

Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classi seconde e terze

Competizione 28 febbraio 2024


In memoria di Jacquot, membro dell'equipe d'ideazione francese

- Durata della prova: 90 minuti.
- Usare un solo foglio risposta per ogni esercizio per il quale deve essere riportata una sola soluzione, pena l'annullamento.
- Risolvere l'esercizio n.1 nella lingua straniera preferita tra quelle proposte, pena l'annullamento della risposta.
- Attenzione alle richieste di spiegazioni o giustificazioni.
- Saranno esaminate tutte le risposte ragionate anche se incomplete.
- Si terrà conto dell'accuratezza della soluzione.

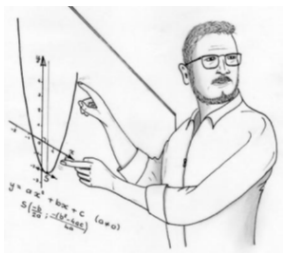


Esercizio n. 1 (7 punti)

Soluzione da redigere in francese o in inglese o in tedesco o in spagnolo con un minimo di 30 parole.

| | | |
|--|---|--|
| <p>Jacquot va a comer todos los días al mismo restaurante. Decide guardar un bote para el camarero. Mete 3 € en el bote si está contento con el servicio, quita 4 € del bote si no está satisfecho. Durante algunas semanas, ha estado muy contento con la comida y por lo tanto, el bote está bien lleno. Y después, tras las catorce comidas siguientes, el camarero no ha ganado ni ha perdido nada más.</p> <p>¿Cuántas veces Jacquot ha estado contento a lo largo de las catorce últimas comidas? Justifica tu respuesta.</p> |  | <p>Jacquot va manger tous les jours dans le même restaurant. Il décide de faire une cagnotte pour le serveur. Il met 3 € dans la cagnotte s'il est content du service, il enlève 4 € de la cagnotte s'il n'est pas satisfait. Pendant quelques semaines, il a été très content de chaque repas et la cagnotte est ainsi bien remplie. Puis, au bout des quatorze repas suivants, le serveur n'a rien gagné en plus mais n'a rien perdu non plus.</p> <p>Combien de fois Jean a-t-il été content au cours des quatorze derniers repas? Expliquer votre raisonnement.</p> |
| <p>Jacquot goes to eat at the same restaurant every day. He decides to set up a tip jar for the waiter. He puts € 3 in the jar if he is happy with the service, but he removes € 4 from the jar if he is not satisfied. For a few weeks, he has been very happy with each meal, and hence the tip jar is well-filled. Then, following the next fourteen meals, the waiter has made neither a gain nor a loss in tips.</p> <p>How many times has Jacquot been happy with the last fourteen meals? Explain your reasoning.</p> | | <p>Jacquot geht jeden Tag im selben Restaurant essen. Er beschließt, eine Trinkgeld-Kasse für den Kellner einzurichten. Er legt 3 € in die Kasse, wenn er zufrieden ist, und nimmt 4 € heraus, wenn er nicht zufrieden ist. Einige Wochen lang war er sehr zufrieden gewesen, und so war die Trinkgeld-Kasse gut gefüllt. Bei den folgenden 14 Restaurant-Besuchen hat der Kellner dann nichts verdient, aber auch nichts verloren.</p> <p>Bei wie vielen der 14 Restaurant-Besuche war Jacquot zufrieden? Erklärt eure Antwort.</p> |

Esercizio n. 2 (5 punti) **L'età dell'insegnante di matematica**

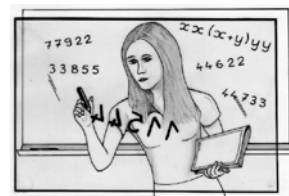


Sovente, quando a una persona viene chiesto l'anno di nascita, fornisce solo le ultime due cifre dell'anno. Per esempio, dice: "Sono nata nell'11 o nel 92 o nel 78". Così Giovanni, un docente di matematica, nato prima del 2000, a una domanda analoga ha risposto: "Quest'anno, nel 2024, ho l'età del mio anno di nascita".

Calcolate l'età di Giovanni.
Nel 2024, il nipotino di Giovanni potrà affermare lo stesso?
Spiegate il vostro ragionamento.

Esercizio n. 3 (7 punti) **111**

x e y sono numeri interi la cui somma è minore di 10. Si considerino dei numeri la cui scrittura può ritenersi della forma $xx(x+y)yy$ come, ad esempio, 33 855 e 77 922.



