Matematica Senza Frontiere

Scuola superiore – classe prima

Competizione 28 febbraio 2024

Proposta di soluzione

Esercizio n. 1 (7 punti) Like

Denominato x il numero di pasti di cui Jacquot è soddisfatto del servizio e 14 - x il numero di pasti di cui non è soddisfatto, si può scrivere la seguente relazione

$3x - 4(14 - x) = 0$ da cui si deduce $x = 8$ per cui si afferma che Jean è stato soddisfatto **8 volte**.

Esercizio n. 2 (5 punti) **Al bar della scuola**

1) Eseguendo le somme delle frequenze assolute, per riga e per colonna, si ottiene la seguente tabella da cui si legge che:

	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3	Tipo 4	Tipo 5	Totali
lunedì	5	3	7	8	6	29
martedì	1	8	10	4	4	27
mercoledì	2	6	7	1	7	23
giovedì	5	9	10	5	6	35
venerdì	3	4	1	7	8	23
Totali	16	30	35	25	31	137

P = $\frac{8}{29}$ per il lunedì; P = $\frac{8}{27}$ per il martedì, quindi è più probabile dover preparare rustichelle di Tipo 2 di martedì.

2) P = $\frac{10}{137}$, circa 7,3%
3) Dato che 7,3% >del 5%, quindi la produzione di questo tipo di rustichelle, di giovedì, è ancora conveniente dal punto di vista economico.

Esercizio n. 3 (10 punti) **Pasta acchiappasughi**

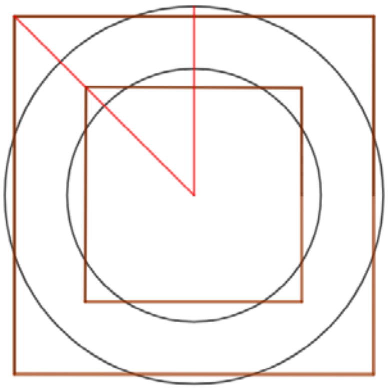
Tipico problema reale affrontabile a questo livello di classe puntando sull'osservazione guidata da schematizzazione effettuata, possibilmente in scala 20 :1 (ciò aiuterebbe la visione ed il confronto).

Non si deve mettere in discussione la relazione tra maggior superficie e maggior assorbimento della pasta che diventa un cosiddetto assunto implicito.

La superficie dei "maccheroni" è data dalla somma della superficie laterale esterna, laterale interna e delle due basi; se il sugo non fosse sufficientemente liquido l'aggiunta superficie laterale interna, data la dimensione interna in oggetto, sarebbe secondaria.

Si può inizialmente ipotizzare che le lunghezze dello zito tagliato e del quadrotto siano uguali.

Si procede, quindi, schematizzando la base dei due tipi di pasta a confronto



considerando per lo zito lo spessore indicato nel testo di 1,3 mm e per il quadrotto uno spessore interno complessivo di 1,5 mm, inclusa la parte scanalata, dal momento che il numero di righi distribuiti sul perimetro esterno, ai fini del ragionamento, è utile solo per giustificare, appunto, l'approssimazione.

Fig. 1

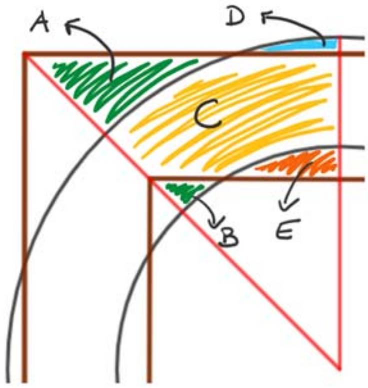


Fig. 2

A questo punto la risoluzione può essere costituita da una serie di osservazioni concatenate tramite il confronto della schematizzazione suddetta.

