Mathématiques SANS Frontières

Ufficio Scolastico per la Lombardia

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Proposta di soluzioni
Accoglienza 2015 - 2016

Esercizio n. 1 (7 punti) Le pagine volanti

Poiché ci sono 64 numeri da 27 a 90 compreso, le pagine sono 64 e, quindi, **16 fogli** (16 = 64 : 4).
Sotto la pagina 26 si trovano le pagine 24, 22, ….., 4, 2n con il loro lato dispari, ossia 24 pagine.
Ci sono, quindi, 24 pagine dopo la pagina 92. In totale le pagine sono **116** (116 = 92 + 24).

Esercizio n. 2 (5 punti) Free cell

A) Giorgio avrebbe dovuto vincere 13 partite su 26 partite giocate; infatti, 13/26 = 0,5
B) Non è possibile una risposta univoca. Giorgio potrebbe affermare che sono pari solo se sapesse di avere giocato lo stesso numero di partite di Nathalie. Infatti 26 · 46% è uguale a (arrotondando) 12.
Questo considerando solo la percentuale di vittorie e trascurando il fatto che le partite non è detto siano state le stesse per grado di difficoltà

Esercizio n. 3 (7 punti) C'eravamo anche noi!

I)
Chiamato R il raggio della semicirconferenza, la lunghezza del percorso è

$754\text{ m} = R + \pi R + 2R + \pi R + R\sqrt{2} + R\sqrt{2} + \pi R + R\sqrt{2} + R\sqrt{2} + \pi R + R\sqrt{2} + R\sqrt{2} + \pi R + R$, cioè

$754\text{ m} = 4R + 5\pi R + 6R\sqrt{2}$ da cui si deduce che la misura del raggio delle semicirconferenze misura circa 26,78 m

II)
La lunghezza dei tratti rettilinei è pari a $4R + 6R\sqrt{2}$ e quella dei tratti curvilinei pari a $5\pi R$

Ricordando che $s = v_{media}\, t$ e che la velocità media di percorrenza dei tratti rettilinei pari a 54/3,6 m/s è 15 m/s

$t_{tratti\ curv.} = 56\text{ s} - (4R + 6R\sqrt{2})\text{ m} / 15\text{m/s}$ da cui $t_{tratti\ curv.}$ è circa di 33,71 s

si ricava che la velocità media di percorrenza dei tratti curvilinei misura circa 12,48 m/s cioè di 44,93 km/h.

Alcuni possibili elementi che potrebbero incidere nella situazione reale sono:
- tempo d'avvio dovuto ai riflessi del cavaliere e del cavallo
- tempo di passaggio dal tratto rettilineo a quello curvo (in particolare quando il tratto rettilineo è obliquo)
- approssimazione nella misura del percorso che è stato semplificato come linea centrale rispetto al tracciato della pista e alla sua larghezza
- condizioni climatiche stabili (assenza di vento di velocità rilevante)

Esercizio n. 4 (5 punti) Voglia di frittata

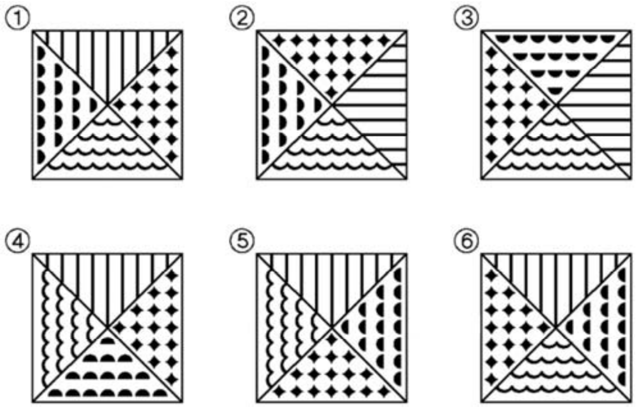
Numeriamo con 1, 2, 3, 4, 5 e 6 le frittate dalla più grande alla più piccola.

Ecco una sequenza di ribaltamenti che porta al risultato richiesto.
Il tratto spesso indica il punto in cui inserire la spatola.
Il numero minimo di ribaltamenti è 4.

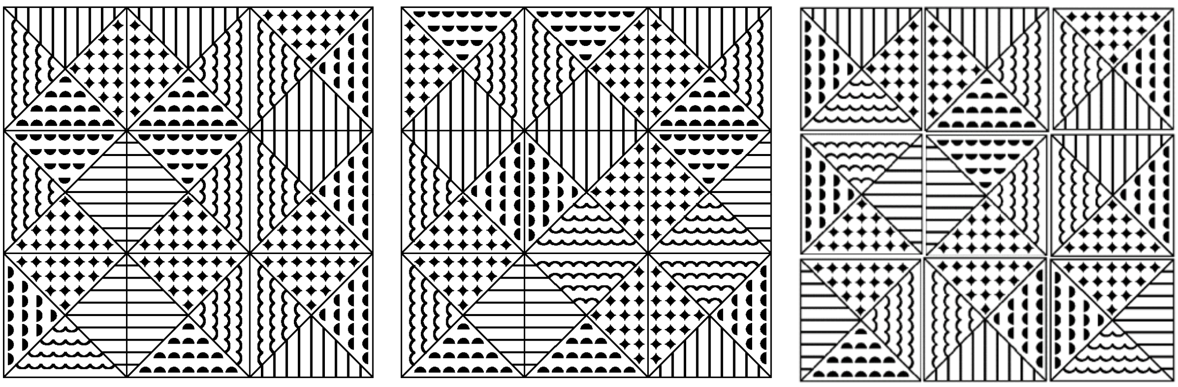
Inizio	1°	2°	3°	4°
4	1	2	4	6
1	4	3	5	5
5	5	6	6	4
6	6	5	3	3
3	3	4	2	2
2	2	1	1	1

Esercizio n. 5 (7 punti) Letto al quadrato

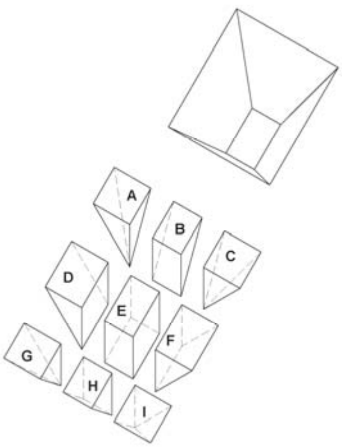
I quadrati 1, 2 e 3 sono quelli di Claudio. I quadrati 4, 5e 6 sono quelli di Mimma.



