

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Accoglienza 2017 – 2018

- Usate un solo foglio risposta per ogni esercizio; per ognuno deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Risolvete l'esercizio n. 1 nella lingua straniera che preferite tra quelle proposte, pena l'annullamento della risposta.
- Si considereranno tutte le risoluzioni ragionate anche se incomplete.
- Sarà valutata la qualità della motivazione della risposta fornita (con uno schema, una tabella, un disegno, una spiegazione a parole,.....).
- Si terrà conto della cura con cui sono redatte le soluzioni.

Esercizio n. 1 (7 punti) Cronometro a stoppino

La soluzione deve essere redatta con un minimo di 30 parole in una delle lingue proposte.

Der Burgwächter muss die Tore der Burg in genau 6 Stunden öffnen. Um die Zeit zu messen, verfügt er über 3 Kerzen: Die große schmilzt in 4 Stunden, die mittlere in 3 Stunden und die kleine in einer Stunde. Man kann nicht genau abmessen, wann eine Kerze sich um die Hälfte, um ein Drittel, um ein Viertel verkleinert hat

Wie muss der Burgwächter vorgehen?

El guardián del castillo tiene que abrir las puertas dentro de 6 horas exactamente. Para medir el tiempo, dispone de 3 velas: la grande se derrite en 4 horas, la mediana en 3 horas y la pequeña en 1 hora. Es imposible saber cuando una vela se ha derretido por la mitad, la tercera parte, la cuarta parte....

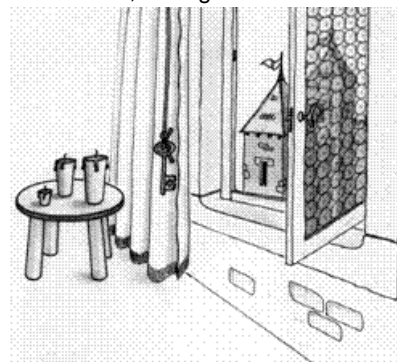
¿Como tiene que proceder el guardián?

The porter of a castle has to open the main gates in exactly 6 hours time. To measure the time passing he has 3 candles: the big one burns itself out in 4 hours, the middle-sized one in 3 hours and the small one in 1 hour. It is not possible to know precisely when a candle would be half-used or one third used, or a quarter

How will he be able to do it?

Le garde du château doit ouvrir les portes dans exactement 6 heures. Pour mesurer le temps, il dispose de 3 bougies: la grande fond en 4 heures, la moyenne en 3 heures et la petite en 1 heure. Il n'est pas possible de repérer précisément quand une bougie s'est réduite de moitié, du tiers, du quart ...

Comment le garde doit-il s'y prendre?

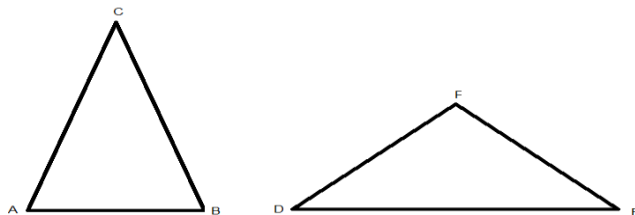


Esercizio n. 2 (5 punti) La cornice dorata

Per restaurare una cornice dorata si deve usare la foglia d'oro.



Piera, per risparmiare, si appresta a eseguire il restauro da sola con alcuni residui triangolari, ricevuti in regalo da un restauratore, aventi le seguenti forme:



I triangoli ABC e DEF sono isosceli e i lati misurano rispettivamente:

$$AC = 13 \text{ cm} \quad AB = 10 \text{ cm} \quad DF = 13 \text{ cm} \quad DE = 24 \text{ cm}$$

C'è una forma più conveniente da utilizzare?

Esercizio n. 3 (10 punti) **Matematica vedica**



Lo sapevate che nei testi vedici dell'antica India si parlava di matematica?