Per la superficie di base è' sufficiente, data la simmetricità delle parti, confrontare 1/8 delle sezioni di base rappresentate nello schizzo riportato nella Fig.2 in cui si evidenzia che

- entrambe le sezioni dei due tipi di pasta contengono la superficie gialla $\mathcal{C}$;
- la sezione del quadrotto contiene la superficie del triangolo mistilineo esterno verde $\mathcal{A}$, che è maggiore della superficie verde $\mathcal{B}$ contenuta nella sezione dello zito;
- lo zito contiene la superficie $\mathcal{D}$ che è minore della superficie E contenuta nel quadrotto.

In sintesi: la parte di Superficie del Quadrotto $\mathcal{C}+\mathcal{A}+\mathcal{E} > \mathcal{C}+\mathcal{B}+\mathcal{D}$, parte di superficie dello zito.

La superficie della base, quindi, del quadrotto è maggiore di quella dello zito.

Per quanto riguarda la superficie laterale esterna (analogo ragionamento per quella interna) dalla Fig.1 non si può dedurre evidenza visiva che la somma degli archi nell'ottavo della figura sia minore della somma dei segmenti del quadrato, ma si ricorre al confronto della circonferenza esterna dello zito pari a $7{,}9 \cdot \pi$ mm ~ 24,8 mm minore del perimetro del quadrato esterno di $4 \cdot 7{,}5$ mm ~ 30 mm.
Tale considerazione è sufficiente per affermare che la superficie laterale del quadrotto è maggiore di quella dello zito a maggior ragione poiché lo zito ha lunghezza minore.

La risposta conclusiva è: il produttore ha ragione perché la superficie totale del quadrotto (somma delle laterali e delle due basi) è maggiore di quella dello zito.

Solo per i correttori, per facilitare la correzione di eventuali calcoli numerici presenti anche se non attesi, vedasi tabella di valutazione:

Quadrotto

$S_l \sim 43 \cdot 4(7{,}5 + 4{,}5)$ mm^2 $\qquad$ $S_l \sim 2\,064$ mm^2
$A_b \sim 2\,(7{,}5^2 - 4{,}5^2)$ mm^2 $\qquad$ $A_b \sim 72$ mm^2

$S_t \sim 2\,136$ mm^2

Zito

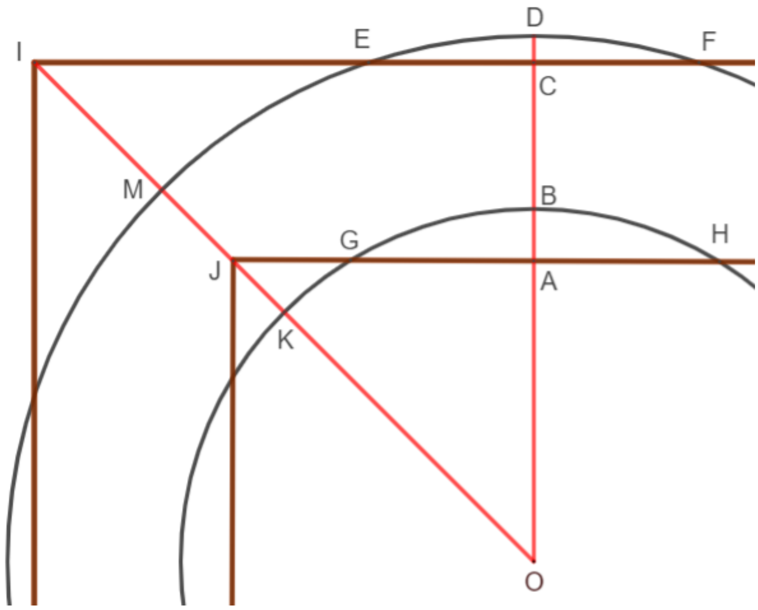
$S_l \sim \pi \cdot 13{,}2 \cdot 40$ mm^2 $\qquad$ $S_l \sim 1\,657{,}92$ mm^2
$A_b \sim 2 \cdot \pi\,(3{,}95^2 - 2{,}65^2)$ mm^2 $\qquad$ $A_b \sim 53{,}88$ mm^2

