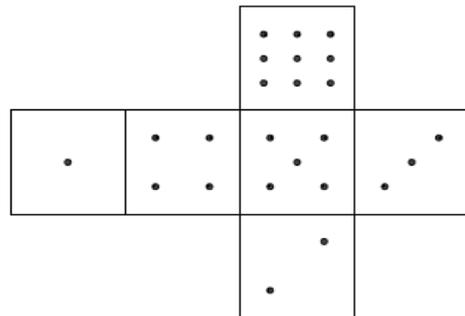
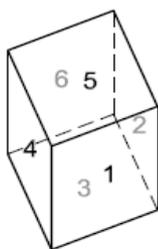
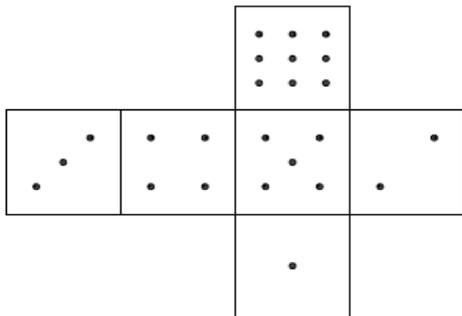
Si considerano i successivi tagli della lunghezza della corda

$$1 - 1/2 - 1/4 - 1/8 - 1/16 - 1/32 - 1/64$$

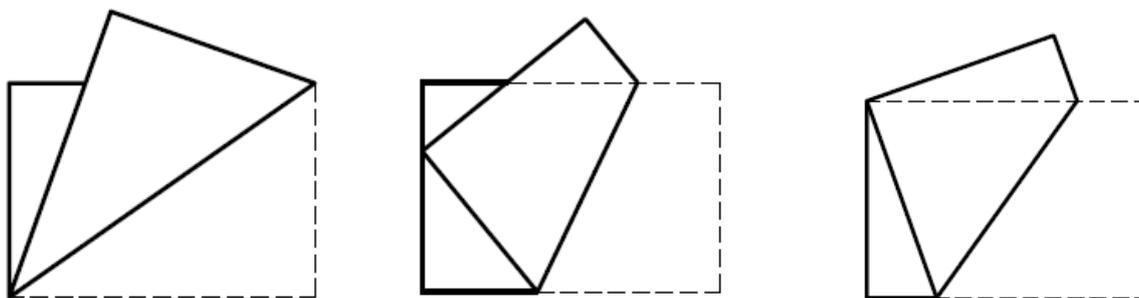
1/64 è la frazione della corda necessaria per produrre il suono richiesto.

Esercizio n. 6 (10 punti) **I dadi di Dodo**

Si nota che: $21 = 6 + 7 + 8$ le facce opposte sono: (2;4) (6;1) e (5;3) oppure (5;1) (3;4) e (6;2)



Esercizio n. 7 (7 punti) Le pieghe producono forme



Esercizio n. 8 (5 punti) Pari e dispari nel vaso

Affinché la somma dei due numeri sia dispari uno deve essere pari e l'altro dispari.

Si supponga che Anna estragga un numero pari, allora nel momento in cui Bea estrae ha disponibili 5 biglie con numero dispari e 4 con numero pari per cui la probabilità che Bea estragga un numero dispari è $\frac{5}{9}$

Analogamente nel caso del primo numero dispari.

Esercizio n. 9 (10 punti) Il restauro

A) La superficie di ogni piastrella quadrata di lato 30 cm è di 0,09 m² e la superficie di tutto il pavimento misura 55,2 m².

Matematicamente pensando sarebbero necessarie circa 613,33 piastrelle ma, nella realtà, occorre ragionare che per completare il pavimento rispetto al rettangolo che si ottiene coperto con la disposizione regolare di 600 piastrelle rimarrebbe scoperto un rettangolo di circa 20 cm di lunghezza per 6 m di larghezza, corrispondente a parti di 20 piastrelle. Pur ammettendo che il piastrellista lavori recuperando piastrelle, per la pavimentazione occorre la disponibilità di 620 piastrelle.

Tutto ciò non considerando la larghezza delle vie di fuga; se si ipotizza una fuga di circa 2 mm, tenuto conto che in lunghezza le vie di fuga perpendicolari alla lunghezza del pavimento sono 32, giocando al risparmio potrebbero bastare la metà delle 20 piastrelle e, quindi, in totale utilizzare 610 piastrelle.

B) Occorrerebbe un numero di piastrelle superiore poiché ci sarebbero ulteriori molti scarti come si può vedere disegnando un angolo di pavimento così ricoperto. C'è, inoltre, da tenere presente che i piastrellisti riescono a recuperare solo alcuni pezzi di piastrella.

C) Per creare il mosaico al centro si ha la necessità di togliere $\frac{1}{4}$ di piastrella da 4 piastrelle, il che corrisponde alle dimensioni di una piastrella; il mosaico centrale misura, quindi, quanto 2 piastrelle e cioè 0,18 m².

Proposta per i docenti di sviluppo didattico

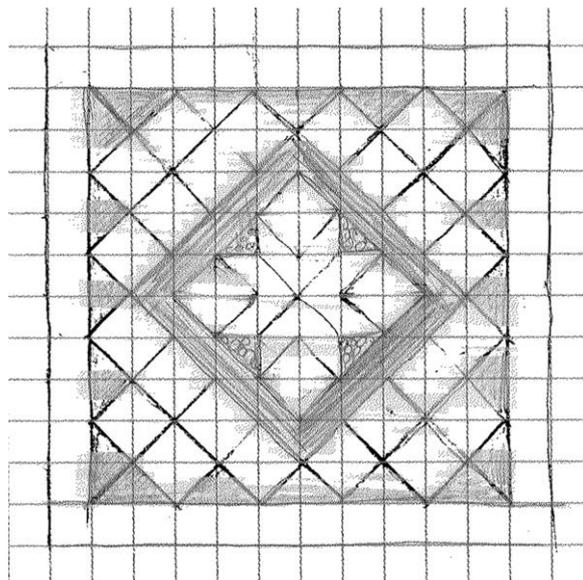
L'analisi e la riflessione sulla situazione problematica prospettata potrebbe proseguire formulando agli studenti le questioni seguenti.

“Procedete nel riprodurre su un foglio quadrettato il disegno del mosaico utilizzando solo i vertici dei quadratini e colorate in nero il bordo del quadrato centrale interno al mosaico.

Calcolate, quindi, la percentuale, rispettivamente, di superficie ricoperta dalle piastrelline intere bianche e di quella ricoperta dalle piastrelline intere beige rispetto alla superficie del mosaico.



Da una figura possibile, come quella riprodotta sul foglio quadrettato, si rileva che la misura del lato del quadrato della piastrellina bianca è uguale a quella della piastrellina quadrata beige e pari alla diagonale del quadretto del foglio; analogamente si rileva che lo spessore del bordo del quadrato centrale interno è la metà della suddetta diagonale.”



Esercizio n. 10 (7 punti) Denaro in equilibrio?

Si denominano P il prezzo di vendita di ciascun libro, P_1 e P_2 il costo rispettivamente del primo e del secondo libro per Enrica.

Enrica con la vendita del primo libro ricava $P = P_1 \cdot 1,20$ mentre con il secondo $P = P_2 \cdot 0,80$

per cui $P_1 + P_2 = P \left(\frac{1}{1,20} + \frac{1}{0,80} \right)$

Se si considera che complessivamente ha speso $\frac{5}{2,4} P$ e ricavato $2P$, si deduce che **Enrica ha avuto una perdita di**

$\frac{1}{12} P$.