Per Matematica Vedica si intende in generale la matematica risalente ai Veda, i testi sacri dell'induismo (XX secolo a. C).

Bharati Krishna Tirthaji (Marzo 1884, 2 Febbraio 1960), padre della Matematica Vedica, afferma di aver ritrovato nei testi suddetti nuove originali regole della matematica per fare di conto.

Purtroppo il testo originale fu perduto, ad eccezione di un'unica pagina che egli ha riportato:

PRIMO SUTRA:

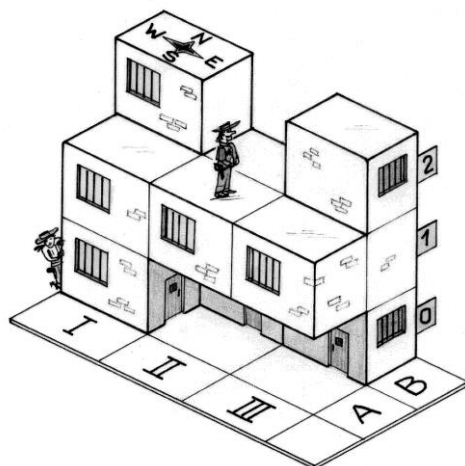
$$\begin{aligned} 35^2 &= (3) * (3 + 1); 25 \\ 35^2 &= (3) * 4; 25 \\ 35^2 &= 12; 25 \\ 35^2 &= 1225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 54 * 56 &= 5 * (5 + 1); (4 * 6) \\ 54 * 56 &= 5 * 6; 24 \\ 54 * 56 &= 30; 24 \\ 54 * 56 &= 3024 \end{aligned}$$

Bharati Krishna Tirthaji riesce a dimostrare, utilizzando entrambi i due esempi riportati nel Sutra, che $75^2 = 75 * 75$.

Secondo voi come ha proceduto?

Esercizio n. 4 (7 punti) **I fratelli Dalton**



I fratelli Dalton sono quattro terribili banditi del Far West.

Tre di loro, Bill, Grat ed Emmett sono imprigionati.

Ognuno è rinchiuso da solo in una delle 12 celle della prigione rappresentata nel disegno. Ogni cella ha una sola finestra.

Bob, il quarto Dalton, per liberare i suoi fratelli ha a disposizione le seguenti informazioni:

- la finestra della cella di Bill è esposta a sud,
- Bill si trova al piano disopra a Grat,
- la finestra della cella di Grat è esposta a est,
- Emmett, rinchiuso al secondo piano, si trova in una cella più a ponente di quella di Grat,
- c'è una cella proprio sottostante quella di Bill.

Nel disegno, si vede la guardia della prigione. La sua posizione è indicata come (2; A; II).

Aiutate Bob a liberare i suoi fratelli indicando la posizione di ognuno. Giustificate la risposta.

Esercizio n. 5 (5 punti) **La canzone monotona**

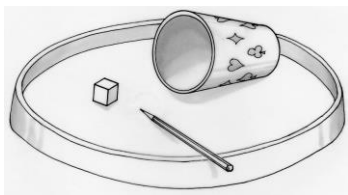
Beatrice pizzica una corda fermata a due estremi e ottiene un suono. Decide di provare a tagliare la corda a metà e riprovare: si accorge che così facendo ottiene il medesimo suono, ma ad un'ottava più acuta e così di seguito procedendo a tagliare ancora a metà la semicorda....

Qual è la frazione di corda necessaria per ottenere lo stesso suono sei ottave più acuto dell'iniziale? Riportate il vostro ragionamento.