Scrivere altri due numeri della stessa forma e verificate che sono divisibili per 111.
Ipotizzate una congettura relativa alla forma del risultato di queste divisioni.
Dimostrate questa proprietà ricordando che ogni numero può essere scritto in forma polinomiale; per esempio, $325 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$.

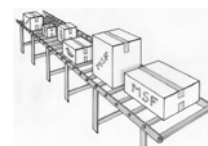
Esercizio n. 4 (5 punti) **Percorsi**

| | | | | |
|------|------|------|------|------|
| 2024 | x 3 | : 23 | x 26 | : 88 |
| : 19 | x 20 | x 17 | : 35 | : 10 |
| x 5 | : 11 | x 27 | : 31 | x 25 |
| x 2 | : 8 | : 17 | x 21 | x14 |
| x 29 | : 37 | x 5 | : 2 | 2025 |

In questo quadrato, è consentito spostarsi da una casella ad una adiacente, ma non in diagonale; non si passa mai due volte dalla stessa casella e i risultati intermedi sono sempre numeri interi.

A partire dal 2024, individuate un percorso che rispetti le operazioni e che conduca alla casella 2025 sull' Allegato 1. Spiegate il vostro ragionamento.

Esercizio n. 5 (7 punti) **Pacchi in linea**

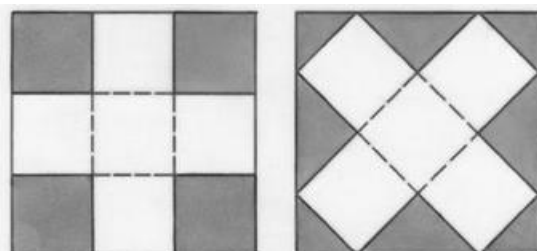


La società MsF prepara e spedisce pacchi in tutto il mondo. 40 colli numerati da 1 a 40 sono posizionati, uno dietro l'altro, su un nastro trasportatore indirizzato all'autocarro addetto alla consegna. La massa totale di questi 40 colli è di 106 kg e la massa di ciascun pacco è espressa da numeri interi di kg. La somma delle masse di tre colli qualsiasi in sequenza è sempre pari a 8 kg. Quelli numerati 20 e 21 hanno esattamente la stessa massa.

Determinate le masse dei pacchi numerati 20 e 21. Spiegate il vostro ragionamento.

Esercizio n. 6 (5 punti) **Attenti agli scarti!**

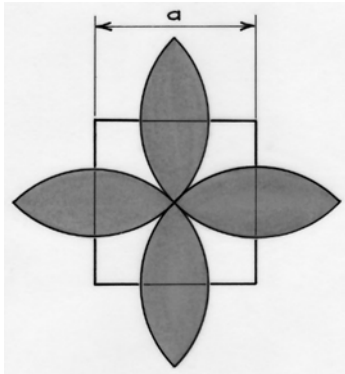
L'azienda Inzebox produce e vende scatole di cartone cubiche senza coperchio. Sono disponibili due modelli di scatola. Sono disegnati su fogli quadrati delle stesse dimensioni e vengono, poi, tagliati e piegati.



Scegliete il modello che produce il minor scarto di cartone.
Spiegate il vostro ragionamento.

Esercizio n. 7 (7 punti) **Comporre un fiore**

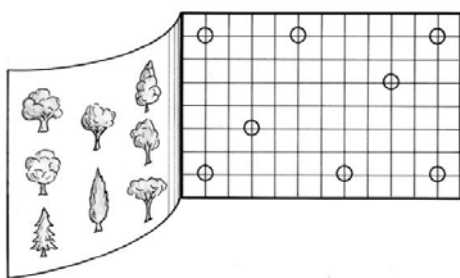
Ecco un programma di composizione di un fiore:



- tracciate un quadrato di lato a di misura 6 cm ed evidenziatene il centro;
- tracciate le quattro circonferenze aventi per centro i vertici del quadrato e passanti per il suo centro;
- colorate la superficie d'intersezione delle quattro circonferenze così da ottenere i 4 petali del fiore.

Determinate l'area della parte colorata in funzione di a riportando sul foglio risposta il processo risolutorio.

Esercizio n. 8 (5 punti) **Suddivisione alberata**



Una città decide di creare una suddivisione in otto lotti identici di un terreno che ha otto alberi di pregio che devono assolutamente essere preservati. Il disegno a fianco riproduce la planimetria di questo terreno su cui gli alberi sono indicati con cerchietti.

