Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Accoglienza 2016 - 2017

Proposta di soluzioni

Esercizio 1 (7 punti) Indoviniamo

Se x è il numero pensato, effettuando la procedura indicata da Giorgio si ottiene 2(x+3) – 5 cioè 2x + 1; per cui se Marco dichiara di avere ottenuto come risultato 9, Giorgio calcola la metà di 9 -1 che corrisponde, appunto, a 4.

Esercizio n. 2 (5 punti) Il pescaggio

Il pescaggio della nave dipende dalla quantità di acqua spostata, che è un volume di acqua di peso uguale al peso della nave. Quindi il peso del modello deve essere quello del volume d'acqua che il modello deve spostare; in altre parole il pescaggio è proporzionale al peso che è proporzionale al volume. Dato che la scala lineare è 1/150, la scala di superficie è $1/150^2$ e la scala di volume è $1/150^3$. Quindi il modello deve pesare 38 000 t $/150^3 = 38 \cdot 10^6$kg / $(1{,}50)^3 \cdot 10^6$
P ≈ 11,26 kg. Pertanto vanno aggiunti (11,26 - 2,5) kg ≈ 8,76 kg di zavorra.

Esercizio n. 3 (10 punti) Roma – New York

Si inizia considerando che la misura di β = 59° 30' è pari a 59, 50°, per cui

$L_{AB} = \frac{59{,}50°}{360°} 2\pi\ 6\ 378{,}39$ km → $\boldsymbol{L_{AB} \approx 6\ 620{,}41}$ **km**

Dalla misura di β = 59° 40' → $\beta = \frac{59°\ 40'}{60'}$ → β ≈ 59, 67°

si ottiene $\boldsymbol{L_{RN} \approx 6\ 639{,}33}$ **km**

Per chi desiderasse approfondire una pista utilizzabile, successivamente, nei trienni scientifici o tecnologici si suggerisce la lettura dell'articolo rintracciabile in rete all'indirizzo
http://www.matematica.it/impedovo/articoli/La%20distanza%20tra%20Roma%20e%20New%20York.PDF

Esercizio n. 4 (7 punti) Non solo quadrati

Per verificare è sufficiente calcolare le aree.

Detti *a, b, c* rispettivamente le misure dell'ipotenusa e dei cateti si verifica che:

- nel primo caso, $(b/2)^2\pi + (c/2)^2\pi = (a/2)^2\pi$

è vera perché raccogliendo a fattor comune $\pi/4$ e semplificando si ha proprio

$b^2 + c^2 = a^2$ (corrispondente all'enunciato del teorema di Pitagora);

- analogamente nel secondo caso per l'esagono regolare $6b^2\sqrt{\frac{3}{4}} + 6c^2\sqrt{\frac{3}{4}} = 6a^2\sqrt{\frac{3}{4}}$

è vera perché raccogliendo a fattor comune $6\sqrt{\frac{3}{4}}$ e semplificando si ha proprio $b^2 + c^2 = a^2$;

- lo stesso ragionamento nel terzo caso per i triangoli equilateri e, se si estende la verifica, per ogni terna di figure regolari simili costruite su *a, b, c*.

Esercizio n. 5 (5 punti) Lettere e cifre

A +S = T
R + I = A
A – S = D
D x D = I
T : D = I

Uno dei possibili procedimenti risolutivi:

dalle ultime due relazioni si ricava che T = D^3 da cui si deduce che **D = 2** in quanto unico numero naturale <10 con cubo minore di 10. Ne consegue **I = 4** e **T = 8**.

Da A + S = 8 e A – S = 2 si ricava **A = 5** e **S = 3**.

Infine, da R + 4 = 5, si ottiene **R = 1**.

Il codice è 538142.

Esercizio n. 6 (10 punti) Richiamo all'ordine

Si può procedere in modo diretto oppure, come a seguire, iniziando da 1 2 3 4 5 0 (la casella vuota è indicata con 0).