(Nota: l'intervallo di ottava è relativo alla distanza fra due suoni uguali, di cui però uno è più grave e l'altro più acuto, cioè prodotto da vibrazioni di frequenza doppia. Nella cultura musicale occidentale l'intervallo fra due suoni di cui uno ha frequenza doppia dell'altro si chiama intervallo di ottava. L'intervallo di ottava implica un rapporto di frequenza doppio fra i due suoni che compongono l'intervallo. Lo stesso rapporto si verifica facendo vibrare una corda e, poi, facendone vibrare la metà esatta. Questo principio matematico basilare per la determinazione dell'ottava è presente in tutte le culture musicali, ma la prima indagine sistematica sulle proprietà matematiche dei suoni di cui abbiamo testimonianza si deve a Pitagora di Samo (VI-V secolo a.C.), al quale è attribuita l'invenzione del monocordo, uno strumento ad una sola corda con un ponticello regolabile in modo da dividere la corda in parti proporzionali, così da poter studiare più agevolmente i rapporti matematici intercorrenti fra suoni di altezza diversa.)

Esercizio n. 6 (10 punti) I dadi di Dodo



La faccia di un dado è caratterizzata da una serie di punti da 1 a 6 la cui somma su ogni coppia di facce opposte è sempre 7.

Dodo desidera costruire un dado inconsueto:

- le facce sono decorate con un numero di punti da 1 a 6
- le tre somme delle facce opposte sono tre numeri consecutivi.

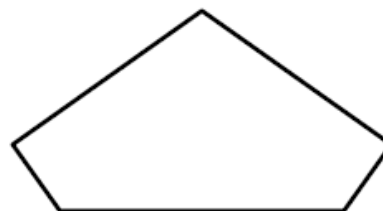
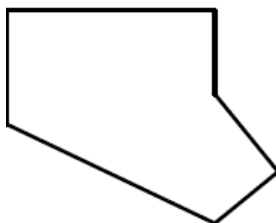
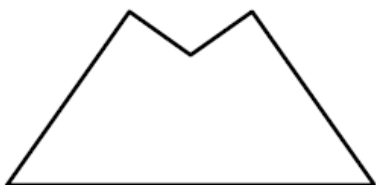
Fornite i modelli, con sviluppo, di due dadi possibili con tali caratteristiche.

Esercizio n. 7 (7 punti) Le pieghe producono forme

(quesito tratto da Calendrier mathématique 2017 – Un Défi quotidien)

Si piega in due, secondo una opportuna unica linea, un foglio di carta di formato A₄.

Disegnate sul foglio risposta le figure che si possono ottenere tra queste evidenziando la corrispondente linea di piegatura:



Esercizio n. 8 (5 punti) Pari e dispari nel vaso

Anna e Bea estraggono ciascuna una biglia da un vaso contenente 10 biglie numerate da 1 a 10.

Calcolate la probabilità, riportando il vostro ragionamento sul foglio risposta, che la somma dei due numeri scritti sulle due biglie estratte sia dispari.

Esercizio n. 9 (10 punti) Il restauro

Per il restauro di un appartamento occorre tra l'altro rifare anche il pavimento nel soggiorno che ha come dimensioni
a (larghezza) = 6 m b (lunghezza) = 9,2 m utilizzando piastrelle quadrate di lato 30 cm.

- Se le piastrelle sono disposte regolarmente con i lati paralleli a quelli del pavimento, quante piastrelle occorrono per la pavimentazione?**
- Se, invece, si disponessero con la diagonale parallela a una diagonale del pavimento, le stesse sarebbero sufficienti? Illustrate il vostro ragionamento.**
- S'ipotizza, poi, d'effettuare una pavimentazione con un mosaico centrale come quello della foto.

Quale figura si ottiene con i tagli effettuati delle piastrelle per posizionare il mosaico? Qual è l'area complessiva del mosaico centrale?



Esercizio n. 10 (7 punti) Denaro in equilibrio?

Enrica ha venduto due libri allo stesso prezzo. Per la prima vendita ha ricavato un guadagno del 20%, nella seconda una perdita del 20%.

Calcolate rispetto al denaro speso se c'è stato complessivamente guadagno o perdita giustificando la vostra risposta.

FOGLIO RISPOSTA
Esercizio n.