Il geometra propone di suddividere il terreno rispettando i seguenti vincoli:

- gli otto lotti devono avere esattamente la stessa forma;
- ogni appezzamento deve contenere uno degli alberi di pregio.

Disegnate sull'Allegato 2 due possibili suddivisioni di questo terreno negli otto lotti come previsti.

Esercizio n. 9 (7 punti) **Algoritmo**

Ecco un algoritmo in tre fasi:

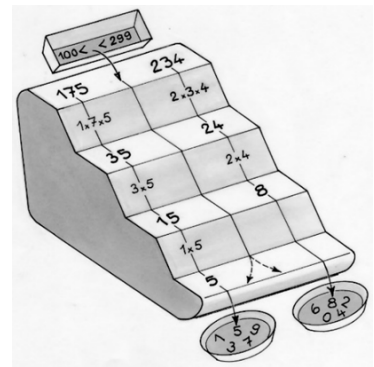
Passaggio 1: scegliete un numero di partenza intero compreso tra 100 e 299 inclusi.

Passaggio 2: moltiplicate le cifre di questo numero.

Passaggio 3: se il risultato precedente è inferiore a 10, l'algoritmo si interrompe, altrimenti ripetete il passaggio 2.

Ecco due esempi:

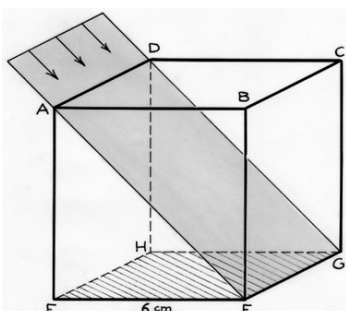
- scegliendo 234 come numero di partenza: $234 \rightarrow 24 \rightarrow 8$
il risultato dell'algoritmo è 8;
- scegliendo 175 come numero di partenza: $175 \rightarrow 35 \rightarrow 15 \rightarrow 5$
il risultato dell'algoritmo è 5.



Individuate tutti i numeri che danno un risultato dispari. Illustrate il vostro procedimento.

Esercizio n. 10 (10 punti) **Tagliare il cubo**

Il cubo di 6 cm di spigolo è tagliato in sequenza secondo il piano ADGF, poi secondo il piano BCHE, poi secondo il piano ABGH ed infine secondo il piano CDEF.



Disegnate, all'interno del cubo rappresentato nell'Allegato 3, il solido che si basa sul quadrato EFGH.

Colorate gli spigoli del solido ed esprimetene il volume in funzione del volume del cubo.

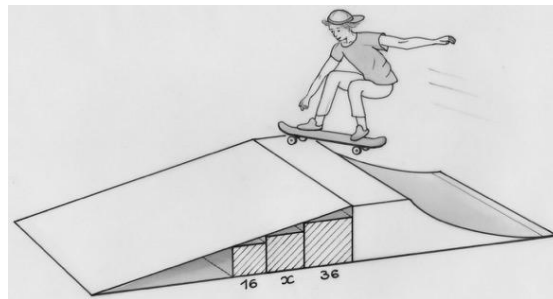
Quanti solidi identici di questo tipo possono essere messi in questo cubo? Motivate le vostre risposte.

Speciale terze

Esercizio n. 11 (5 punti) Un triangolo e tre quadrati

Massimiliano si è costruito una rampa da skateboard con tre blocchi a forma di parallelepipedi retti a base quadrata che ha unito e un pezzo di lamiera rigida.

Il suo amico Antonio vorrebbe costruire a casa sua una rampa uguale. Massimiliano gli spiega: "La cosa più importante è che i tre blocchi abbiano uno dei bordi ben a contatto con la rampa!
Il più grande dei blocchi ha una base quadrata con un lato di 36 cm e il più piccolo ha una base quadrata con un lato di 16 cm. Ma non ricordo più la lunghezza del lato del quadrato intermedio".



Antonio deve determinare la dimensione mancante: fatelo anche voi e illustrate il vostro percorso risolutivo.

Esercizio n. 12 (7 punti) Esercizio in bianco e nero

Agathe dispone dieci gettoni, ciascuno con una faccia nera e una bianca, uno accanto all'altro con la faccia nera visibile. Questi gettoni sono numerati da 1 a 10 su entrambe le facce.



