Mathématiques SANS Frontières

Ufficio Scolastico per la Lombardia

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze
Accoglienza 2024 – 2025

- *Durata della prova: 90 minuti.*
- *Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.*
- *Risolvere l'esercizio n.1 nella lingua straniera preferita tra quelle proposte, pena l'annullamento della risposta.*
- *Attenzione alle richieste di spiegazioni o giustificazioni.*
- *Saranno esaminate tutte le risposte ragionate anche se incomplete.*
- *Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.*

Esercizio n. 1 (7 punti) **Tic Tac**

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in spagnolo o in tedesco con un minimo di 30 parole.

Jean ist in die Berge gefahren. Er verbringt das Wochenende in einer Hütte im Tal. Dort hat er weder Strom noch Handy-Empfang. Ohne Uhr und Mobiltelefon weiß Jean in der Hütte nicht, wie spät es ist. Es gibt dort zwar eine batteriebetriebene Wanduhr, aber sie ist stehengeblieben.
Jean möchte die Wanduhr wieder richtigstellen. Neue Batterien hat er dabei. Er weiß, dass es im nächsten Dorf eine Kirche mit einer Kirchturmuhr gibt.
Um die Uhrzeit abzulesen, steigt er auf einen Hügel. Von dort kann er die Kirchturmuhr sehen. Der Weg auf den Hügel ist steil, und so braucht Jean für den Aufstieg doppelt so lang wie für den Abstieg.

Erklärt, wie Jean vorgehen muss, um die Wanduhr in der Hütte so genau wie möglich zu stellen.

Jean passe un week-end dans un chalet de montagne au fond d'une vallée. Ce chalet n'a pas d'électricité et aucun réseau téléphonique.
Une fois arrivé sur place, sans montre ni téléphone, Jean n'a aucun moyen de connaître l'heure. Dans le chalet il y a une horloge à pile, arrêtée, qu'on ne peut pas déplacer. Dans ses affaires, il a des piles toutes neuves. Il souhaite régler cette horloge à la bonne heure.
Il sait qu'il y a une église avec une horloge dans le village le plus proche. Pour lire l'heure sur son clocher, il monte au sommet d'une colline d'où il aperçoit le clocher en un temps négligeable. Comme la pente est raide pour monter sur la colline, il met deux fois plus de temps pour monter que pour descendre.

Expliquer comment Jean peut procéder pour régler l'horloge du chalet sur la bonne heure le plus précisément possible.

Jean spends a weekend in a mountain chalet at the bottom of a valley. This cottage has no electricity and no telephone network.
Once there, without a watch or phone, Jean has no way of knowing the time. In the chalet there is a battery-operated clock, which has stopped, and which cannot be moved.

In his belongings, he has brand new batteries. He wants to set this clock to the correct time.

He knows that there is a church with a clock in the nearest village. To read the time on its bell tower, he climbs to the top of a hill from where he can see it in negligible time. Since the hill has a steep slope, it takes twice as long to go up as it does to go down.

Explain how John can go about setting the clock in the chalet to the correct time as accurately as possible.

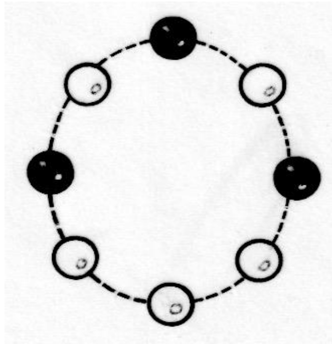
Jean pasa un fin de semana en un chalé de montaña en el fondo de un valle. Este chalé no tiene electricidad y ninguna red telefónica. Una vez llegado al sitio, sin reloj ni teléfono, Jean no tiene ningún medio para saber la hora. En el chalé hay un reloj de pared de pilas, parado, que no podemos trasladar.
Entre sus cosas hay pilas nuevas. Quiere poner este reloj en hora. Sabe que hay una iglesia con un reloj en el pueblo más cercano. Para leer la hora en su campanario, en un tiempo despreciable, sube a la cima de una colina desde donde ve el campanario. Como la cuesta para subir la colina es empinada, tarda el doble de tiempo en subir que en bajar.

Explica como Jean puede proceder para poner en hora el reloj del chalé de la manera más precisa posible.

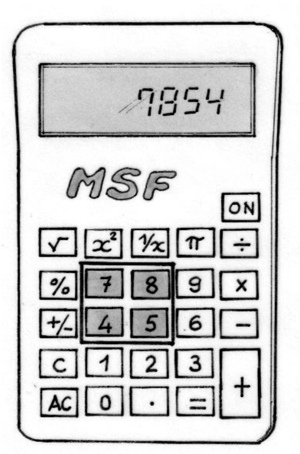
Esercizio n. 2   (5 punti)   Collana

Mario realizza collane composte da cinque perle bianche e tre nere.
A lato è riportato un esempio.

Disegnate le diverse collane di perle (esclusa quella qui rappresentata) che Mario può realizzare.



Esercizio n. 3   (7 punti)   Quadrato di tasti



Laura sceglie a caso, tra i tasti da 1 a 9 della sua calcolatrice, quattro tasti adiacenti che formano un quadrato.