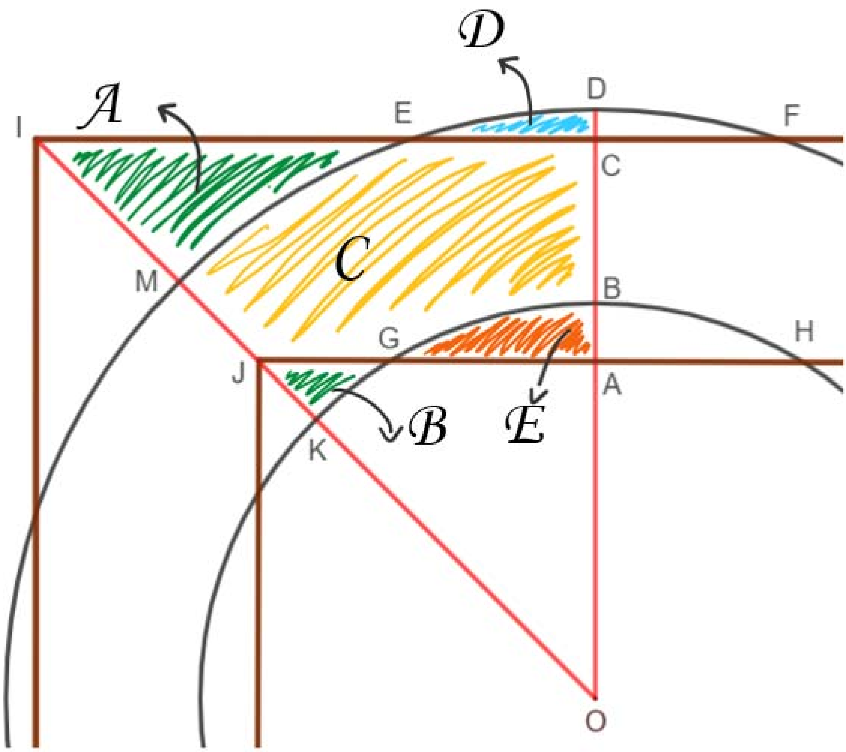
$S_t \sim 1\,711{,}80$ mm^2

Nei calcoli numerici necessari basilari attesi s'intende, invece, la misura del lato interno del quadrato di 4,5 mm, del diametro della circonferenza interna dello zito di 5,3 mm per la schematizzazione e il calcolo delle misure del perimetro del quadrato esterno e della lunghezza della circonferenza esterna dello zito..
I calcoli per le lunghezze interne non sono attesi perché non basilari per la risoluzione, ma si riportano per comodità di correzione, qualora gli studenti li riportassero

da $P_i = 4{,}5 \cdot 4$ mm $\qquad$ $P_i = 18$ mm $\qquad$ da $C_i = 5{,}3 \cdot \pi$ mm $\qquad$ $C_i \sim 16{,}64$ mm

Si riportano anche le seguenti figure in scala utili per i confronti





Poiché AC 0 1,5 mm, BD = 1,3 mm, OD = 3,95 mm, OC = 3,75 mm, OB = 2,65 mm, CD = 0,2 mm

da BA = AC + CD – DB si ha BA = 0,4 mm,

$GA := \sqrt{(2\cdot OB - AB)\cdot AB}$

$EC := \sqrt{(2\cdot OD - CD)\cdot CD}$ si ha GA = 1,4 mm EC ~1,24 mm.