Effettua diverse manipolazioni successive sui gettoni procedendo come segue:

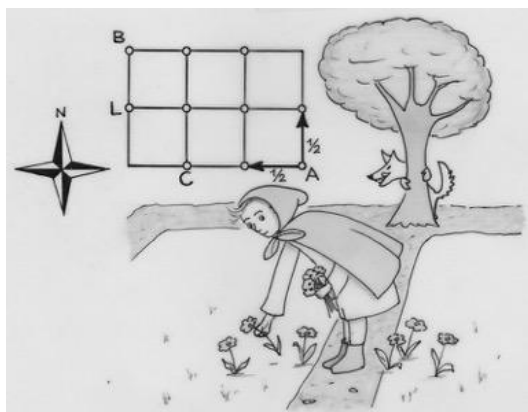
- A) prima manipolazione: capovolge ognuno dei dieci gettoni;
 - B) seconda manipolazione: ribalta di nuovo tutti i gettoni su cui è scritto un multiplo di 2;
 - C) terza manipolazione: ribalta tutti i gettoni su cui è scritto un multiplo di 3.
- Ecc..., fino alla decima e ultima manipolazione, dove capovolge solo il gettone numerato 10.

Indicate i numeri riportati sui gettoni che mostrano una faccia bianca dopo dieci manipolazioni.

Se Agathe avesse 100 gettoni, numerati da 1 a 100, quali mostrerebbero la faccia bianca dopo cento manipolazioni? Qual è la loro particolarità comune?

Esercizio n. 13 (10 punti) Attenti al lupo!

Cappuccetto Rosso va da sola nel bosco dalla nonna malata per portarle una bottiglia di vino e un pezzetto di torta.



La griglia riportata nel disegno a lato rappresenta i diversi percorsi possibili attraverso la foresta. Ogni punto rappresenta l'intersezione tra due percorsi. Cappuccetto Rosso si muove da un incrocio all'altro, ma solo verso nord o verso ovest.

Se ci sono due percorsi possibili, la probabilità che si sposti verso nord o verso ovest è $\frac{1}{2}$.

La probabilità, quindi, che Cappuccetto vada dal punto A al punto C è:
 $(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$.

Sfortunatamente per lei, il lupo si è nascosto nella foresta e, se la vedesse, la divorerebbe.

Cappuccetto Rosso è in A e la casa della nonna in B.

Il lupo si nasconde al punto L.

Calcolate la probabilità che Cappuccetto Rosso passi per il punto L e si faccia così divorare dal lupo.

In quale incrocio il lupo ha la maggiore probabilità di incrociare Cappuccetto Rosso, sapendo che non può nascondersi né in A né in B? Spiegate i vostri ragionamenti.

Foglio risposta – Esercizio n.

Completare Codice:

| | | | | | | | | |
|------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| MsF | | | | | | | | |
|------------|--|--|--|--|--|--|--|--|