Successivamente preme su ognuno di questi iniziando da uno qualsiasi, ma ruotando sempre in senso orario.

Scrive, così, quattro numeri con quattro cifre differenti.

Le viene in mente il criterio di divisibilità: “*Sia **abcd** un numero a quattro cifre. Se a - b + c - d è uguale a zero, allora, **abcd** è divisibile per 11*.”

Laura afferma: “I quattro numeri così ottenuti sono divisibili per 11 qualunque sia il quadrato dei tasti scelto.”

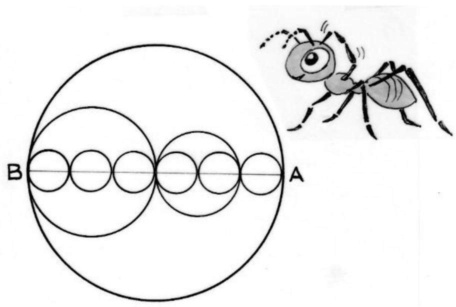
Denominato n il primo numero premuto, dimostrate questa affermazione utilizzando il criterio di divisibilità citato.

Esercizio n. 4   (5 punti)   Formidabile

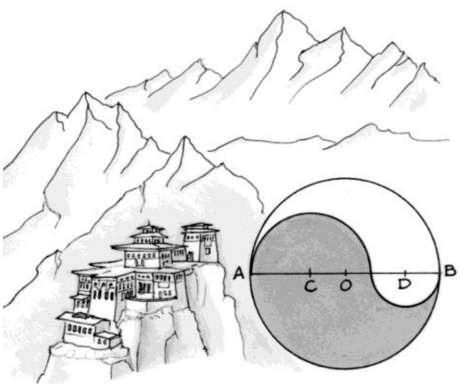
Una formica deve andare dal punto A al punto B percorrendo solo archi di circonferenza.

I centri di queste circonferenze sono allineati e AB = 12 u.

Calcolate il tragitto più breve riportando sul foglio risposta il vostro ragionamento.



Esercizio n. 5   (7 punti)   Lato oscuro



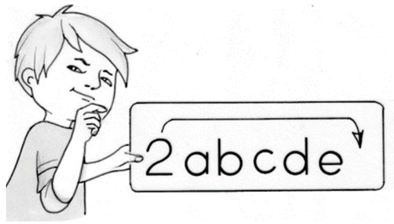
In un monastero dell’Himalaya c’è uno strano disco di diametro 1 m che rappresenta l’equilibrio delle energie sulla terra.

Quando tutto va bene, le due parti, chiara e scura, hanno la stessa area.

Da un po’ di tempo la parte scura aumenta in energia e, sul disco, la sua superficie è diventata 1,5 volte maggiore di quella chiara.

Riportate sul foglio risposta i calcoli per determinare la misura del raggio AC e il disegno in scala 1:10 del disco.

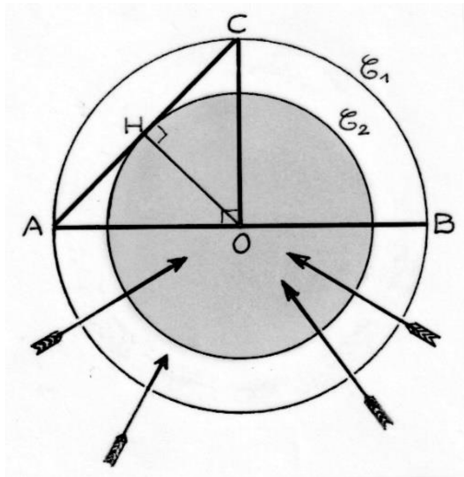
Esercizio n. 6 (5 punti) L'inizio della fine



Un numero a sei cifre comincia con la cifra 2.
Se si sposta il 2 alla fine del numero, il numero di sei cifre ottenuto supera di 461 214 il primo numero.

Determinate il numero di partenza e illustrate il vostro ragionamento.

Esercizio n. 7 (7 punti) Bersaglio equidiviso

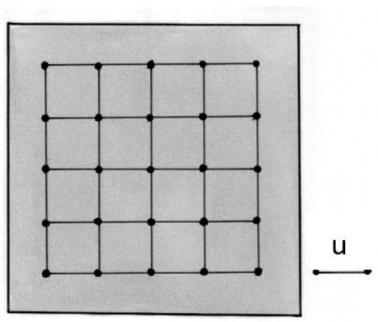


Per una gara scolastica Samuele pensa di costruire un bersaglio per un gioco a freccette.
Lo progetta formato da due circonferenze concentriche che dividano la superficie del bersaglio in due parti di cui una bianca e l'altra grigia.
Per ottenere che le due superficie siano equiprobabili rispetto al lancio delle freccette desidera che abbiano aree uguali.

Inizia tracciando il disegno della prima circonferenza $\mathscr{C}_1$ di centro O e di raggio 20 cm; per tracciare $\mathscr{C}_2$ realizza la costruzione indicata nel disegno.