	123450	123450
	02345**1**	10345**2**
	320451	1**4**3052
	32**5**401	043**1**52
	3054**2**1	**3**40152
Le due soluzioni sono:	**345021**	**345102**

Esercizio n. 7 (7 punti) I commensali

Se y = 1	$6x^2 + 1 = 943$	da cui	$x^2 = 157$	da scartare
Se y = 3	$38x^2 + 9 = 943$	da cui	$x^2 = 934/38$	da scartare
Se y = 5	$102x^2 + 25 = 943$	da cui	$x^2 = 918/102$	$x^2 = 9 \rightarrow x = 3$

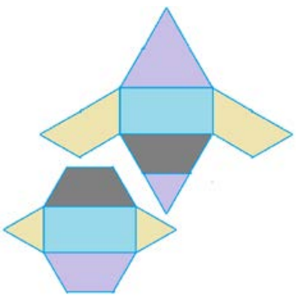
Pertanto si deduce che le matematiche presenti sono 3 e i matematici 5**.**

Esercizio n. 8 (5 punti) ISEE

Capitale (in euro)	Numero giorni di deposito
3 500,00	100
4 000,00	90
3 000,00	60
2 500,00	50
2 000,00	60

Si procede calcolando
1/365 (3 500,00 · 100 + 4 000,00 · 90 + 3 000,00 · 60 + 2 500,00 · 50 + 2 000,00 · 60)
per cui la giacenza media risulta 3 109,59 euro.

Esercizio n. 9 (10 punti) Due da uno



La faccia più scura è il piano della sezione.

Il taglio nelle facce equilatere della piramide d'origine determinano angoli di 60°.

Esercizio n. 10   (7 punti)   I preziosi diamanti

Il quesito, risolvibile con il ricorso a una equazione di secondo grado, è stato pensato per un'altra soluzione che valorizzi un approccio, invece, intuitivo permettendo, successivamente, al docente in classe di valorizzare strategie risolutorie alla portata della classe e inconsuete.
Si riportano, allo scopo, strade in parte diverse, fondate, però sulla medesima ipotesi:

1) Si parte dalla osservazione che essendo 18 la percentuale di deprezzamento, il nuovo prezzo in percentuale rispetto all'iniziale (100) è 82 che deve corrispondere alla somma di due quadrati $a^2 + b^2$.
Si procede per tentativi e si perviene a $82 = 81 + 1$ sommando $9^2 + 1^2$.
Si conclude, pertanto, che il rapporto delle masse dei due frammenti è 1**/**9;

2) a un livello più formalizzato s'ipotizza che la costante di proporzionalità k sia la stessa anche per i due frammenti. Pertanto, chiamate m la massa originaria, m_1 quella di un pezzo ed m_2 quella dell'altro pezzo e chiamati p il prezzo originario, p_1 quello del primo frammento e p_2 quello del secondo, deve essere:
$p = km^2$, $p_1 = km_1^2$, $p_2 = km_2^2$, $p_1 + p_2 = \frac{82}{100}p$.
Si desume che deve essere: $m_1^2 + m_2^2 = \frac{82}{100}m^2$.
Si può supporre che sia: $m_1 = \frac{a}{10}m$ e $m_2 = \frac{b}{10}m$.
Pertanto $a^2 + b^2 = 82$.
Si tratta allora di individuare per tentativi due numeri a, b che soddisfano all'ultima relazione. Gli unici numeri (interi) possibili sono, simmetricamente, 1 e 9. Pertanto il rapporto cercato è 1/9 (o, simmetricamente 9).
Senza l'ipotesi che a e b siano numeri interi, le soluzioni sono infinite e precisamente tutte le coppie ordinate che rappresentano punti che stanno sull'arco di circonferenza di raggio pari alla radice quadrata di 82, situato nel 1° quadrante di un sistema di assi coordinati (Oab);

3) approfondendo s'interpretano a, b come segmenti e ragionando sulla Figura1 si ha $ab = 9$.

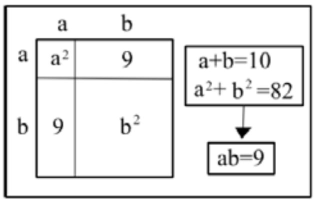


Figura 1

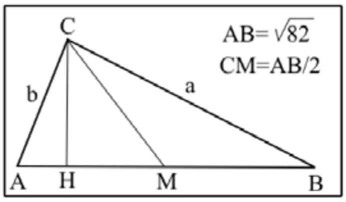


Figura 2

Si ragiona adesso sulla Figura 2 e, constatato che AB • CH = ab, si ha $CH = \frac{9}{\sqrt{82}}$,
di conseguenza, in virtù del teorema di Pitagora applicato al triangolo rettangolo CHM, si ottiene: $HM = \frac{\sqrt{800}}{\sqrt{41}}$. Pertanto: $AH = AM - HM = \frac{1}{\sqrt{82}}$.
Applicando il teorema di Pitagora al triangolo CHA si ha b = 1. Di conseguenza a = 9.