Allegato 1 - Esercizio n. 4

Completare Codice: MsF

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

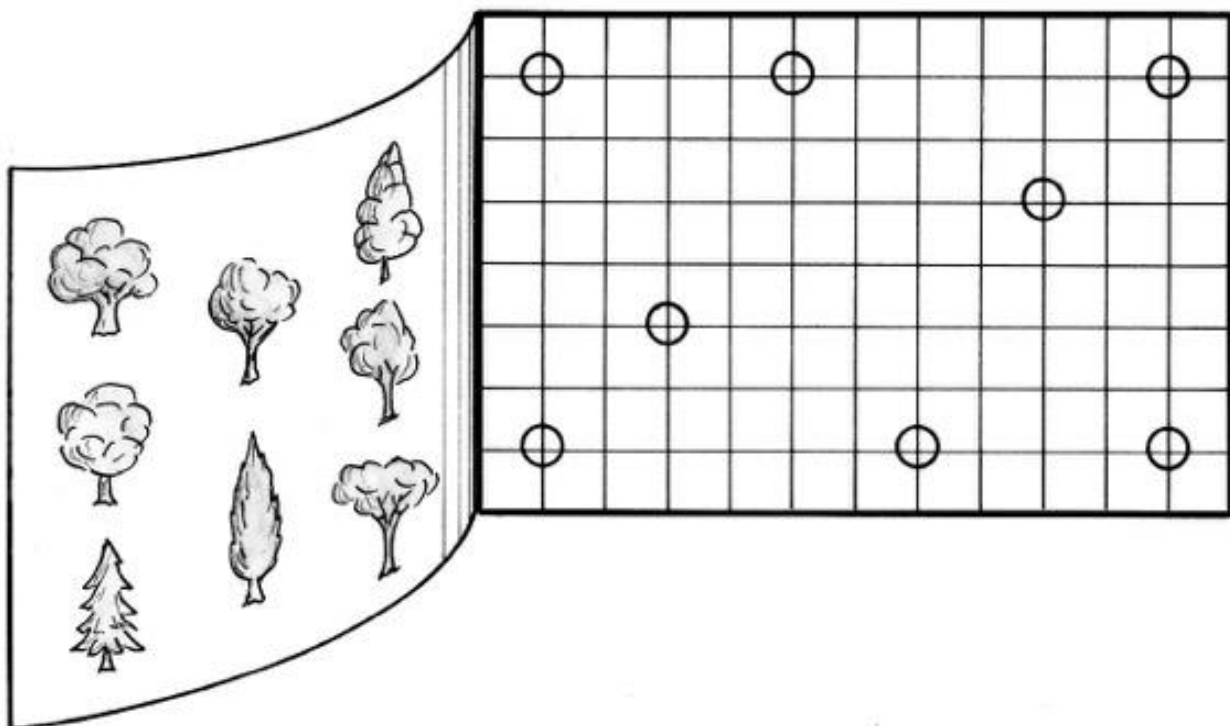
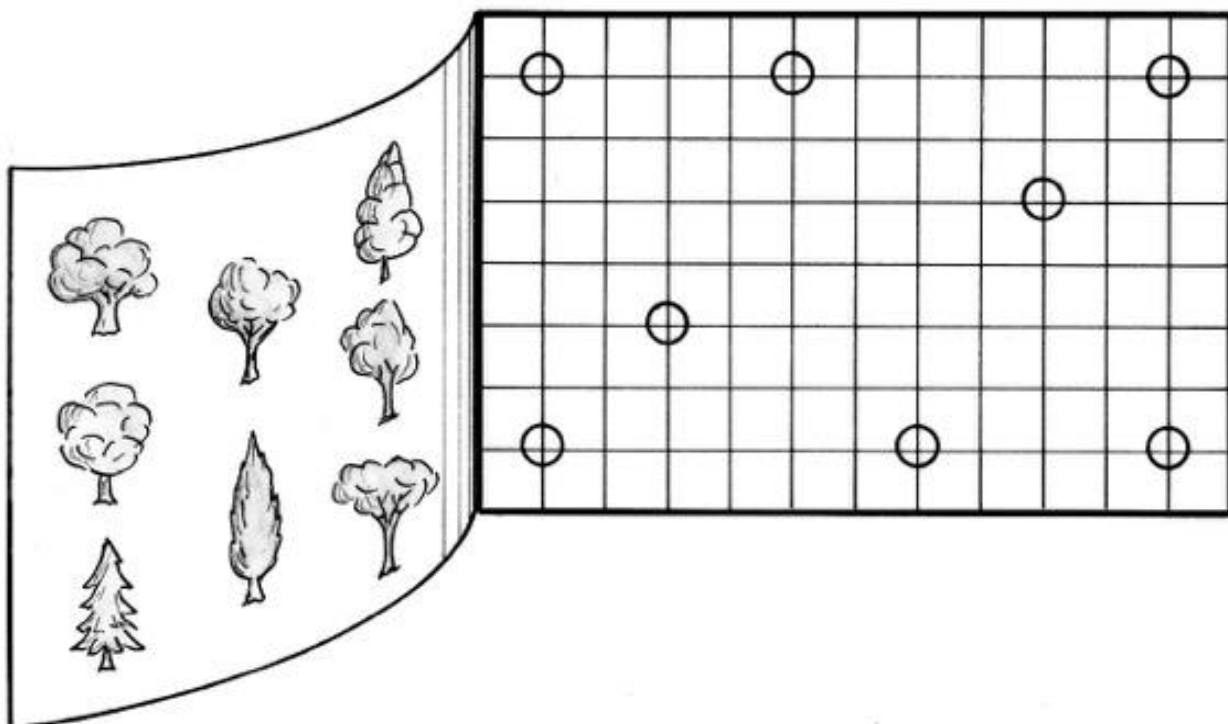
| | | | | |
|-------------|------|------|------|-------------|
| 2024 | x 3 | : 23 | x 26 | : 88 |
| :19 | x 20 | x 17 | : 35 | : 10 |
| x 5 | : 11 | x 27 | : 31 | x 25 |
| x 2 | : 8 | : 17 | x 21 | x 14 |
| x 29 | : 37 | x 5 | : 2 | 2025 |

Allegato 2 - Esercizio n. 8

Completare Codice:

MsF

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|



Allegato 3 - Esercizio n. 10

Completare Codice:

MsF

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|