Alcuni assemblaggi possibili:



Esercizio n. 6 (5 punti) Una mangiatoia per la mente



Si deve immaginare la ricostruzione della mangiatoia componendo le varie parti e calcolandone i volumi:

E è un parallelepipedo centrale di volume $40 \cdot 25 \cdot 32\ cm^3$

D e **F** sono due prismi uguali che assemblati costituiscono un parallelepipedo, di base quadrata di lato 32 cm e altezza di 40 cm, di volume $40 \cdot 32^2\ cm^3$

B e **H** sono due prismi uguali che assemblati costituiscono un parallelepipedo, di base quadrata di lato 32 cm e altezza pari a 25 cm, di volume $25 \cdot 32^2\ cm^3$

A, **C**, **G**, **I** sono quattro piramidi uguali a base quadrata, di lato 32 cm e altezza uguale, il cui volume totale è $4/3 \cdot 32^3\ cm^3$.

Sommando i volumi delle varie parti si ottiene:

$V_t = (32\,000 + 40\,960 + 25\,600 + 43\,690{,}7)\ cm^3$

$V_t = 142\,250{,}7\ cm^3$ pari a 142,2507 litri cioè, approssimando al litro, $V_t = 142$ litri.

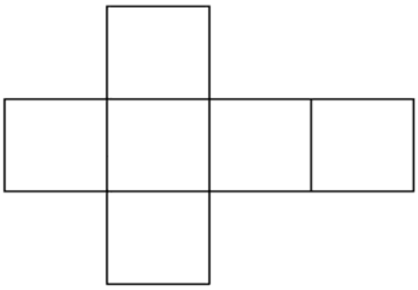
Esercizio n. 7 (7 punti) Un regalo ….da Leonardo

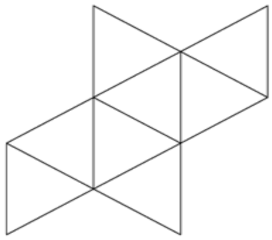
Posto x = lunghezza spigolo del cubo

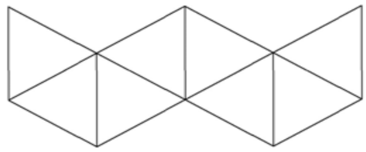
$60x + 60 \cdot 2/3\ x = 1\ 200$ cm

Risolvendo l'equazione si ottiene $x = 12$ cm

Possibili sviluppi: (in scala 1:2 lo spigolo del cubo è 6 cm e lo spigolo dell'ottaedro è 4 cm)







Esercizio n. 8 (5 punti) Sul vassoio

Ecco quattro ripartizioni:

	Pieni	Semipieni	Vuoti
1° vassoio	0	8	0
2° vassoio	4	0	4
3°vassoio	4	0	4

	Pieni	Semipieni	Vuoti
1° vassoio	1	6	1
2° vassoio	3	2	3
3°vassoio	4	0	4

	Pieni	Semipieni	Vuoti
1° vassoio	2	4	2
2° vassoio	2	4	2
3°vassoio	4	0	4

	Pieni	Semipieni	Vuoti
1° vassoio	2	4	2
2° vassoio	3	2	3
3°vassoio	3	2	3

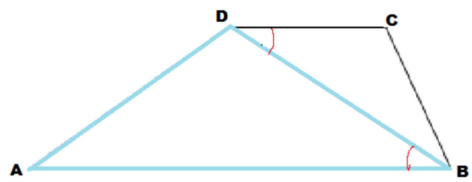
Esercizio n. 9 (7 punti) Valutare il campo

L'angolo ABD è uguale all'angolo BDC perché alterni interni tra le rette parallele delle basi; i triangoli sono isosceli e, quindi, risultano simili per il primo criterio di similitudine.

Indicata con x l'area del triangolo BDC si ha:

$24 : x = AD^2 : DC^2 \rightarrow x = 24 * 9/16$

$x = 13{,}5$ are $\rightarrow$ l'appezzamento misura $3{,}75\ 10^3\ m^2$



Esercizio n. 10 (10 punti) Ricordando Nash

E/D	D_1	D_2	D_3	Minimi guadagni
E_1	7	5	4	**4 max dei min**
E_2	2	6	3	2
E_3	8	0	1	0
Massime perdite	8	6	**4 min dei max**	

a) La coppia di mosse è la E_1, D_3 con 4 caramelle.

Né Elisa né Davide hanno interesse a cambiare: Elisa, giocando Davide in modo razionale, guadagnerebbe solo 2 caramelle con E_2 e nessuna con E_3.
Quanto a Davide, poiché Elisa ha giocato E_1, se giocasse D_2 perderebbe 5 caramelle, con D_1 ne perderebbe 7.

b) La probabilità di Elisa di guadagnare almeno 5 caramelle si calcola tenendo presente che:
P = casi favorevoli / casi possibili, supposti tutti ugualmente possibili.
$P_5 = 4/9$