Esercizio n. 4 (7 punti) **Percorsi**

In sintesi

2024 x 3 : 23 x 17 x 27 : 11 x 5 x 2 : 8 :17 x 5 : 2 = 2025

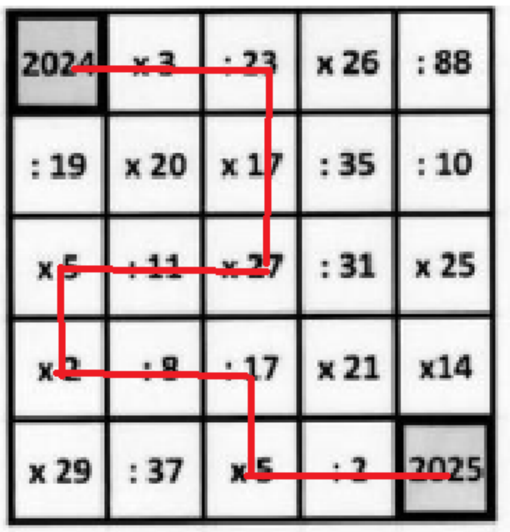
E’ difficile immaginare che l’esercizio sia risolto per tentativi che sarebbero lunghi.

Più razionale sarebbe procedere per esclusioni, ad esempio, considerando: i numeri 2024 = 2^3x11x23 e 2025 = 3^4x5^2 sono primi tra loro; per passare, quindi, da uno all’altro solo con moltiplicazioni e divisioni è necessario dividere per tutti i fattori del primo e moltiplicare per tutti i fattori del secondo. Se si moltiplica per uno o più degli altri numeri in tabella si deve poi potere dividere per il loro prodotto (in uno o più passaggi).

Si può, quindi, iniziare cancellando dalla tabella i numeri che non presentano tale caratteristica:

2024	x3	:23	x26	:88
:19	x20	x17	:35	:10
x5	:11	x27	:31	x25
x2	:8	:17	x21	x14
x29	:37	x5	:2	2025

2024	x3	:23	x26	:88
:19	x20	x17	:35	:10
x5	:11	x27	:31	x25
x2	:8	:17	x21	x14
x29	:37	x5	:2	2025



Esercizio n. 5 (5 punti) **Nel laboratorio di un Liceo Artistico**

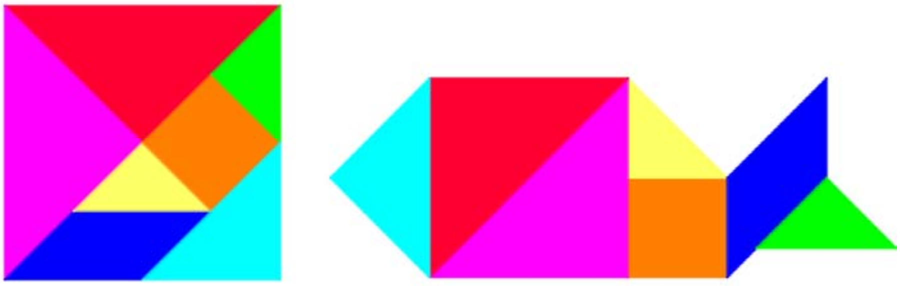
a) Poiché il rapporto tra l’altezza del modello e l’altezza reale del soggetto $\frac{32\ cm}{16.10^2\ cm}$ esprime il rapporto della scala utilizzata, questa è 1:50.

b) Se la superficie della chiesa reale misura 140 m^2 la misura dell’area di base del modello costruito in scala 1:50 si calcola $\frac{1}{50 \cdot 50} \cdot 140 \cdot 10^4 cm^2 = 560\ cm^2$.

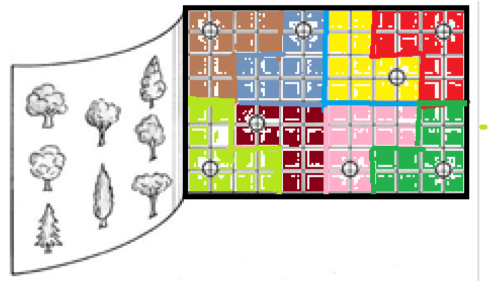
Esercizio n. 6 (10 punti) **Tangram in cielo e in mare**

I pezzi del Tangram hanno forme ben precise: cinque triangoli rettangoli isosceli di tre diverse misure, di cui due coppie congruenti, un quadrato e un parallelogramma.