Disegnate, in scala 1:2, il bersaglio con le due zone descrivendo nel dettaglio la vostra costruzione. La zona bianca e quella grigia hanno la stessa area? Giustificate.

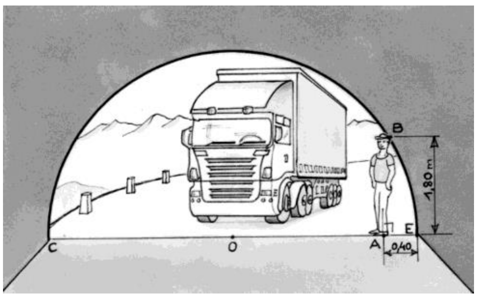
Esercizio n. 8 (5 punti) **Punti al quadrato**



Si sono posti 25 punti su un quadrato di lato 4u secondo la quadrettatura riportata. Si possono disegnare molti quadrati i cui vertici sono punti della quadrettatura.

Indicate tutte le possibili dimensioni di questi quadrati.

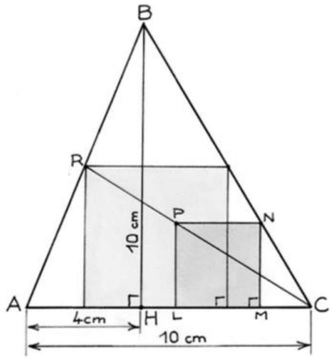
Esercizio n. 9 (7 punti) **Le gallerie impossibili**



Un autista di autocarro desidererebbe attraversare un tunnel di forma semicircolare di centro O; s'innervosisce perché l'altezza non è indicata e scende dal mezzo.
Si pone nel punto A, come in figura, ed effettua due misure:
EA = 0,40 m e AB = 1,80 m.
AB è perpendicolare al piano. L'autocarro è largo 2,40 m e alto 4,10 m.

L'autocarro può attraversare il tunnel? Motivate con i calcoli opportuni la vostra risposta.

Esercizio n. 10 (10 punti) **Quadrato alla grande**



Dato il triangolo ABC di base AC = 10 cm e di altezza BH = 10 cm è possibile costruirvi all'interno il quadrato più grande possibile con lato su AC.

Si consideri un quadrato LMNP i cui vertici L e M sono su AC e il terzo vertice N su BC. La retta che passa per C e P taglia il lato AB in R.

R è un vertice del più grande quadrato possibile corrispondente al problema.

Costruite sul foglio risposta la figura e calcolate la lunghezza del lato del quadrato illustrando la vostra soluzione.

Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) **Gioco per esperti**

Federica ha 10 biglie, 5 rosse e 5 blu, indistinguibili al tatto, che distribuisce in due sacchetti non trasparenti.

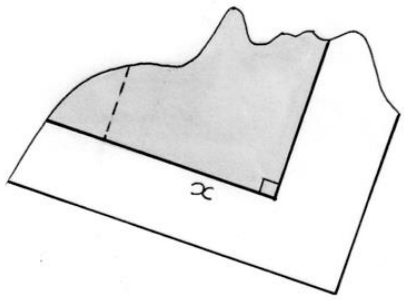
La sua amica Giulia pesca, senza guardare, una biglia da ognuno dei due sacchetti.

Come deve suddividere Federica le biglie nei due sacchetti affinchè Giulia abbia la maggior probabilità di pescare due biglie rosse? Spiegate la vostra risposta.

Esercizio n. 12 (7 punti) **Carta strappata**

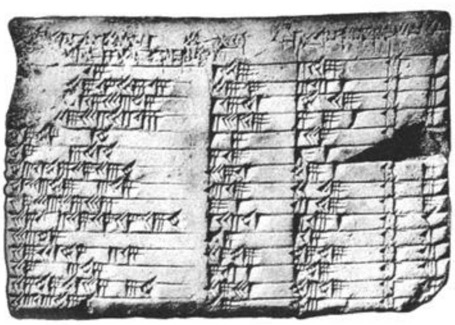
Su un pezzo di carta strappata, riportato a lato, rimane visibile una piccola parte di una figura il cui perimetro originariamente era $10x + 4u$ e l'area $5x^2 + 4ux$.

Disegnate sull'Allegato una figura con le dimensioni in funzione di u e x che risponda ai vincoli. Giustificate le vostre risposte.



Esercizio n. 13 (10 punti) **Terne**

Una terna pitagorica, denominata (a, b, c) è formata da tre numeri interi, tali che $a^2 + b^2 = c^2$, che sono le lunghezze dei lati di un triangolo rettangolo.



Tablette babylonienne - Plimpton 322

Si ottengono tutte le terne pitagoriche con l'aiuto delle formule:

$a = m^2 - n^2$

$b = 2mn$

$c = m^2 + n^2$

dove m e n sono interi positivi non nulli e $m > n$.

Una terna (a, b, c) è detta *primitiva se* a, b e c hanno un solo divisore comune positivo 1.

Calcolate la terna pitagorica primitiva ottenuta con m = 5 e n = 4.

Individuate le quattro terne primitive ottenute con b = 2024.

Illustrate i vostri processi risolutori.

Allegato (es. n. 12)

Foglio risposta – Esercizio n.