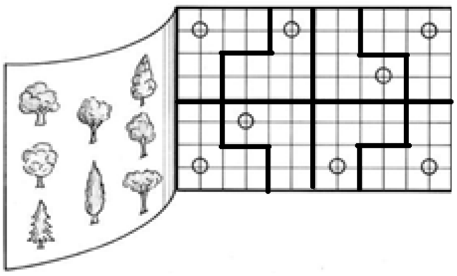
Le figure sono equivalenti perché equiscomponibili:



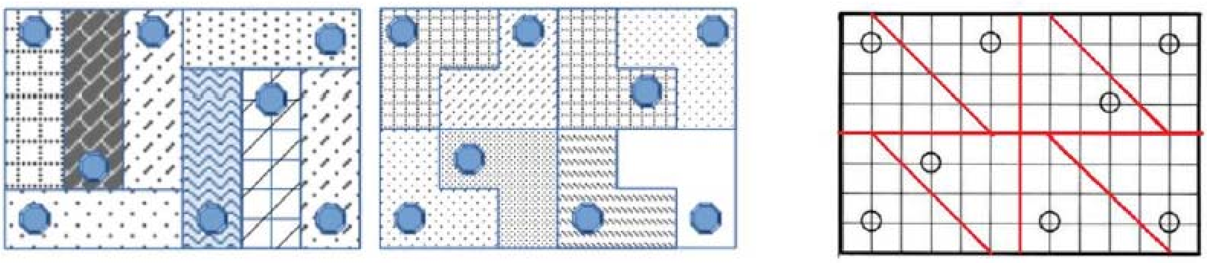
Esercizio n. 7 (7 punti) **Suddivisione alberata**



o, in bianco e nero



e, anche,



Esercizio n. 8 (5 punti) **Test d'accesso all'università**

Si può procedere per tentativi:

a	b	c	7a - 3b - c
25	0	5	**170**
	1	4	168
	2	3	166
	3	2	164
	4	1	162
	5	0	160

a	b	c	7a - 3b - c
26	0	4	178
	1	3	176
	2	2	174
	3	1	172
	4	0	**170**

Legenda:
a numero risposte corrette
b numero risposte errate
c numero risposte omesse

Il minimo numero di risposte esatte per ottenere 170 punti è 25 (170:7=24 con resto di 2).
Con 25 risposte esatte si può ottenere un punteggio compreso tra 160 (massima penalizzazione) e 170 (minima penalizzazione).
Ogni risposta esatta in più incrementa il punteggio minimo di 10 punti.
Si hanno quindi 2 possibili situazioni 25 risposte esatte e 5 omesse oppure 26 risposte esatte e 4 errate.

Esercizio n. 9 (10 punti) Sempre più caldo?

Si può concludere che il periodo 2016-2021 è stato più caldo del periodo precedente.
Gli indicatori *giorni estivi* e *notti tropicali* hanno assunto, infatti, nel periodo 2016-2021 sempre valori superiori al valore medio del periodo 1981-2010, il *numero di giorni di gelo* è sempre stato inferiore al valore medio del periodo di confronto.

Il *numero medio di notti tropicali* è la media aritmetica dei valori $\frac{50+60+60+64+55+61}{6} = 58{,}3 \sim 58$

La variazione rispetto al periodo di confronto è di 21 notti che corrisponde a un incremento del 56,7%.

Esercizio n. 10 (7 punti) Il cubo dell'intagliatore

Indicati con ***V*** il volume del cubo di legno dato e con ***V_1*** il volume di ciascun cubetto scavato, si ottiene:
$\frac{V}{V-8V_1} \rightarrow \frac{27}{19}$ è il rapporto fra i volumi. Il rapporto fra le superfici è 1.
Luca riesce a decorare il solido ottenuto perché la superficie del cubo 6 l^2 è minore di quella del foglio che è $\frac{25}{4}$ l^2.